

COGNOME _____

NOME _____

MATRICOLA

--	--	--	--	--	--	--	--

CORSO SEGUITO

Mat Fis

NON SCRIVETE QUI

A

1	2	3	4	5	6	7
---	---	---	---	---	---	---

UNIVERSITÀ DI PARMA — C.L. in Matematica e Fisica

ESAME DI ELEMENTI DI MATEMATICA

A.A. 2019-2020 — PARMA, 11 OTTOBRE 2019

11/10/19 - Mat/Fis - 1A

Riempite immediatamente questo foglio scrivendo **in stampatello** cognome, nome e numero di matricola, e fate una barra sul Corso. Scrivete cognome e nome (in stampatello) su ogni foglio a quadretti.

Il tempo massimo per svolgere la prova è di due ore e mezza (CdL FISICA), due ore e cinquanta minuti (CdL MATEMATICA). Non potete uscire se non dopo avere consegnato il compito, al termine della prova.

Svolgete prima i calcoli in brutta, poi svolgete ordinatamente gli esercizi su un altro foglio protocollo a quadretti, infine **copiate le sole risposte** su questo foglio.

È obbligatorio consegnare sia il testo, sia tutti i fogli ricevuti; al momento della consegna, inserite tutti i fogli a quadretti dentro quello con il testo. Potete usare solo il materiale ricevuto e il vostro materiale di scrittura (in particolare è vietato usare appunti, calcolatrici, foglietti ecc.). Non usate il colore rosso.

Nell'apposito spazio, dovete riportare la risposta.

0) PARTE PRELIMINARE Completate:

a) Determinate l'insieme A delle soluzioni della disequazione

Svolgimento a pag. 4

$$2x^4 - 5x^3 + 4x^2 - x > 0$$

$$\text{Risposta: } A = \dots]-\infty, 0[\cup]\frac{1}{2}, 1[\cup]1, +\infty[$$

$$26^2 = 676$$

$$\frac{2\sqrt{10}}{\sqrt{3}} \approx 3,65$$

52 e 156 sono
divisibili per 13

b) Dati i due insiemi $A = [-4, 8 - 5\sqrt{3}]$, $B =]-\frac{2}{3}, \sqrt{5}]$, allora:

Svolg. a pag. 4-5

$$A \cap B = \dots]-\frac{2}{3}, 8 - 5\sqrt{3}] \quad B \setminus A = \dots]8 - 5\sqrt{3}, \sqrt{5}]$$

(sono richiesti i calcoli di tutti i confronti necessari, senza utilizzare i numeri decimali).

$$c) \sqrt{f(x)} < g(x) \iff \dots \begin{cases} f(x) \geq 0 \\ g(x) \geq 0 \\ f(x) < (g(x))^2 \end{cases}$$

$$\sqrt{3x} < 2x \iff \dots x \in]\frac{3}{4}, +\infty[$$

$$d) \sin(-\frac{7}{6}\pi) = -\frac{1}{2} \quad \cos(\frac{11}{3}\pi) = -\frac{1}{2} \quad \tan(\frac{3}{4}\pi) = -1$$

(è richiesto il disegno di ogni angolo).

a pag. 6

$$e) [\log_4(e^{-3 \log 4})]^{-2} = \frac{1}{9}$$

$$y = x + \frac{1}{2}$$

↑

- f) Disegnate con precisione sul foglio a quadretti la retta r di equazione $4x - 4y + 2 = 0$.

App. 6

L'equazione della retta s perpendicolare alla retta r e passante per il punto

$$(\sqrt{2}, -\sqrt{2}) \text{ è } \dots y = -x$$

Disegnate la retta s .

Il punto di intersezione tra le due rette r e s è $\dots P = (-\frac{1}{4}, \frac{1}{4})$

- g) Determinate e disegnate tutte le soluzioni $x \in [0, 2\pi]$ dell'equazione

App. 6

$$3 \sin x \cos x - 2 \sin^3 x = 0 \iff \dots x \in \left\{ 0, \frac{\pi}{3}, \pi, \frac{5}{3}\pi, 2\pi \right\}$$

- h) (MAT) Determinate tutte le soluzioni $x \in [0, 2\pi]$ del seguente sistema
- $$\begin{cases} \sin x \leq 0 \\ \cos x < \frac{1}{2} \end{cases}$$

App. 7

$$S = \left[-\pi, \frac{5}{3}\pi \right]$$

- i) Disegnate sul foglio a quadretti con precisione (dominio, equazione del grafico, tutti i passaggi necessari per la costruzione, intersezioni con gli assi coordinati, punti significativi, asintoti) il grafico delle seguenti funzioni:

$$f(x) = -1 + \sqrt{x+9}, \quad g(x) = \log(x-1).$$

App. 7

$$1) |f(x)| \geq g(x) \iff \dots f(x) \geq g(x) \cup f(x) \leq -g(x)$$

$$|x^2 + 4x + \frac{5}{2}| \geq -6x - \frac{13}{2} \iff \dots x \in]-\infty, -9] \cup [1-\sqrt{5}, +\infty[$$

- 2) a) Disegnate con precisione sul foglio a quadretti il grafico della seguente funzione (in parte disegnata nella parte preliminare punto i)), specificando l'equazione del grafico di ogni tratto, tutti i passaggi necessari per la costruzione di ogni tratto, le coordinate dei punti di intersezione con gli assi cartesiani, gli asintoti e eventuali altri punti significativi:

