

COGNOME _____ NOME _____ MATRICOLA <table border="1" style="display: inline-table; border-collapse: collapse; text-align: center; width: 100px; height: 15px;"><tr><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td></tr></table> CORSO SEGUITO Mat Fis									NON SCRIVETE QUI <table border="1" style="display: inline-table; border-collapse: collapse; text-align: center; width: 100px; height: 100px; vertical-align: middle;"> <tr><td style="font-size: 2em;">A</td></tr> </table>	A
A										
<table border="1" style="display: inline-table; border-collapse: collapse; text-align: center; width: 100%; height: 15px;"> <tr> <td style="width: 12.5%;">1</td> <td style="width: 12.5%;">2</td> <td style="width: 12.5%;">3</td> <td style="width: 12.5%;">4</td> <td style="width: 12.5%;">5</td> <td style="width: 12.5%;">6</td> <td style="width: 12.5%;">7</td> </tr> </table>	1	2	3	4	5	6	7			
1	2	3	4	5	6	7				

UNIVERSITÀ DI PARMA — C.L. in Matematica e Fisica

ESAME DI ELEMENTI DI MATEMATICA

A.A. 2019-2020 — PARMA, 11 OTTOBRE 2019

Riempite immediatamente questo foglio scrivendo in **stampatello** cognome, nome e numero di matricola, e fate una barra sul Corso. Scrivete cognome e nome (in stampatello) su ogni foglio a quadretti.

Il tempo massimo per svolgere la prova è di due ore e mezza (CdL FISICA), due ore e cinquanta minuti (CdL MATEMATICA). Non potete uscire se non dopo avere consegnato il compito, al termine della prova.

Svolgete prima i calcoli in brutta, poi svolgete ordinatamente gli esercizi su un altro foglio protocollo a quadretti, infine **copiate le sole risposte** su questo foglio.

È obbligatorio consegnare sia il testo, sia tutti i fogli ricevuti; al momento della consegna, inserite tutti i fogli a quadretti dentro quello con il testo. Potete usare solo il materiale ricevuto e il vostro materiale di scrittura (in particolare è vietato usare appunti, calcolatrici, foglietti ecc.). Non usate il colore rosso.

Nell'apposito spazio, **dovete riportare la risposta.**

0) **PARTE PRELIMINARE** Completate:

a) Determinate l'insieme A delle soluzioni della disequazione

$$2x^4 - 5x^3 + 4x^2 - x > 0$$

Risposta: $A = \dots$

$26^2 = 676$

$\frac{2\sqrt{10}}{\sqrt{3}} \approx 3,65$

52 e 156 sono
divisibili per 13

b) Dati i due insiemi $A = [-4, 8 - 5\sqrt{3}]$, $B =] - \frac{2}{3}, \sqrt{5}]$, allora:

$A \cap B = \dots$

$B \setminus A = \dots$

(sono richiesti i calcoli di tutti i confronti necessari, senza utilizzare i numeri decimali).

c) $\sqrt{f(x)} < g(x) \iff \dots$

$\sqrt{3x} < 2x \iff \dots$

d) $\sin(-\frac{7}{6}\pi) = \dots$ $\cos(\frac{11}{3}\pi) = \dots$ $\tan(\frac{3}{4}\pi) = \dots$

(è richiesto il disegno di ogni angolo).

e) $[\log_4(e^{-3 \log 4})]^{-2} = \dots$

f) Disegnate con precisione sul foglio a quadretti la retta r di equazione $4x - 4y + 2 = 0$.

L'equazione della retta s perpendicolare alla retta r e passante per il punto $(\sqrt{2}, -\sqrt{2})$ è ...

Disegnate la retta s .

