

4) L'EQUAZIONE $x^2 + 2x + 8y^2 - 32y + 31 = 0$ POTRA',
NEL PIANO CARTESIANO, EVENTUALMENTE SOLO
RAPPRESENTARE UN'ELLISSE DATO CHE I COEFFICIENTI
DEI MONOMI x^2 e y^2 SONO CONCORDI e DIVERSI
VERIFICHIAMO CHE IN EFFETTI E' COSI' ISOLANDO
I QUADRATI, COE' RICONDUCENDOCI ALLA
FORMA $\frac{(x-x_c)^2}{a^2} + \frac{(y-y_c)^2}{b^2} = 1$. (*)

DATO CHE $x^2 + 2x = (x+1)^2 - 1$ e $8y^2 - 32y =$
 $= 8(y^2 - 4y) = 8[(y-2)^2 - 4],$

ABBIAMO $x^2 + 2x + 8y^2 - 32y + 31 = 0$ ME

$$(x+1)^2 - 1 + 8[(y-2)^2 - 4] + 31 = 0 \text{ ME,}$$

FACEENDO I CALCOLI, $(x+1)^2 + 8(y-2)^2 = 2$

E, DIVIDENDO ENTRAMBI I MEMBRI PER 2,

COE' EQUIVALENTE A

$$\frac{(x+1)^2}{2} + 4(y-2)^2 = 1. \quad (**)$$

DATO CHE $4(y-2)^2 = \frac{(y-2)^2}{1/4}$, CI SIAMO,

RICONDOTTI ALLA FORMA IN (*) CON

$a = \sqrt{2}$, $b = \frac{1}{2}$, $x_c = -1$ e $y_c = 2$ (COE'

L'ELLISSE HA SEMIASSE MAGGIORE $\sqrt{2}$, MINORE
 $\frac{1}{2}$ E CENTRO $C = (-1, 2)$.

PER LE INTERSEZIONI CON GLI ASSI, CONVIENE
USARE (**).

INT. ASSE X $\begin{cases} \frac{(x+1)^2}{2} + 4(y-2)^2 = 1 \\ x=0 \end{cases}$ ME $\begin{cases} \frac{1}{2} + 4(y-2)^2 = 1 \\ y=0 \end{cases}$

$$\text{ME } \begin{cases} (y-2)^2 = \frac{1}{8} \\ x=0 \end{cases}$$

$$\text{ME } \begin{cases} y-2 = \pm \frac{1}{2\sqrt{2}} \\ x=0 \end{cases}$$

$$\text{ME } \begin{cases} y = 2 \pm \frac{1}{2\sqrt{2}} \\ x=0 \end{cases}$$

MENTRE

$$\text{INT. ASSE } x \quad \begin{cases} \frac{(x+1)^2}{2} + 4(y-2)^2 = 1 \\ y=0 \end{cases}$$

$$\text{ME } \begin{cases} \frac{(x+1)^2}{2} + 16 = 1 \\ y=0 \end{cases}$$

$$\text{ME } \begin{cases} \frac{(x+1)^2}{2} = -15 \\ y=0 \end{cases}$$

E TALE SISTEMA
NON HA SOLUZIONI

DATO CHE LA
PRIMA EQUAZIONE NON

NE HA

(UN QUADRATO NON PUO
ESSERE UGUALE AD
UN NUMERO NEGATIVO)

QUINDI LE INTERSEZIONI CON GLI ASSI SONO
SOLO CON L'ASSE DELLE y E SONO

$(0, 2 + \frac{1}{2\sqrt{2}})$ e $(0, 2 - \frac{1}{2\sqrt{2}})$. NOTATE CHE SONO

SIMMETRICHE RISPETTO LA RETTA ORIZZONTALE PASSANTE
PER IL CENTRO DELL'ELLISSE. ($y=2$)

INFINE POTREMMO TROVARE I PUNTI DELL'ELLISSE
"SOPRA E SOTTO" IL CENTRO E A "DESTRA E
SINISTRA" DELLO STESSO, COE' LE INTERSEZIONI
CON LE RETTE $y=2$ e $x=-1$ PASSANTI
PER IL CENTRO. ABBIAMO