App. 10-11

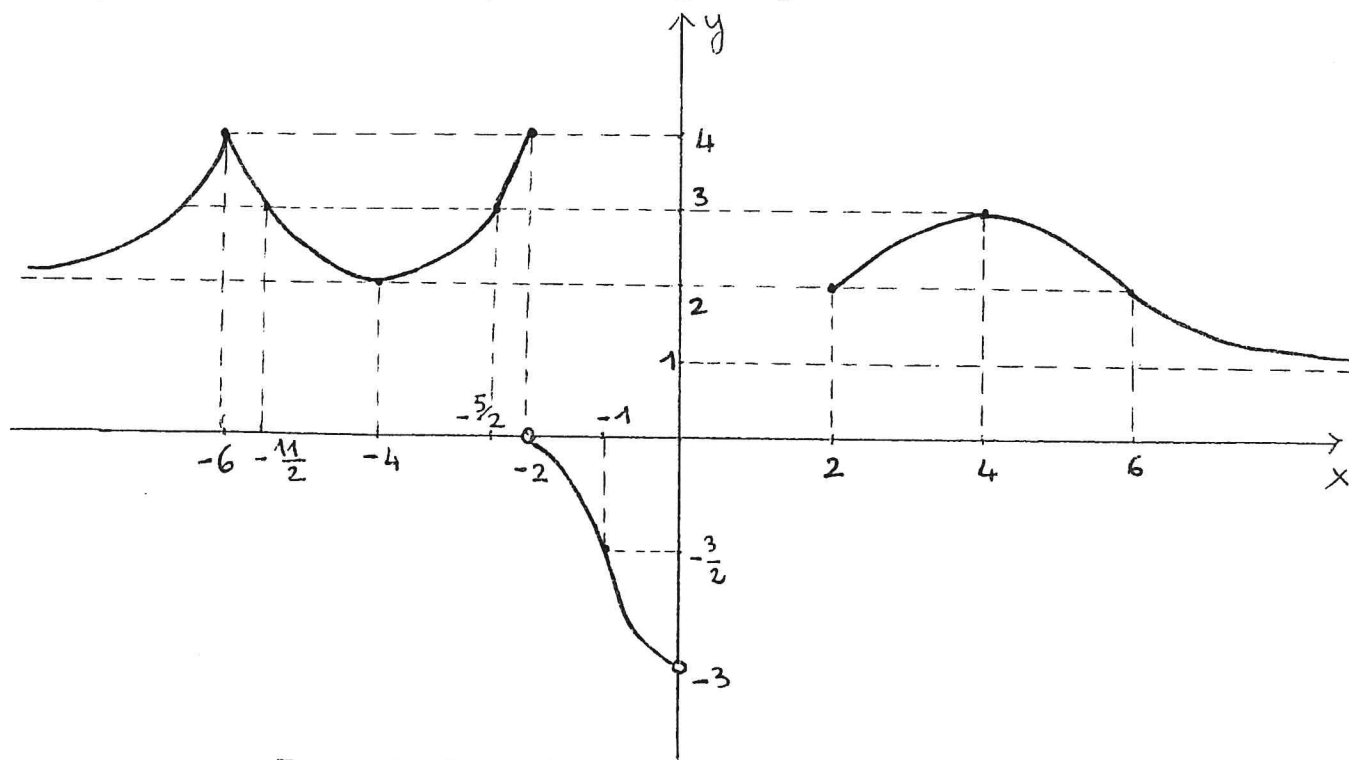
$$f(x) = \begin{cases} -(-1 + \sqrt{x+9}) & \text{se } -9 \leq x \leq 0 \\ |\log(x-1)| - 1 & \text{se } 1 < x \leq e^2 + 1 \end{cases}$$

$$\text{dom } f = [-9, 0] \cup]1, 1+e^2] \quad \text{Imm } f = [-2, +\infty[$$

$$f(1 + \frac{1}{e^2}) = \frac{1}{e^2} \quad f(-5) = -\frac{1}{e^2} \quad f^{-1}(0) = \left\{ -8, 1 + \frac{1}{e}, 1 + e \right\}$$

- b) Disegnate con precisione il grafico della funzione $g(x) = f(|x|)$.

3) Considerate la funzione f che ha il seguente grafico:



$\text{dom } f =]-\infty, 0[\cup [2, +\infty[$ $\text{Imm } f = \dots]-3, 0[\cup]1, 4]$

$f(-2) = 4 \dots$ $f(0) = \dots$ $f^{-1}(2) = \dots \{-4, 2, 6\}$
 $x=0 \notin \text{dom } f$

Determinate sul foglio a quadretti il numero delle soluzioni dell'equazione

$f(x) = k$ per $k \in [1, 3]$.
 $k=1$ nessuna sol.ve $2 < k < 3$ 5 sol.ve
 $1 < k < 2$ 1 sol.ve
 $k=2$ 3 sol.ve $k=3$ 4 sol.ve

La funzione f è strettamente decrescente per $x \in [-4, 0[$: VERO o **FALSO**

MOTIVAZIONE: $\exists x_1, x_2 \in [-4, 0[: x_1 < x_2 \in \neg (f(x_1) \leq f(x_2))$ (Negazione di f strettam. decrescente)
 basta considerare ad es. $x_1 = -4$ $x_2 = -2$
 $x_1 = -4 < x_2 = -2 \Rightarrow f(-4) = 2 < f(-2) = 4$

Determinate $f\left(-\frac{11}{2}, 0\right) = \dots]-3, 0[\cup [2, 4]$

4) Disegnate con precisione sul foglio a quadretti l'insieme di equazione $4x^2 - 9y^2 = 36$, dopo aver spiegato che cosa rappresenta e le sue caratteristiche.

A pag 8

(MAT) Determinate le intersezioni della figura precedente con la circonferenza di $C(0, 0)$

e $R = \frac{2\sqrt{10}}{\sqrt{3}}$ individuandole anche sul disegno.

A pag 7-8

5) Determinate tutte le soluzioni della disequazione $\frac{\log(4x^2 + 3x)}{-2x^2 + x + 1} < 0$.