Il punto di intersezione tra le due rette r e s è ...

g) Determinate e disegnate tutte le soluzioni $x \in [0, 2\pi]$ dell'equazione

$$3 \sin x \cos x - 2 \sin^3 x = 0 \iff \dots$$

h) (MAT) Determinate tutte le soluzioni $x \in [0, 2\pi]$ del seguente sistema $\begin{cases} \sin x \leq 0 \\ \cos x < \frac{1}{2} \end{cases}$.

i) Disegnate sul foglio a quadretti con precisione (dominio, equazione del grafico, tutti i passaggi necessari per la costruzione, intersezioni con gli assi coordinati, punti significativi, asintoti) il grafico delle seguenti funzioni:

$$f(x) = -1 + \sqrt{x+9}, \quad g(x) = \log(x-1).$$

1) $|f(x)| \geq g(x) \iff \dots$

$$\left| x^2 + 4x + \frac{5}{2} \right| \geq -6x - \frac{13}{2} \iff \dots$$

2) a) Disegnate con precisione sul foglio a quadretti il grafico della seguente funzione (in parte disegnata nella parte preliminare punto i)), specificando l'equazione del grafico di ogni tratto, tutti i passaggi necessari per la costruzione di ogni tratto, le coordinate dei punti di intersezione con gli assi cartesiani, gli asintoti e eventuali altri punti significativi:

$$f(x) = \begin{cases} -(-1 + \sqrt{x+9}) & \text{se } -9 \leq x \leq 0 \\ |\log(x-1)| - 1 & \text{se } 1 < x \leq e^2 + 1 \end{cases}$$

dom $f = \dots$

Imm $f = \dots$

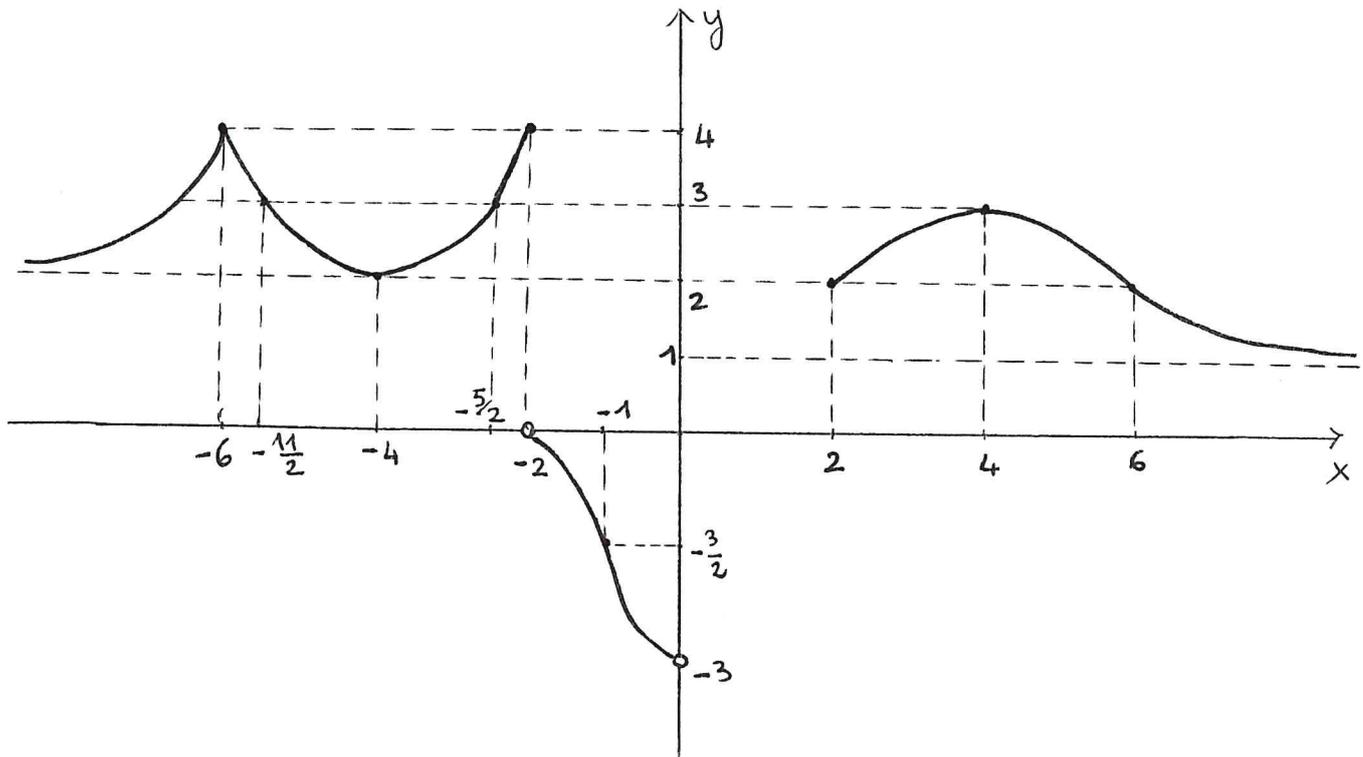
$$f\left(1 + \frac{1}{e^2}\right) = \dots$$

