

COGNOME _____ NOME _____ MATRICOLA                 CORSO SEGUITO                      Mat      Fis	NON SCRIVETE QUI							
	<table border="1" style="display: inline-table; margin-right: 20px;"> <tr> <td style="width: 20px; height: 20px;">1</td> <td style="width: 20px; height: 20px;">2</td> <td style="width: 20px; height: 20px;">3</td> <td style="width: 20px; height: 20px;">4</td> <td style="width: 20px; height: 20px;">5</td> <td style="width: 20px; height: 20px;">6</td> <td style="width: 20px; height: 20px;">7</td> </tr> </table> <div style="border: 1px solid black; width: 100px; height: 80px; display: inline-block;"></div>	1	2	3	4	5	6	7
1	2	3	4	5	6	7		

UNIVERSITÀ DI PARMA — C.L. in MATEMATICA e FISICA

ESAME DI ELEMENTI DI MATEMATICA

A.A. 2019-2020 — PARMA, 15 NOVEMBRE 2019

Riempite immediatamente questo foglio scrivendo **in stampatello** cognome, nome e numero di matricola, e fate una barra sul Corso. Scrivete cognome e nome (in stampatello) su ogni foglio a quadretti.

Il tempo massimo per svolgere la prova è di due ore e mezza (CdL FISICA), due ore e cinquanta minuti (CdL MATEMATICA). Non potete uscire se non dopo avere consegnato il compito, al termine della prova.

Svolgete prima i calcoli in brutta, poi svolgete ordinatamente gli esercizi su un altro foglio protocollo a quadretti, infine **copiate le sole risposte** su questo foglio.

È obbligatorio consegnare sia il testo, sia tutti i fogli ricevuti; al momento della consegna, inserite tutti i fogli a quadretti dentro quello con il testo. Potete usare solo il materiale ricevuto e il vostro materiale di scrittura (in particolare è vietato usare appunti, calcolatrici, foglietti ecc.). Non usate il colore rosso.

Nell'apposito spazio, **dovete riportare la risposta.**

1) **PARTE PRELIMINARE**      Completate:

a) Se  $f(x) = \frac{1}{2} \log(6x + 4)^2 + \frac{1}{|x-1| + 2 - \sqrt{2}} \sqrt{9 - 16x^2}$

allora:

$\text{dom } f = \dots$

b) Dati i due insiemi  $A = [-6, -\frac{16}{7} [ \cup [ \frac{3}{4}, +\infty [$ ,  $B = ] - \sqrt{6}, 5 - 4\sqrt{3} ]$ , allora:

$A \cup B = \dots$

$A \setminus B = \dots$

(sono richiesti i calcoli di tutti i confronti necessari, senza utilizzare i numeri decimali).

c)  $|f(x)| \leq g(x) \iff \dots$

$|x^2 - 40| \leq 3x \iff \dots$

d)  $\sin(\frac{13}{4}\pi) = \dots$        $\cos(-\frac{7}{6}\pi) = \dots$        $\tan(\frac{2}{3}\pi) = \dots$

(è richiesto il disegno di ogni angolo).

e)  $\log_3 \frac{2}{3} + e^{-\frac{1}{2} \log 9} + \log_{\frac{1}{4}} 16 + \log_3 \frac{1}{6} = \dots$

$28^2 = 784$   
 $29^2 = 841$   
 $38^2 = 1444$   
 $51^2 = 2601$   
 $67^2 = 4489$

f) L'equazione della circonferenza di centro  $(\frac{3}{2}, -2)$  e raggio 4 è ...

Disegnate con precisione la circonferenza sul foglio a quadretti.

g) Determinate e disegnate tutte le soluzioni  $x \in [0, 2\pi]$  dell'equazione

$$(2 \sin x + \sqrt{3})(-3 \sin x - 3 \cos x)(4 \cos x + 5) = 0 \iff \dots$$

h) (MAT) Determinate tutte le soluzioni  $x \in [0, 2\pi]$  della seguente disequazione

$$(2 \sin x + \sqrt{3})(2 \cos x - 1) < 0.$$

i) Disegnate sul foglio a quadretti con precisione (dominio, equazione del grafico, tutti i passaggi necessari per la costruzione, intersezioni con gli assi coordinati, punti significativi, asintoti) il grafico delle seguenti funzioni:

$$f(x) = \log(|x|), \quad g(x) = e^{-x}.$$

2)  $\sqrt{f(x)} > g(x) \iff \dots$

$$\sqrt{4x^2 - 3} > 2x + 4 \iff \dots$$

3) a) Disegnate con precisione sul foglio a quadretti il grafico della seguente funzione (in parte disegnata nella parte preliminare punto i) ), specificando l'equazione del grafico di ogni tratto, tutti i passaggi necessari per la costruzione di ogni tratto, le coordinate dei punti di intersezione con gli assi cartesiani, gli asintoti e eventuali altri punti significativi:

$$f(x) = \begin{cases} -\frac{1}{2}x - 3 & \text{se } -7 \leq x < -3 \\ -\log(|x|) & \text{se } -e \leq x < 0 \\ |e^{-(x-2)} - 1| & \text{se } x \geq 0 \end{cases}$$

dom  $f = \dots$

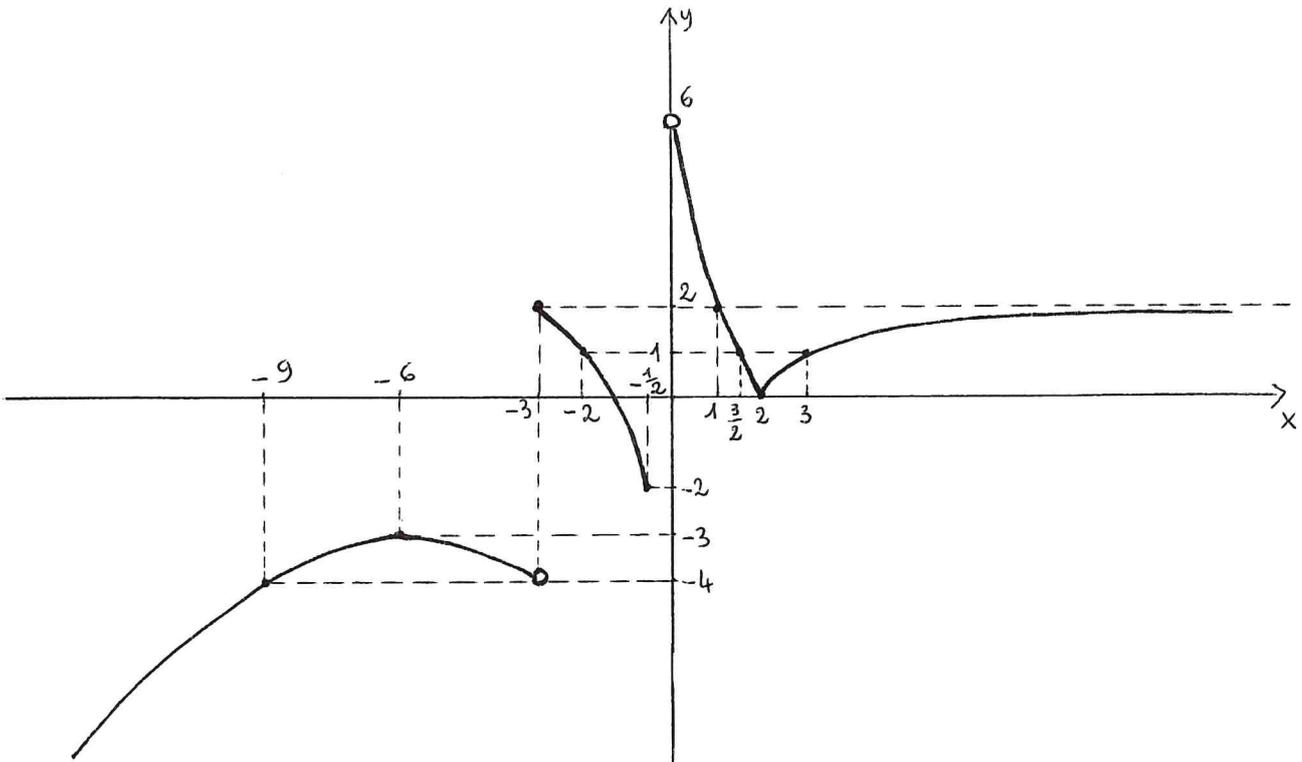
Imm  $f = \dots$

$$f\left(-\frac{1}{e^2}\right) = \dots$$

$$f^{-1}(1) = \dots$$

b) Disegnate con precisione il grafico della funzione  $g(x) = f(-x)$ , specificandone il dominio e giustificando il grafico ottenuto.

4) Considerate la funzione  $f$  che ha il seguente grafico:



$\text{dom } f = \dots,$

$\text{Imm } f = \dots$

$$f\left(-\frac{1}{4}\right) = \dots \quad f(-3) = \dots \quad f^{-1}(1) = \dots$$

Determinate sul foglio a quadretti il numero delle soluzioni dell'equazione

$$f(x) = k \text{ per } k \in [0, 6].$$

La funzione  $f$  è iniettiva per  $x \in ]-\infty, -3[$ : VERO o FALSO

MOTIVAZIONE:

Determinate  $f([1, 3[) = \dots$

5) Disegnate con precisione sul foglio a quadretti l'insieme di equazione  $4x^2 + 5y^2 = 20$ , dopo aver spiegato che cosa rappresenta e le sue caratteristiche.

(MAT) Determinate le intersezioni della figura precedente con la parabola di vertice  $(0, 2)$  passante per  $(-2, -2)$  dopo averne determinato l'equazione; individuate le intersezioni anche sul disegno.

6) Determinate tutte le soluzioni della disequazione  $\frac{e^{2x} - 3e^x + 2}{\log(9 - x^2)} > 0$ .

**Risposta:** ...