Risposta: $\dots x \in]-\infty, -1[\cup]0, \frac{1}{4}[\cup]1, +\infty[$

SOLUZIONE

-4A-

es. 0) a) $x(2x^3 - 5x^2 + 4x - 1) > 0$

Decomponiamo $P(x) = 2x^3 - 5x^2 + 4x - 1$: $P(1) = 2 - 5 + 4 - 1 = 0$,
quindi $P(x)$ è divisibile per $(x-1)$ e si ottiene

$$P(x) = (x-1)(2x^2 - 3x + 1)$$

essendo $2x^2 - 3x + 1 = 0$

$$x_{1,2} = \frac{3 \pm 1}{4} = \begin{cases} x_1 = \frac{1}{2} \\ x_2 = 1 \end{cases}$$

Concludiamo che $P(x) = (x-1)^2(2x-1)$.

$$\begin{array}{r|l} 2x^3 - 5x^2 + 4x - 1 & x-1 \\ \underline{2x^3 - 2x^2} & 2x^2 - 3x + 1 \\ -3x^2 + 4x - 1 & \\ \underline{-3x^2 + 3x} & \\ X - 1 & \\ \underline{X - 1} & \\ \hline & \end{array}$$

Allora abbiamo $x \cdot (x-1)^2 \cdot (2x-1) > 0$ Disce
 $F_1 \cdot F_2 \cdot F_3$ PRODOTTO

$$F_1 = x > 0 \quad F_1 = 0 \text{ se } x = 0$$

$$F_2 = (x-1)^2 > 0 \quad \forall x \neq 1 \quad F_2 = 0 \text{ se } x = 1$$

$$F_3 = 2x-1 > 0 \text{ se } x > \frac{1}{2} \quad F_3 = 0 \text{ se } x = \frac{1}{2}$$

$$F_1 \cdot F_2 \cdot F_3 \quad \oplus \quad 0 \quad - \quad 0 \quad \oplus \quad 0 \quad \oplus$$

$$F_1 \cdot F_2 \cdot F_3 > 0 \Leftrightarrow x < 0 \cup \frac{1}{2} < x < 1 \cup x > 1 \text{ da cui}$$

$$A =]-\infty, 0[\cup]\frac{1}{2}, 1[\cup]1, +\infty[$$

b) Separiamo i numeri positivi dai negativi :

$$8 - 5\sqrt{3} \stackrel{?}{>} 0 \Leftrightarrow 5\sqrt{3} < 8 \Leftrightarrow 25 \cdot 3 < 64 \Leftrightarrow 75 < 64 \text{ (F)}$$

$$8 - 5\sqrt{3} < 0$$

$N^{\text{negativi}} : -4, 8 - 5\sqrt{3}, -\frac{2}{3}$
elevo(.)²
sono entrambi
positivi

$N^{\text{positivi}} : \sqrt{5}$

$$-4 < -1 < -\frac{2}{3} \Rightarrow \boxed{-4 < -\frac{2}{3}}$$

$$-4 \stackrel{?}{<} 8 - 5\sqrt{3} \Leftrightarrow 5\sqrt{3} < 12 \Leftrightarrow 75 < 144 \text{ (V)}$$

$$\boxed{-4 < 8 - 5\sqrt{3}}$$

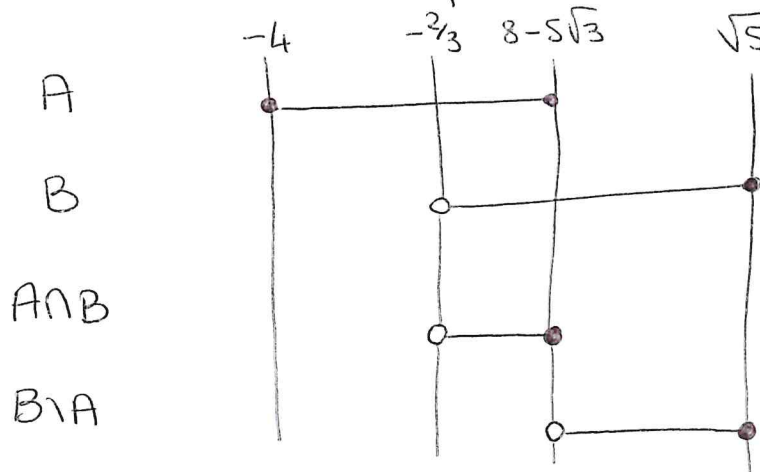
$$8 - 5\sqrt{3} \stackrel{?}{<} -\frac{2}{3} \Leftrightarrow 5\sqrt{3} > 8 + \frac{2}{3} = \frac{26}{3}$$

$$\Leftrightarrow 15\sqrt{3} > 26 \Leftrightarrow 225 \cdot 3 > 26^2 \Leftrightarrow 675 > 676 \text{ (F)}$$

$$\boxed{-\frac{2}{3} < 8 - 5\sqrt{3}}$$

L'ordine crescente è pertanto -4 $-\frac{2}{3}$ $8-5\sqrt{3}$ $\sqrt{5}$

11/10/19 - Mat/Fis
-5A-



$$A \cap B =]-\frac{2}{3}, 8-5\sqrt{3}]$$

$$B \setminus A =]8-5\sqrt{3}, \sqrt{5}]$$

$$c) \sqrt{3x} < 2x \Leftrightarrow \begin{cases} 3x \geq 0 \\ 2x \geq 0 \\ 3x < (2x)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ 4x^2 - 3x > 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x(4x-3) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x < 0 \text{ o } x > \frac{3}{4} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow x \in]\frac{3}{4}, +\infty[$$

$$e) [\log_4 (e^{-3 \log_4})]^{-2} = [\log_4 (e^{\log_4 4^{-3}})]^{-2} = [\log_4 4^{-3}]^{-2} =$$

