

COGNOME \_\_\_\_\_

NOME \_\_\_\_\_

MATRICOLA

CORSO SEGUITO Mat Fis

NON SCRIVETE QUI

1	2	3	4	5	6	7
---	---	---	---	---	---	---

UNIVERSITÀ DI PARMA — C.L. in Matematica e Fisica

ESAME DI ELEMENTI DI MATEMATICA

A.A. 2019-2020 — PARMA, 29 GENNAIO 2020

Riempite immediatamente questo foglio scrivendo **in stampatello** cognome, nome e numero di matricola, e fate una barra sul Corso. Scrivete cognome e nome (in stampatello) su ogni foglio a quadretti.

Il tempo massimo per svolgere la prova è di due ore e mezza (CdL FISICA), due ore e cinquanta minuti (CdL MATEMATICA). Non potete uscire se non dopo avere consegnato il compito, al termine della prova.

Svolgete prima i calcoli in brutta, poi svolgete ordinatamente gli esercizi su un altro foglio protocollo a quadretti, infine **copiate le sole risposte** su questo foglio.

È obbligatorio consegnare sia il testo, sia tutti i fogli ricevuti; al momento della consegna, inserite tutti i fogli a quadretti dentro quello con il testo. Potete usare solo il materiale ricevuto e il vostro materiale di scrittura (in particolare è vietato usare appunti, calcolatrici, foglietti ecc.). Non usate il colore rosso.

Nell'apposito spazio, **dovete riportare la risposta.**

1) **PARTE PRELIMINARE** Complete:

a) Se  $f(x) = \log(6x^3 - 7x^2 - 7x + 6) + \frac{1}{(x^2 + \sqrt{3})} \cdot \sqrt{\frac{2x-1}{1-x}}$

allora:

$\text{dom } f = \dots$

b) Dati i due insiemi  $A = [-4, -\frac{20}{9}[\cup[\frac{3+\sqrt{3}}{5}, +\infty[$ ,  $B = [-\frac{16}{7}, 1]$ , allora:

$A \cap B = \dots$

$A \setminus B = \dots$

(sono richiesti i calcoli di tutti i confronti necessari, senza utilizzare i numeri decimali).

c)  $\sqrt{f(x)} > g(x) \iff \dots$

$\sqrt{x^2 + 2x + 5} > x - \frac{3}{2} \iff \dots$

d)  $\text{sen}(\frac{17}{6}\pi) = \dots$        $\text{cos}(-\frac{3}{4}\pi) = \dots$        $\text{tan}(\frac{5}{3}\pi) = \dots$

(è richiesto il disegno di ogni angolo).

e)  $2 \log_5 3 - 6^{(2+\log_6 \frac{1}{3})} - \log_5 \frac{9}{25} = \dots$

$15^2 = 225$        $\frac{94}{17} \approx 5,5$   
 $32^2 = 1024$   
 $36^2 = 1296$        $\frac{2}{17} \approx 0,18$

f) L'equazione della retta  $r$  passante per i due punti  $A = (-\frac{3}{2}, 2)$  e  $B = (6, -\frac{1}{2})$  è ...

L'equazione della retta  $s$  perpendicolare alla retta  $r$  e passante per il punto medio del segmento  $AB$  è ...

Disegnate con precisione punti e rette sul foglio a quadretti.

g) Determinate e disegnate tutte le soluzioni  $x \in [0, 2\pi]$  dell'equazione

$$(\sqrt{3} + 2 \operatorname{sen} x)(\sqrt{3} \operatorname{sen}^2 x - \operatorname{sen} x \cos x) = 0 \iff \dots$$

h) (MAT) Determinate tutte le soluzioni  $x \in [0, 2\pi]$  del seguente sistema  $\begin{cases} \tan x < -1 \\ \operatorname{sen} x < \frac{\sqrt{3}}{2} \end{cases}$ .

**Risposta:** ...

i) Disegnate sul foglio a quadretti con precisione (dominio, equazione del grafico, tutti i passaggi necessari per la costruzione, intersezioni con gli assi coordinati, punti significativi, asintoti) il grafico delle seguenti funzioni:

$$f(x) = \log(x - 4), \quad g(x) = e^{|x|}.$$

2)  $-\frac{1}{2}x^2 + 2x + 2 - |\frac{3}{2}x^2 - 5x - 2| > 0 \iff \dots$

3) a) Disegnate con precisione sul foglio a quadretti il grafico della seguente funzione (in parte disegnata nella parte preliminare punto i) ), specificando l'equazione del grafico di ogni tratto, tutti i passaggi necessari per la costruzione di ogni tratto, le coordinate dei punti di intersezione con gli assi cartesiani, gli asintoti e eventuali altri punti significativi:

$$f(x) = \begin{cases} 3 - e^{|x|} & \text{se } x \leq 0 \\ 1 + \sqrt{x} & \text{se } 0 < x < 4 \\ |\log(x - 4)| - 1 & \text{se } 4 < x \leq 4 + e^2 \end{cases}$$