$$f(-5) = \dots$$

$$f^{-1}(0) = \dots$$

b) Disegnate con precisione il grafico della funzione $g(x) = f(|x|)$.

3) Considerate la funzione f che ha il seguente grafico:



$\text{dom } f = \dots,$

$\text{Imm } f = \dots$

$f(-2) = \dots \quad f(0) = \dots \quad f^{-1}(2) = \dots$

Determinate sul foglio a quadretti il numero delle soluzioni dell'equazione

$f(x) = k$ per $k \in [1, 3]$.

La funzione f è strettamente decrescente per $x \in [-\frac{1}{4}, 0[$: VERO o FALSO

MOTIVAZIONE:

Determinate $f\left(-\frac{11}{2}, 0\right) = \dots$

4) Disegnate con precisione sul foglio a quadretti l'insieme di equazione $4x^2 - 9y^2 = 36$, dopo aver spiegato che cosa rappresenta e le sue caratteristiche.

(MAT) Determinate le intersezioni della figura precedente con la circonferenza di $C(0, 0)$

e $R = \frac{2\sqrt{10}}{\sqrt{3}}$ individuandole anche sul disegno.

5) Determinate tutte le soluzioni della disequazione $\frac{\log(4x^2 + 3x)}{-2x^2 + x + 1} < 0$.

Risposta: ...

COGNOME _____ NOME _____ MATRICOLA CORSO SEGUITO Mat Fis	NON SCRIVETE QUI							
	<table border="1" style="border: 2px solid black; width: 100px; height: 100px; display: inline-table;"> <tr><td style="text-align: center; vertical-align: middle;">B</td></tr> </table>	B						
B								
	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 12.5%; text-align: center;">1</td> <td style="width: 12.5%; text-align: center;">2</td> <td style="width: 12.5%; text-align: center;">3</td> <td style="width: 12.5%; text-align: center;">4</td> <td style="width: 12.5%; text-align: center;">5</td> <td style="width: 12.5%; text-align: center;">6</td> <td style="width: 12.5%; text-align: center;">7</td> </tr> </table>	1	2	3	4	5	6	7
1	2	3	4	5	6	7		

UNIVERSITÀ DI PARMA — C.L. in Matematica e Fisica

ESAME DI ELEMENTI DI MATEMATICA

A.A. 2019-2020 — PARMA, 11 OTTOBRE 2019

Riempite immediatamente questo foglio scrivendo **in stampatello** cognome, nome e numero di matricola, e fate una barra sul Corso. Scrivete cognome e nome (in stampatello) su ogni foglio a quadretti.

Il tempo massimo per svolgere la prova è di due ore e mezza (CdL FISICA), due ore e cinquanta minuti (CdL MATEMATICA). Non potete uscire se non dopo avere consegnato il compito, al termine della prova.

Svolgete prima i calcoli in brutta, poi svolgete ordinatamente gli esercizi su un altro foglio protocollo a quadretti, infine **copiate le sole risposte** su questo foglio.

È obbligatorio consegnare sia il testo, sia tutti i fogli ricevuti; al momento della consegna, inserite tutti i fogli a quadretti dentro quello con il testo. Potete usare solo il materiale ricevuto e il vostro materiale di scrittura (in particolare è vietato usare appunti, calcolatrici, foglietti ecc.). Non usate il colore rosso.