$$\downarrow m \log_a b = \log_a b^m$$

$$\downarrow e^{\log_e x} = x \quad \forall x > 0$$

$$4^{-3} = \frac{1}{64} > 0$$

$$= [-3]^{-2} = \frac{1}{(-3)^2} = \frac{1}{9}$$

$$\downarrow \log_4 4^x = x \quad \forall x \in \mathbb{R}$$

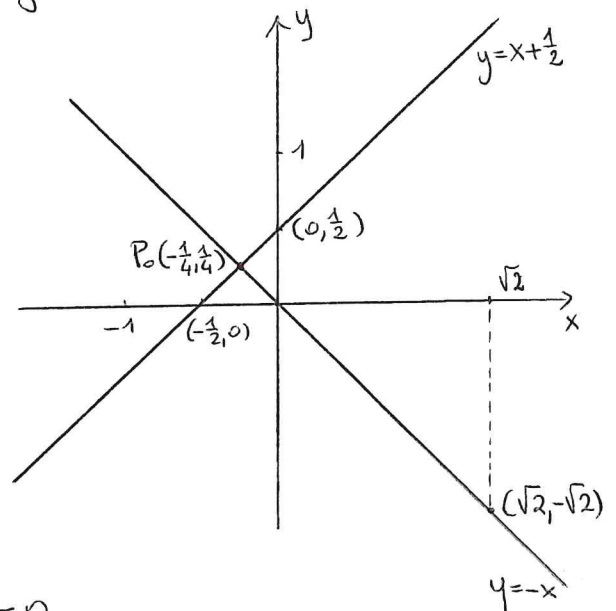
$$f) 4y = 4x + 2 \quad y = x + \frac{1}{2} \quad \text{retta di coeff. angolare } m=1 \text{ per } (0, \frac{1}{2}) \text{ e } (-\frac{1}{2}, 0)$$

$$m_s = -\frac{1}{m} = -1 \quad y = -\sqrt{2} - (x - \sqrt{2})$$

$$\text{retta } s: y = -x$$

$$r \cap s \begin{cases} y = -x \\ y = x + \frac{1}{2} \end{cases} \begin{cases} \dots \\ -x = x + \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dots \\ 2x = -\frac{1}{2} \end{cases} \begin{cases} x = -\frac{1}{4} \\ y = \frac{1}{4} \end{cases} \quad P_0 = (-\frac{1}{4}, \frac{1}{4})$$



$$g) \sin x (3 \cos x - 2 \sin^2 x) = 0$$

$$\Leftrightarrow \sin x = 0 \quad \text{ o } \quad 3 \cos x - 2(1 - \cos^2 x) = 0$$

$$\downarrow \sin^2 x = 1 - \cos^2 x$$

legge di annullamento
del prodotto

$$\Leftrightarrow \sin x = 0 \quad \text{ o } \quad 2 \cos^2 x + 3 \cos x - 2 = 0$$

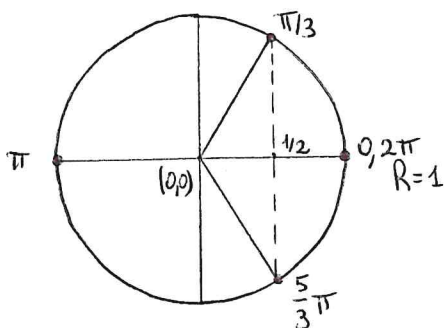
$$2t^2 + 3t - 2 = 0 \quad t_{1,2} = \frac{-3 \pm 5}{4} \Rightarrow \begin{cases} t_1 = -2 \\ t_2 = \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow x = 0, \pi, 2\pi \quad \text{ o } \quad \cos x = -2 \quad \text{ o } \quad \cos x = \frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow x = 0, \pi, 2\pi \quad \text{ o } \quad \text{nessuna sol.}^{\text{ve}} \quad \text{ o } \quad x = \frac{\pi}{3}, \frac{5}{3}\pi$$

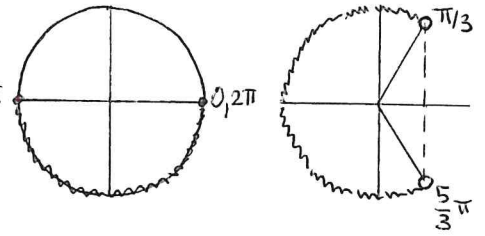
perché
 $\cos x \geq -1 > -2$
 $\forall x$

$$S = \left\{ 0, \frac{\pi}{3}, \pi, \frac{5}{3}\pi, 2\pi \right\}$$



h) (MAT) $\sin x \leq 0 \Leftrightarrow x \in [\pi, 2\pi] \cup \{0\}$

$\cos x < \frac{1}{2} \Leftrightarrow x \in]\frac{\pi}{3}, \frac{5}{3}\pi[$



(eq. $\cos x = \frac{1}{2}$ risulta nell'es. g))

$$\begin{cases} x \in [\pi, 2\pi] \cup \{0\} \\ x \in]\frac{\pi}{3}, \frac{5}{3}\pi[\end{cases} \Leftrightarrow \boxed{x \in [\pi, \frac{5}{3}\pi[} = S$$

ES. 1) $|x^2 + 4x + \frac{5}{2}| \geq -6x - \frac{13}{2} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x^2 + 4x + \frac{5}{2} \leq 6x + \frac{13}{2} \quad \text{ou} \quad x^2 + 4x + \frac{5}{2} \geq -6x - \frac{13}{2}$

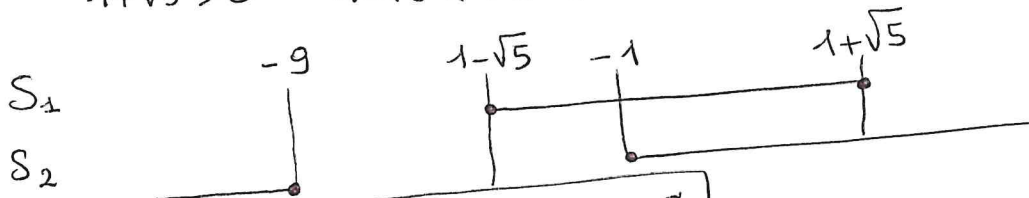
$\Leftrightarrow x^2 - 2x - 4 \leq 0 \quad \text{ou} \quad x^2 + 10x + 9 \geq 0$