$$\begin{cases} \frac{(x+1)^2}{2} + 4(y-2)^2 = 1 \\ y = 2 \end{cases}$$

$$\text{se } \begin{cases} (x+1)^2 = 2 \\ y = 2 \end{cases}$$

$$\text{se } \begin{cases} x = -1 \pm \sqrt{2} \\ y = 2 \end{cases}$$

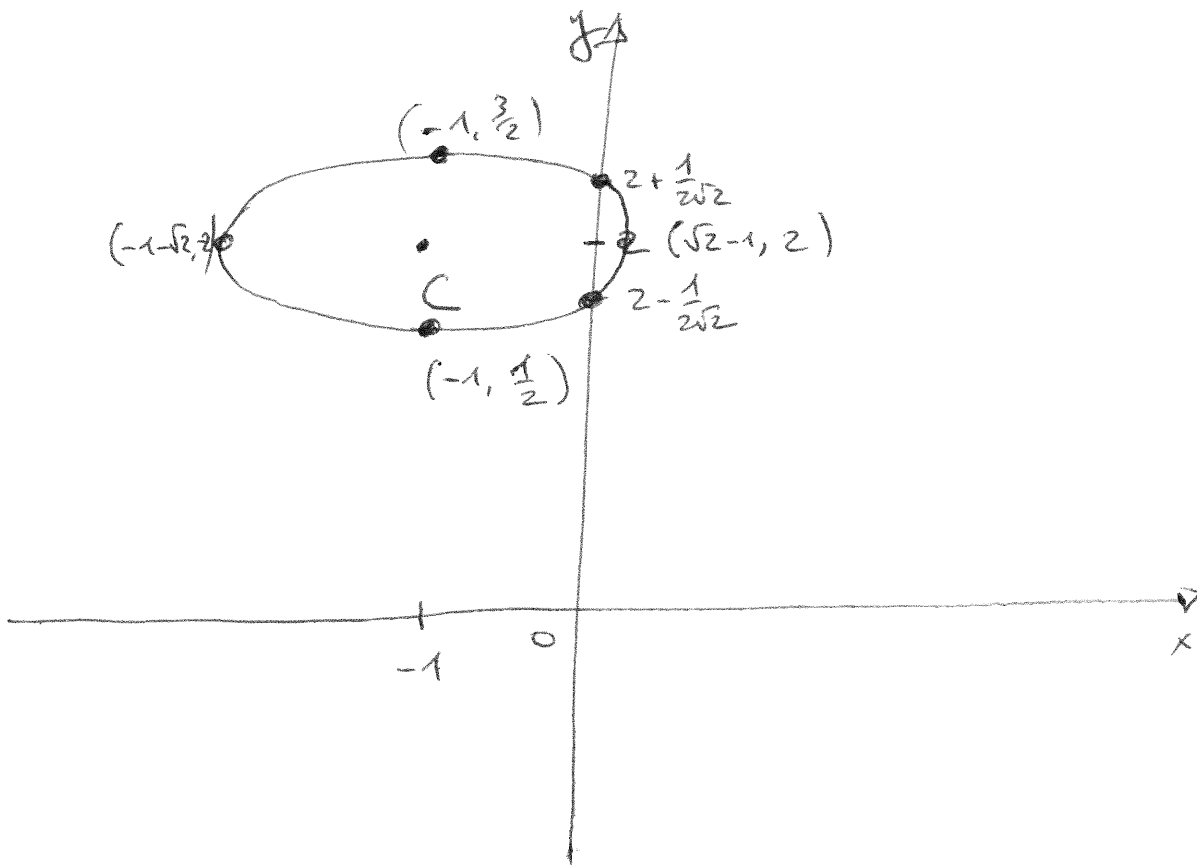
E

$$\begin{cases} \frac{(x+1)^2}{2} + 4(y-2)^2 = 1 \\ x = -1 \end{cases}$$

$$\text{se } \begin{cases} (y-2)^2 = \frac{1}{4} \\ x = -1 \end{cases}$$

$$\text{se } \begin{cases} y = 2 \pm \frac{1}{2} \\ x = -1 \end{cases}$$

ALLO STESSO RISULTATO SI POTEVA GIUNGERE AGGIUNGENDO / SOTTRAENDO ALLE COORDINATE DEL CENTRO LA LUNGHEZZA DEI RISPETTIVI SEMIASSI.



5) L'EQUAZIONE GENERICA DELLA PARABOLA (CON ASSE DI SIMMETRIA VERTICALE, ANCHE SE NON ERA SPECIFICATO) E'

$$y = ax^2 + bx + c, \quad a \neq 0.$$

DATO CHE IL VERTICE APPARTIENE ALL'ASSE y DEVE ESSERE $b=0$, QUINDI DOBBIAMO, IMPONENDO IL PASSAGGIO PER I DUE PUNTI, TROVARE a E c . ABBIAMO

$$\begin{aligned} \text{PASS. PER } (1,0) & \left\{ \begin{aligned} 0 &= a + c \\ \text{PASS. PER } \left(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{7}{4}\right) & \left\{ \begin{aligned} \frac{7}{4} &= a \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 + c \end{aligned} \right. \end{aligned} \right. \\ & \text{ME} \quad \left\{ \begin{aligned} a &= -c \\ \frac{7}{4} &= -\frac{1}{8}c + c \end{aligned} \right. \\ & \text{ME} \quad \left\{ \begin{aligned} a &= -2 \\ c &= 2 \end{aligned} \right. \end{aligned}$$