Nell'apposito spazio, **dovete riportare la risposta.**

0) **PARTE PRELIMINARE** Completate:

a) Determinate l'insieme A delle soluzioni della disequazione

$$3x^4 - 7x^3 + 5x^2 - x > 0$$

Risposta: $A = \dots$

b) Dati i due insiemi $A =] - 6, 5\sqrt{3} - 8]$, $B =] - \sqrt{5}, \frac{2}{3}]$, allora:

$$A \cap B = \dots$$

$$B \setminus A = \dots$$

(sono richiesti i calcoli di tutti i confronti necessari, senza utilizzare i numeri decimali).

c) $\sqrt{f(x)} < g(x) \iff \dots$

$$\sqrt{4x} < 3x \iff \dots$$

d) $\sin(-\frac{5}{6}\pi) = \dots$ $\cos(\frac{10}{3}\pi) = \dots$ $\tan(\frac{5}{4}\pi) = \dots$

(è richiesto il disegno di ogni angolo).

e) $[\log_5(e^{-2 \log 5})]^{-3} = \dots$

$26^2 = 676$
 $\frac{\sqrt{3} \cdot \sqrt{7}}{\sqrt{2}} \approx 3,24$
 52 e 156 sono
 Divisibili per 13

f) Disegnate con precisione sul foglio a quadretti la retta r di equazione $4x + 4y - 2 = 0$.

L'equazione della retta s perpendicolare alla retta r e passante per il punto

$(-\sqrt{2}, -\sqrt{2})$ è ...

Disegnate la retta s .

Il punto di intersezione tra le due rette r e s è ...

g) Determinate e disegnate tutte le soluzioni $x \in [0, 2\pi]$ dell'equazione

$$2 \cos^3 x + 3 \sin x \cos x = 0 \iff \dots$$

h) (MAT) Determinate tutte le soluzioni $x \in [0, 2\pi]$ del seguente sistema $\begin{cases} \cos x \leq 0 \\ \sin x < -\frac{1}{2} \end{cases}$.

i) Disegnate sul foglio a quadretti con precisione (dominio, equazione del grafico, tutti i passaggi necessari per la costruzione, intersezioni con gli assi coordinati, punti significativi, asintoti) il grafico delle seguenti funzioni:

$$f(x) = \log(x + 4), \quad g(x) = -1 + \sqrt{x - 4}.$$

1) $|f(x)| \geq g(x) \iff \dots$

$$\left| x^2 - 4x + \frac{5}{2} \right| \geq 6x - \frac{13}{2} \iff \dots$$

2) a) Disegnate con precisione sul foglio a quadretti il grafico della seguente funzione (in parte disegnata nella parte preliminare punto i), specificando l'equazione del grafico di ogni tratto, tutti i passaggi necessari per la costruzione di ogni tratto, le coordinate dei punti di intersezione con gli assi cartesiani, gli asintoti e eventuali altri punti significativi:

$$f(x) = \begin{cases} |\log(x + 4)| - 1 & \text{se } -4 < x \leq e^2 - 4 \\ -(-1 + \sqrt{x - 4}) & \text{se } 4 \leq x \leq 13 \end{cases}$$