$\Leftrightarrow 1 - \sqrt{5} \leq x \leq 1 + \sqrt{5} \quad \text{ou} \quad (x \leq -9 \text{ ou } x \geq -1)$

$x_{1,2} = 1 \pm \sqrt{5}$

$x_{1,2} = -5 \pm \sqrt{16} = -5 \pm 4 < -1$

$1 + \sqrt{5} > 0 \quad 1 - \sqrt{5} < -1 \Leftrightarrow \sqrt{5} > 2 \Leftrightarrow 5 > 4 \quad (\text{V})$



$S_1 \cap S_2 = [-9, +\infty[\cap [1 - \sqrt{5}, +\infty[= S$

ES. 5) $\frac{\log(4x^2 + 3x)}{-2x^2 + x + 1} < 0$

C.E. $\begin{cases} 4x^2 + 3x > 0 \\ -2x^2 + x + 1 \neq 0 \end{cases} \begin{cases} x < -\frac{3}{4} \text{ ou } x > 0 \\ x \neq -\frac{1}{2} \text{ e } x \neq 1 \end{cases}$

$2x^2 - x - 1 \neq 0$
 $x_{1,2} = \frac{1 \pm 3}{4} \quad x_1 = -\frac{1}{2} \quad x_2 = 1$

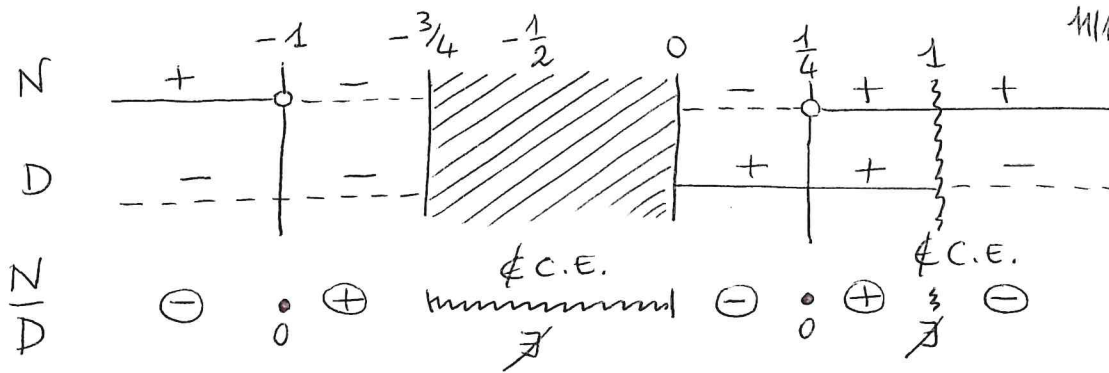
C.E. $x \in]-\infty, -\frac{3}{4}[\cup]0, 1[\cup]1, +\infty[$

poiché $-\frac{3}{4} < -\frac{1}{2} < -\frac{2}{4}$

$N = \log(4x^2 + 3x) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \in \text{C.E.} \\ 4x^2 + 3x > 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \in \text{C.E.} \\ 4x^2 + 3x - 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow (x+1)(4x-1) > 0$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x \in \text{C.E.} \\ x < -1 \text{ ou } x > \frac{1}{4} \end{cases}$

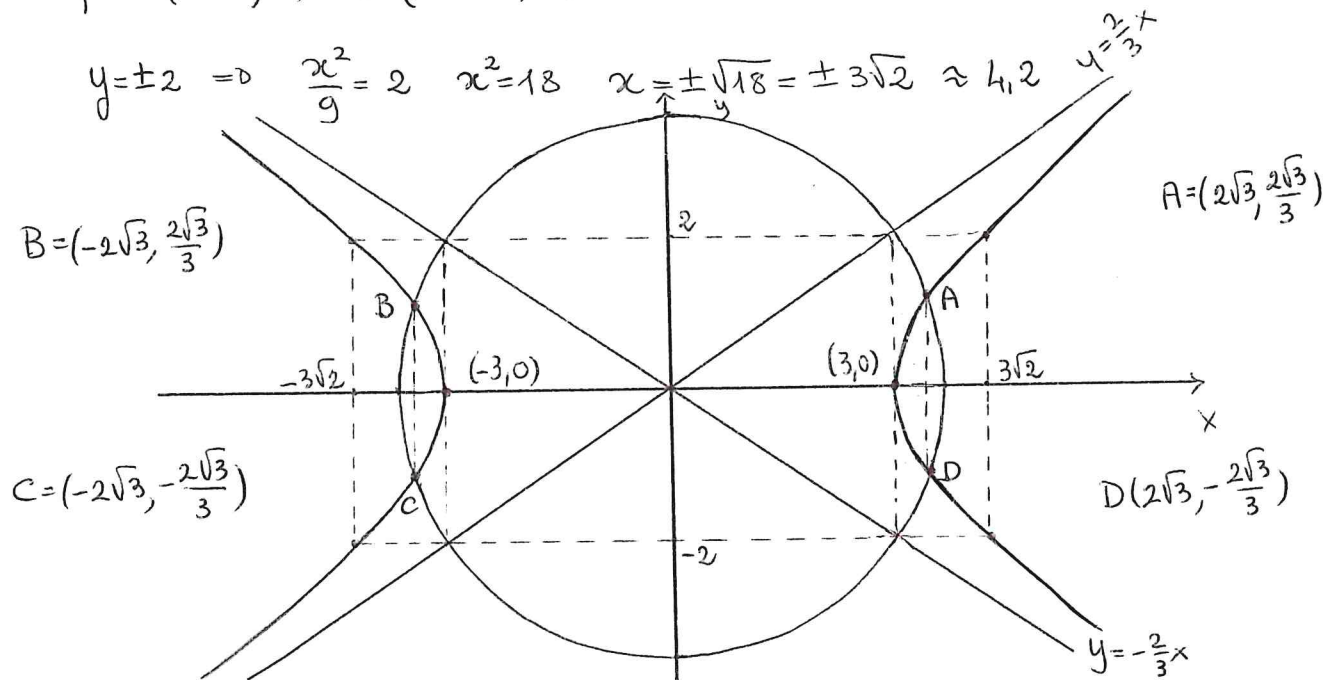
$D = -2x^2 + x + 1 > 0 \Leftrightarrow 2x^2 - x - 1 < 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{2} < x < 1$