QUINDI LA PARABOLA CERCAHA HA EQUAZIONE

$$y = -2x^2 + 2. \quad V = (0, 2)$$

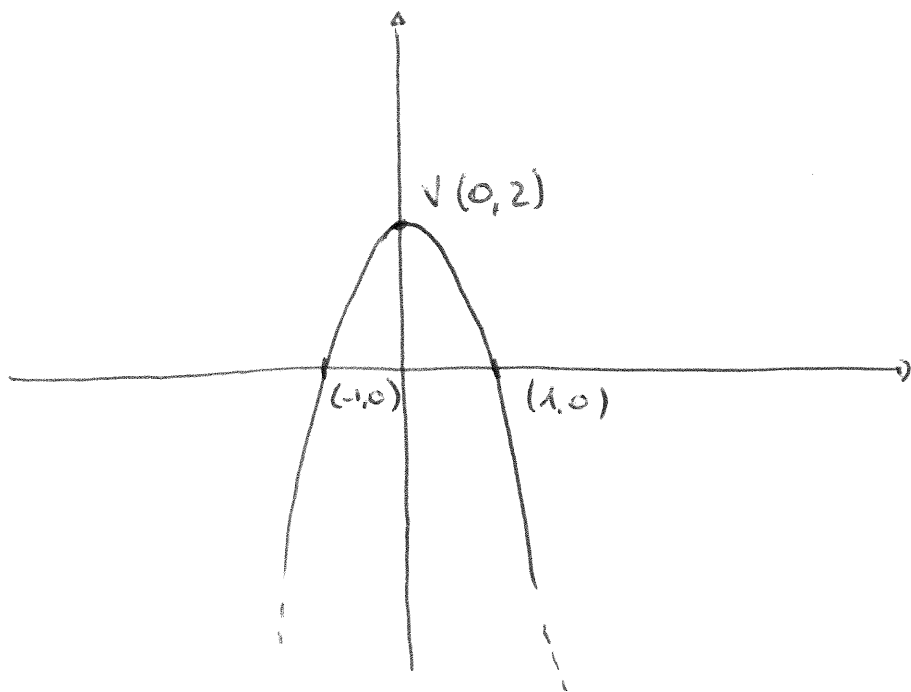
ALLO STESSO RISULTATO SI POTEVA ARRIVARE PARTENDO DALL'EQ. GENERICA DELLA PARABOLA

$$y - y_v = a(x - x_v)^2$$

DOVE (x_v, y_v) SONO LE COORDINATE DEL VERTICE (QUINDI NEL NS. CASO $x_v = 0$)

INTERSECCANDO LA PARABOLA CON L'ASSE DELLE x SI OTTENE

$$\begin{aligned} \left\{ \begin{aligned} y &= 0 \\ y &= -2x^2 + 2 \end{aligned} \right. & \text{ME} \quad \left\{ \begin{aligned} y &= 0 \\ x^2 &= 1 \end{aligned} \right. & \text{ME} \quad \left\{ \begin{aligned} y &= 0 \\ x &= \pm 1 \end{aligned} \right. \end{aligned}$$



LA CIRCONFERENZA UNITARIA HA EQUAZIONE

$$x^2 + y^2 = 1$$

COME ABBIAMO VISTO IN AULA. INTERSECANDO

$$\begin{cases} y = -2x^2 + 2 \\ x^2 + y^2 = 1 \end{cases} \quad \text{ne} \quad \begin{cases} x^2 = 1 - \frac{y}{2} \\ x^2 + y^2 = 1 \end{cases} \quad \text{ne} \quad \begin{cases} 1 - \frac{y}{2} = x^2 \\ 1 - \frac{y}{2} + y^2 = 1 \end{cases}$$

$$\text{ne} \quad \begin{cases} x^2 = 1 - \frac{y}{2} \\ y(y - \frac{1}{2}) = 0 \end{cases} \quad \text{ne} \quad \begin{cases} x^2 = 1 \\ y = 0 \end{cases} \quad \underline{\text{or}} \quad \begin{cases} x^2 = \frac{3}{4} \\ y = \frac{1}{2} \end{cases}$$

QUINDI I QUATTRO PUNTI DI INTERSEZIONE HANNO COORDINATE $(1, 0), (-1, 0), (\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}), (-\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2})$.