dom $f = \dots$

Imm $f = \dots$

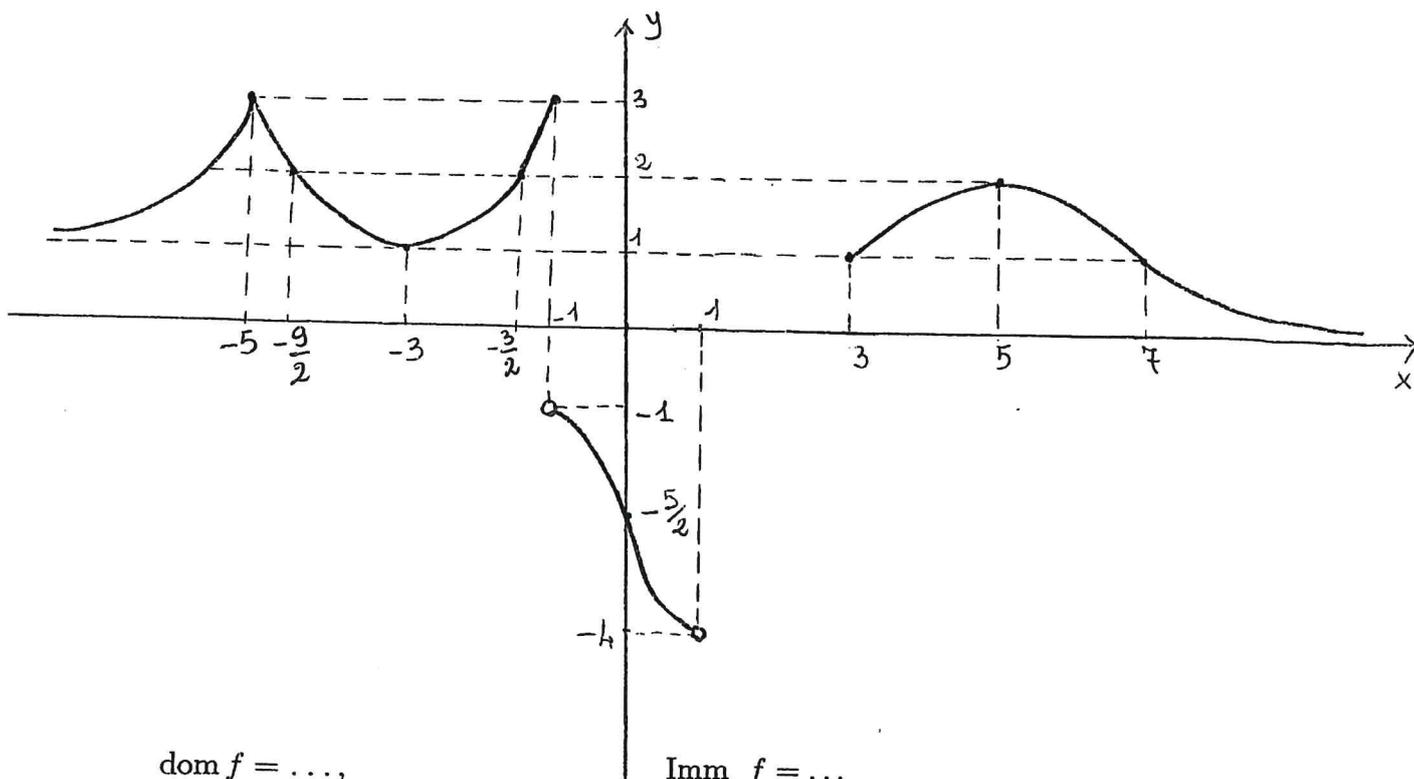
$$f\left(\frac{1}{e^2} - 4\right) = \dots$$

$$f(8) = \dots$$

$$f^{-1}(0) = \dots$$

b) Disegnate con precisione il grafico della funzione $g(x) = f(|x|)$.

3) Considerate la funzione f che ha il seguente grafico:



dom $f = \dots$,

Imm $f = \dots$

$f(-1) = \dots$ $f(1) = \dots$ $f^{-1}(1) = \dots$

Determinate sul foglio a quadretti il numero delle soluzioni dell'equazione

$f(x) = k$ per $k \in [0, 2]$.

La funzione f è strettamente decrescente per $x \in [-3, 1[$: VERO o FALSO

MOTIVAZIONE:

Determinate $f\left(-\frac{9}{2}, 1\right) = \dots$

4) Disegnate con precisione sul foglio a quadretti l'insieme di equazione $9x^2 - 4y^2 = 36$, dopo aver spiegato che cosa rappresenta e le sue caratteristiche.

(MAT) Determinate le intersezioni della figura precedente con la circonferenza di $C(0, 0)$

e $R = \frac{\sqrt{3}\sqrt{7}}{\sqrt{2}}$ individuandole anche sul disegno.

5) Determinate tutte le soluzioni della disequazione $\frac{\log(5x^2 + 4x)}{-2x^2 + x + 1} < 0$.

Risposta: ...