$$\frac{N}{D} < 0 \Leftrightarrow x \in]-\infty, -1[\cup]0, \frac{1}{4}[\cup]1, +\infty[\text{ da cui}$$

$$S =]-\infty, -1[\cup]0, \frac{1}{4}[\cup]1, +\infty[$$

ES. 4) $4x^2 - 9y^2 = 36 \Leftrightarrow \frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{4} = 1$ che rappresenta un'IPERBOLE avente $C(0,0)$ RIFERITA agli asintoti ($a=3, b=2$, ASINTOTI $y = \pm \frac{b}{a}x \rightarrow y = \pm \frac{2}{3}x$) passante per $(\pm 3, 0)$ e $(\pm 3\sqrt{2}, 2)$



$$(MAT) \begin{cases} x^2 + y^2 = \frac{40}{3} \\ 4x^2 - 9y^2 = 36 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = \frac{40}{3} - y^2 \\ 4(\frac{40}{3} - y^2) - 9y^2 = 36 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{160}{3} - 13y^2 = 36 \\ 13y^2 = \frac{52}{3} \\ y^2 = \frac{4}{3} \\ y = \pm \frac{2}{\sqrt{3}} = \pm \frac{2\sqrt{3}}{3} \end{cases} \quad \begin{cases} x^2 = \frac{40}{3} - \frac{4}{3} = 12 \\ x = \pm 2\sqrt{3} \approx \pm 3,4 \end{cases}$$

Intersezioni in $(\pm 2\sqrt{3}, \pm \frac{2\sqrt{3}}{3})$
 $\approx 3,4 \quad \approx 1,15$

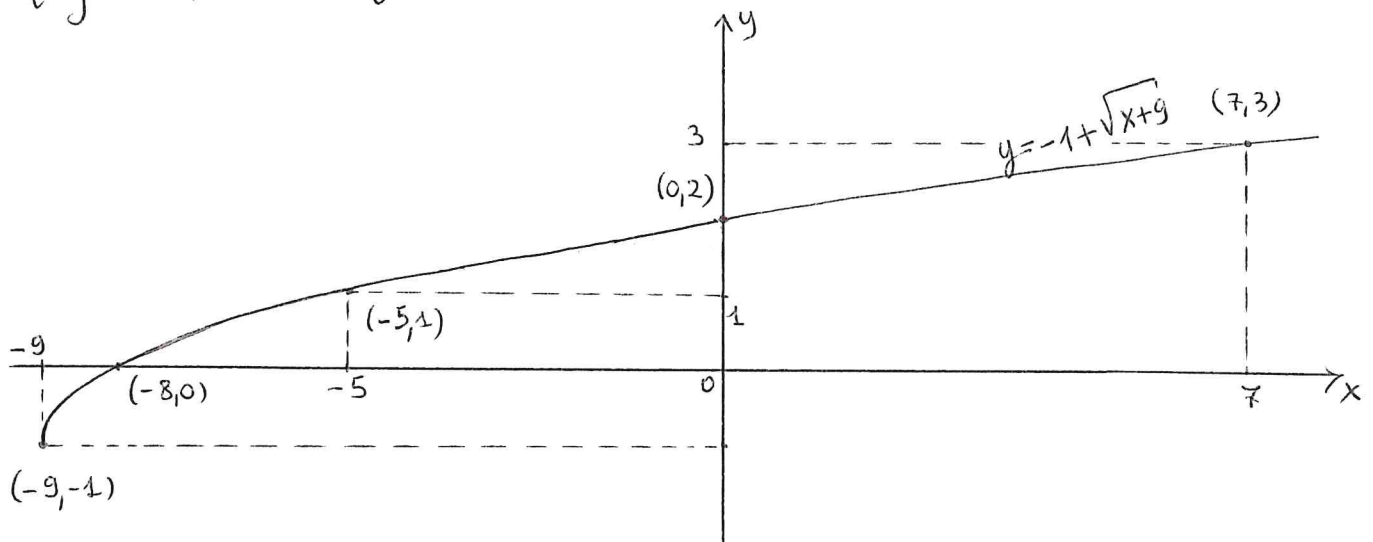
es. 0) i) $f(x) = -1 + \sqrt{x+9}$ $\text{dom} f = \{x \in \mathbb{R} : x+9 \geq 0\} = [-9, +\infty[$

eq.^{ue} del grafico $y = -1 + \sqrt{x+9}$ si tratta del grafico della radice

$y = \sqrt{x}$ spostato a sinistra di 9 ed in basso di 1 - Passa per

$(-9, -1)$ $(-8, 0)$ $(-5, 1)$ $(0, 2)$ $(7, 3)$, nessun asintoto

$$\begin{cases} y=0 \\ y=-1+\sqrt{x+9} \end{cases} \quad \begin{cases} -1+\sqrt{x+9}=0 \\ \dots \end{cases} \quad \begin{cases} \sqrt{x+9}=1 \\ \dots \end{cases} \quad \begin{cases} x+9 \geq 0 \\ 1 > 0 \\ x+9=1 \end{cases} \quad \begin{cases} x=-8 \text{ Acc.} \\ y=0 \end{cases}$$