$\operatorname{dom} f = \dots$

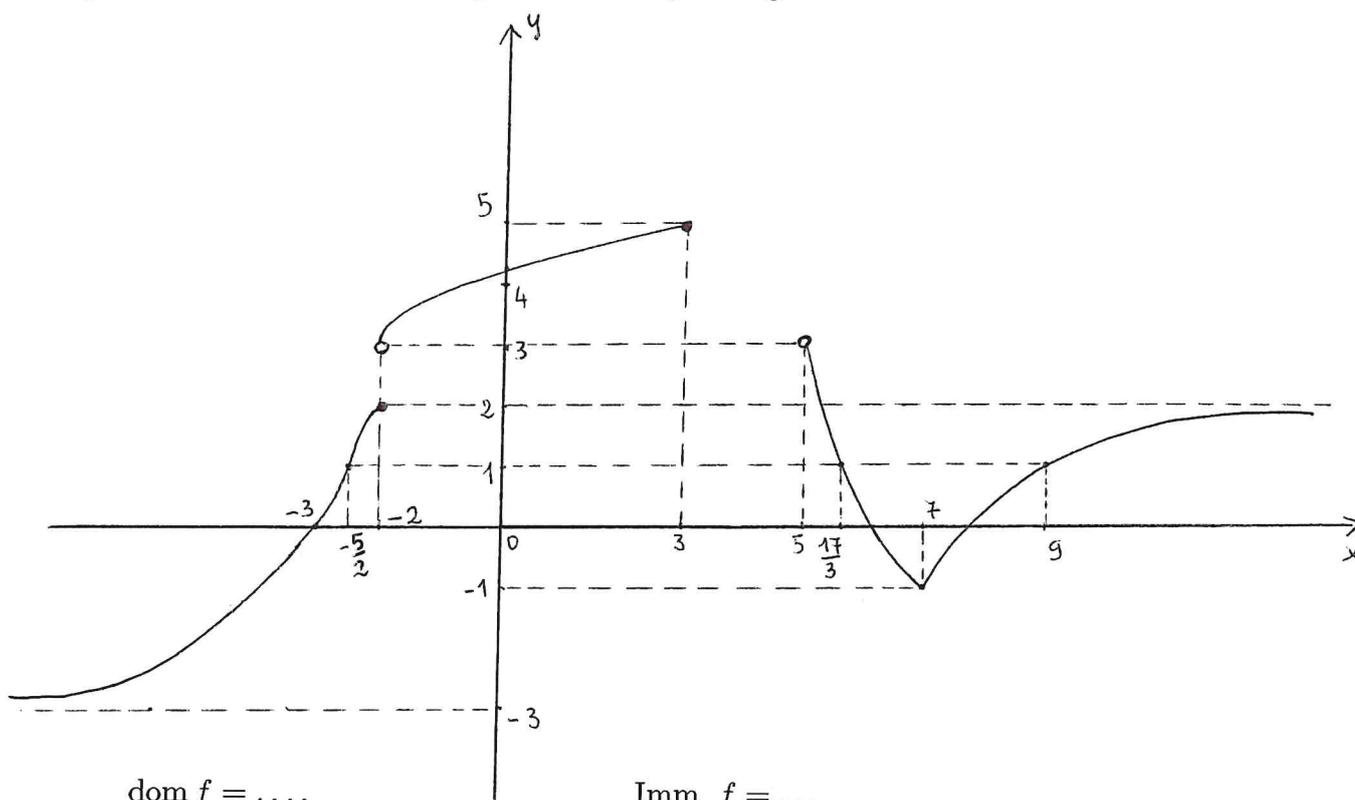
$\operatorname{Imm} f = \dots$

$$f(4 + \frac{1}{e^2}) = \dots$$

$$f^{-1}(0) = \dots$$

b) Disegnate con precisione il grafico della funzione  $g(x) = |f(x)|$ , specificandone il dominio e giustificando il grafico ottenuto.

4) Considerate la funzione  $f$  che ha il seguente grafico:



$\text{dom } f = \dots,$

$\text{Imm } f = \dots$

$f(5) = \dots \quad f(-2) = \dots \quad f^{-1}(1) = \dots$

Determinate sul foglio a quadretti il numero delle soluzioni dell'equazione

$f(x) = k$  per  $k \in [0, 5]$ .

La funzione  $f$  è strettamente crescente per  $x \in [-3, 3]$ : VERO o FALSO

MOTIVAZIONE:

Determinate  $f(]5, 9]) = \dots$

5) Disegnate con precisione sul foglio a quadretti l'insieme di equazione

$$4x^2 - 16y + 4y^2 + 8x - 80 = 0,$$

dopo aver spiegato che cosa rappresenta e le sue caratteristiche.

(MAT) Determinate le intersezioni della figura precedente con la retta di equazione

$x + 4y + 6 = 0$ ; disegnate in modo preciso la retta ed individuate le intersezioni anche sul disegno.

6) Determinate tutte le soluzioni dell'equazione

$$3^x + 3^{x-3} - 3^{x-4} + 3^{x-5} = 250.$$

**Risposta:** ...