$g(x) = \log(x-1)$ $\text{dom} g = \{x \in \mathbb{R} : x-1 > 0\} =]1, +\infty[$

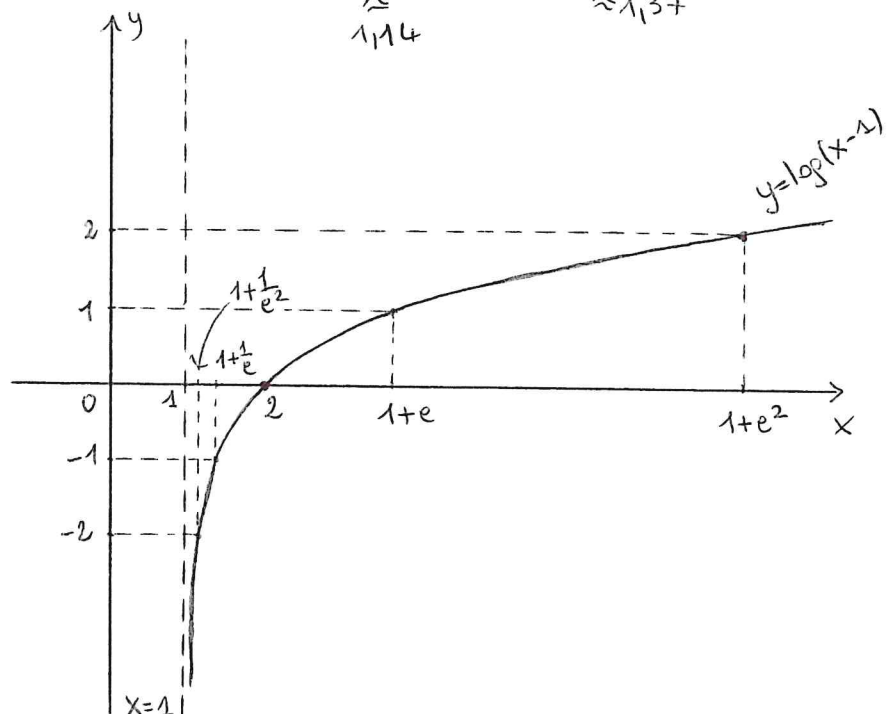
eq.^{ue} del grafico: $y = \log(x-1)$ si tratta del grafico del logaritmo

$y = \log x$ spostato a destra di 1. Passa per $(1 + \frac{1}{e^2}, -2)$ $(1 + \frac{1}{e}, -1)$

$(2, 0)$ $(1+e, 1)$ $(1+e^2, 2)$
 $\approx 3,7$ $\approx 8,4$

asintoto verticale $x=1$

$$\begin{cases} y = \log(x-1) \\ y = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} \log(x-1) = 0 \\ \dots \end{cases} \quad \begin{cases} x-1 > 0 \\ x-1 = e^0 = 1 \end{cases} \quad \begin{cases} x = 2 \text{ Acc} \\ y = 0 \end{cases}$$



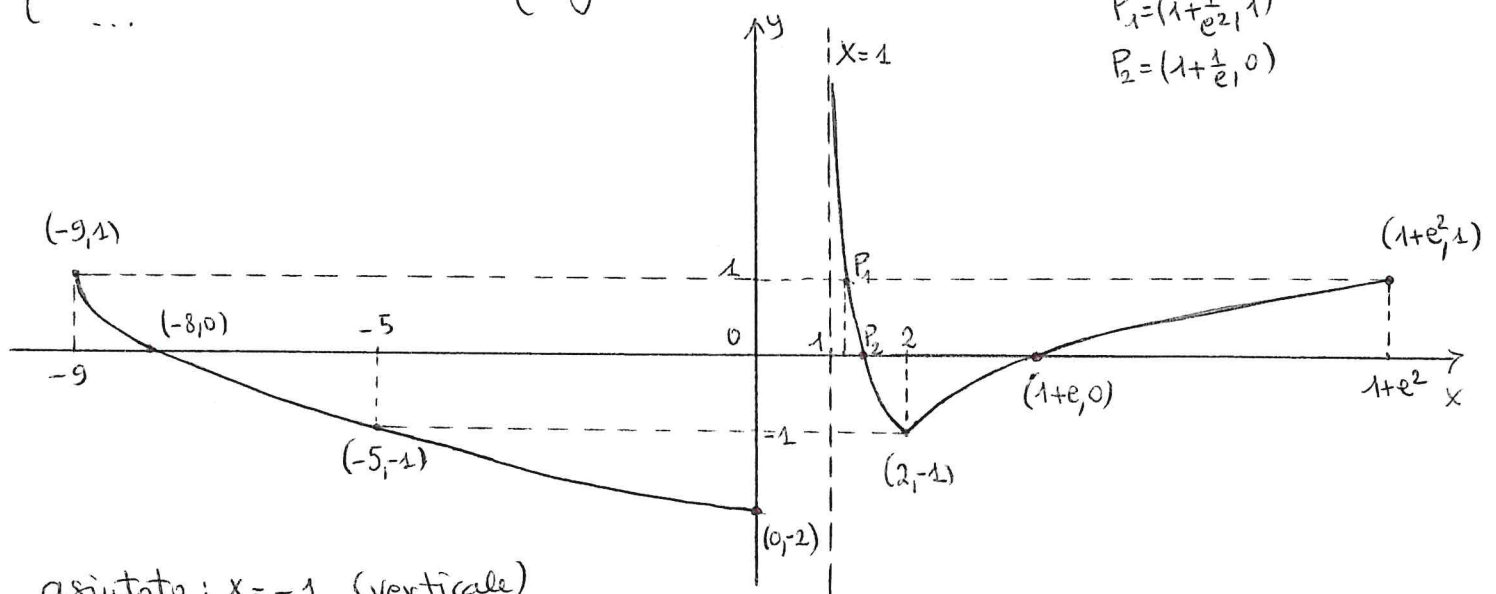
es. 2) a) 1° tratto eq.^{ue} del grafico $y = -(-1 + \sqrt{x+9})$ si tratta del grafico

$y = -1 + \sqrt{x+9}$ della funzione f disegnata al punto c) simmetrizzato rispetto all'asse x : passa per i punti $(-9, 1)$ $(-8, 0)$ $(-5, -1)$ $(0, -2)$.

2° tratto eq.^{ue} del grafico $y = |\log(x-1)| - 1$ si tratta del grafico $y = \log(x-1)$ della funzione g disegnata al punto c) di cui si considera il VALORE ASSOLUTO (quindi il simmetrico rispetto all'asse x solo delle $y < 0$, mentre le $y \geq 0$ rimangono inalterate) e che poi viene spostato verso il basso di 1. Passa per $(1 + \frac{1}{e^2}, 1)$ $(1 + \frac{1}{e}, 0)$ $(2, -1)$ $(1+e, 0)$ $(1+e^2, 1)$.

$$\begin{cases} y = 0 \\ y = |\log(x-1)| - 1 \end{cases} \quad \begin{cases} |\log(x-1)| = 1 \\ \dots \end{cases} \quad \begin{cases} \log(x-1) = 1 \quad \text{e} \quad \log(x-1) = -1 \\ \dots \end{cases}$$

$$\begin{cases} \begin{cases} x > 1 \\ x-1 = e \end{cases} \quad \text{e} \quad \begin{cases} x > 1 \\ x-1 = \frac{1}{e} \end{cases} \end{cases} \quad \begin{cases} x = e+1 \\ y = 0 \end{cases} \quad \text{e} \quad \begin{cases} x = 1 + \frac{1}{e} \\ y = 0 \end{cases} \quad \text{entrambe accettabili}$$



asintoto: $x = -1$ (verticale)

$$f\left(1 + \frac{1}{e^2}\right) = \left|\log\left(1 + \frac{1}{e^2} - 1\right)\right| - 1 = \left|\log\left(\frac{1}{e^2}\right)\right| - 1 = |-2| - 1 = 2 - 1 = 1$$

$1 + \frac{1}{e^2} > 1$

$$f(-5) = -(-1 + \sqrt{-5+9}) = -(-1 + \sqrt{4}) = -(-1 + 2) = -(+1) = -1$$

$-5 < 0$

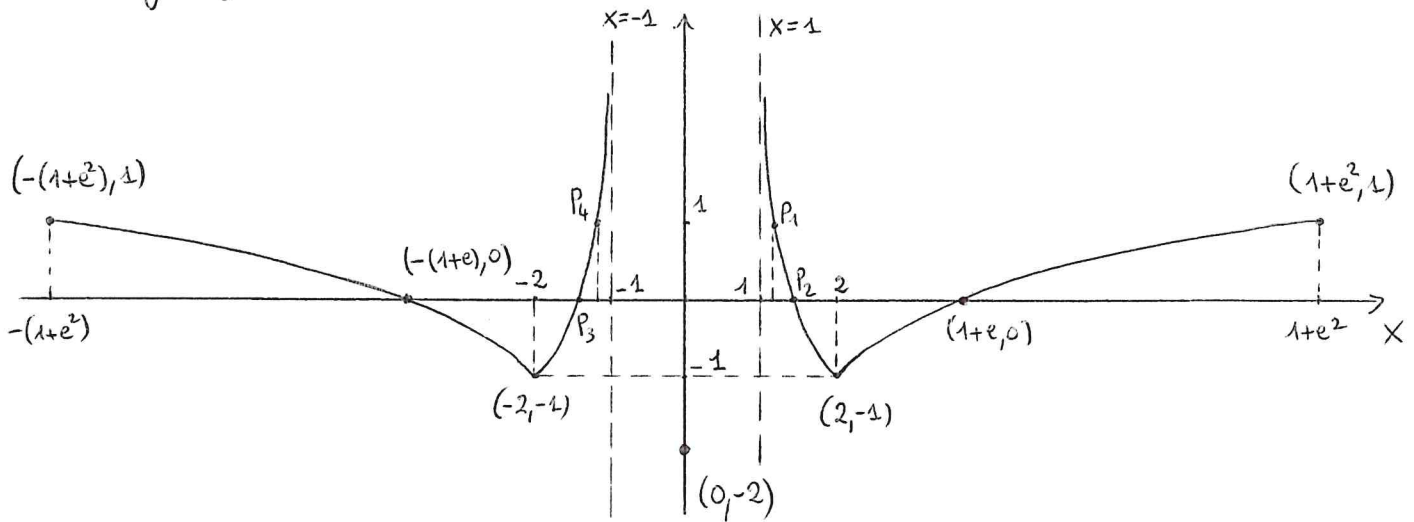
es 2)b) Il grafico della funzione g che ha eq.^{ue} $y=f(|x|)$

corrisponde a considerare

$$g(x) = \begin{cases} f(x) & x \geq 0 \rightarrow y=f(x) \text{ se } x \geq 0 \\ f(-x) & x < 0 \rightarrow y=f(-x) \text{ se } x < 0 \end{cases}$$

SIMMETRICO di f
rispetto all'asse y

$$\text{dom } g = \{x \in \mathbb{R} : |x| \in \text{dom } f\} = \{0\} \cup]1, 1+e^2] \cup [-(1+e^2), -1[.$$



asintoti verticali: $x = -1, x = 1$

$$P_3 = (-1 + \frac{1}{e}, 0) \quad P_4 = (-1 + \frac{1}{e^2}, 1)$$