COGNOME ______________________

NOME ______________________

MATRICOLA |_|_|_|_|_|_|_|

CORSO SEGUITO Mat Fis

NON SCRIVETE QUI

1	2	3	4	5	6	7

UNIVERSITÀ DI PARMA — C.L. in Matematica e Fisica

ESAME DI ELEMENTI DI MATEMATICA

A.A. 2019-2020 — PARMA, 29 GENNAIO 2020

ElMat-29/1/20-1-

Riempite immediatamente questo foglio scrivendo **in stampatello** cognome, nome e numero di matricola, e fate una barra sul Corso. Scrivete cognome e nome (in stampatello) su ogni foglio a quadretti.

Il tempo massimo per svolgere la prova è di due ore e mezza (CdL FISICA), due ore e cinquanta minuti (CdL MATEMATICA). Non potete uscire se non dopo avere consegnato il compito, al termine della prova.

Svolgete prima i calcoli in brutta, poi svolgete ordinatamente gli esercizi su un altro foglio protocollo a quadretti, infine **copiate le sole risposte** su questo foglio.

È obbligatorio consegnare sia il testo, sia tutti i fogli ricevuti; al momento della consegna, inserite tutti i fogli a quadretti dentro quello con il testo. Potete usare solo il materiale ricevuto e il vostro materiale di scrittura (in particolare è vietato usare appunti, calcolatrici, foglietti ecc.). Non usate il colore rosso.

Nell'apposito spazio, **dovete riportare** **la risposta**.

$15^2 = 225$ $\quad 32^2 = 1024$ $\quad 36^2 = 1296$ $\quad \frac{94}{17} \simeq 5{,}5$ $\quad \frac{2}{17} \simeq 0{,}18$

1) **PARTE PRELIMINARE** Completate:

a) Se $f(x) = \log(6x^3 - 7x^2 - 7x + 6) + \dfrac{1}{(x^2 + \sqrt{3})} \cdot \sqrt{\dfrac{2x-1}{1-x}}$

A pag. 4 allora:

$\operatorname{dom} f = \ldots \left[\frac{1}{2}, \frac{2}{3}\right[$

b) Dati i due insiemi $A = \left[-4, -\frac{20}{9}\right[\cup \left[\frac{3+\sqrt{3}}{5}, +\infty\right[$, $B = \left[-\frac{16}{7}, 1\right]$, allora:

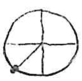
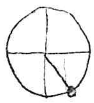
A pag 4-5

$A \cap B = \ldots \left[-\frac{16}{7}, -\frac{20}{9}\right[\cup \left[\frac{3+\sqrt{3}}{5}, 1\right]$ $\qquad A \setminus B = \ldots \left[-4, -\frac{16}{7}\right[\cup \left]1, +\infty\right[$

(sono richiesti i calcoli di tutti i confronti necessari, senza utilizzare i numeri decimali).

c) $\sqrt{f(x)} > g(x) \iff \ldots \begin{cases} f(x) \geq 0 \\ g(x) < 0 \end{cases}$ o $\begin{cases} f(x) \geq 0 \\ g(x) \geq 0 \\ f(x) > (g(x))^2 \end{cases}$

A pag. 5 $\sqrt{x^2 + 2x + 5} > x - \dfrac{3}{2} \iff \ldots \forall x \in \mathbb{R}$

d) $\operatorname{sen}\left(\frac{17}{6}\pi\right) = \ldots \frac{1}{2}$  $\cos\left(-\frac{3}{4}\pi\right) = \ldots -\frac{\sqrt{2}}{2}$  $\tan\left(\frac{5}{3}\pi\right) = \ldots -\sqrt{3}$ 

(è richiesto il disegno di ogni angolo).

A pag. 5-6

e) $2\log_5 3 - 6^{(2+\log_6 \frac{1}{3})} - \log_5 \frac{9}{25} = -10$

ElMat - 29/1/20 - 2

f) L'equazione della retta r passante per i due punti $A = (-\frac{3}{2}, 2)$ e $B = (6, -\frac{1}{2})$ è $y = -\frac{1}{3}x + \frac{3}{2}$

A pag. 6 L'equazione della retta s perpendicolare alla retta r e passante per il punto medio del segmento AB è ...$y = 3x - 6$

Disegnate con precisione punti e rette sul foglio a quadretti.

g) Determinate e disegnate tutte le soluzioni $x \in [0\,,\, 2\pi]$ dell'equazione

A pag. 6-7 $(\sqrt{3} + 2\,\mathrm{sen}\,x)\,(\sqrt{3}\,\mathrm{sen}^2 x - \mathrm{sen}\,x\,\cos x) = 0 \iff S = \{0, \frac{\pi}{6}, \pi, \frac{7}{6}\pi, \frac{4}{3}\pi, \frac{5}{3}\pi, 2\pi\}$

h) **(MAT)** Determinate tutte le soluzioni $x \in [0\,,\, 2\pi]$ del seguente sistema $\begin{cases} \tan x < -1 \\ \mathrm{sen}\,x < \dfrac{\sqrt{3}}{2} \end{cases}$.

A pag. 7 **Risposta:** $S =]\frac{2}{3}\pi, \frac{3}{4}\pi[\cup]\frac{3}{2}\pi, \frac{7}{4}\pi[$

i) Disegnate sul foglio a quadretti con precisione (dominio, equazione del grafico, tutti i passaggi necessari per la costruzione, intersezioni con gli assi coordinati, punti significativi, asintoti) il grafico delle seguenti funzioni:

A pag. 7-8

$f(x) = \log(x - 4)\,, \qquad g(x) = \mathrm{e}^{|x|}\,.$

A pag. 8

2) $-\frac{1}{2}x^2 + 2x + 2 - |\frac{3}{2}x^2 - 5x - 2| > 0 \iff x \in]-\frac{1}{2}, 0[\cup]3, 4[$

---

3) a) Disegnate con precisione sul foglio a quadretti il grafico della seguente funzione (in parte disegnata nella parte preliminare punto i)), specificando l'equazione del grafico di ogni tratto, tutti i passaggi necessari per la costruzione di ogni tratto, le coordinate dei punti di intersezione con gli assi cartesiani, gli asintoti e eventuali altri punti significativi:

A pag. 8-9-10

$$f(x) = \begin{cases} 3 - \mathrm{e}^{|x|} & \text{se } x \leq 0 \\ 1 + \sqrt{x} & \text{se } 0 < x < 4 \\ |\log(x-4)| - 1 & \text{se } 4 < x \leq 4 + \mathrm{e}^2 \end{cases}$$

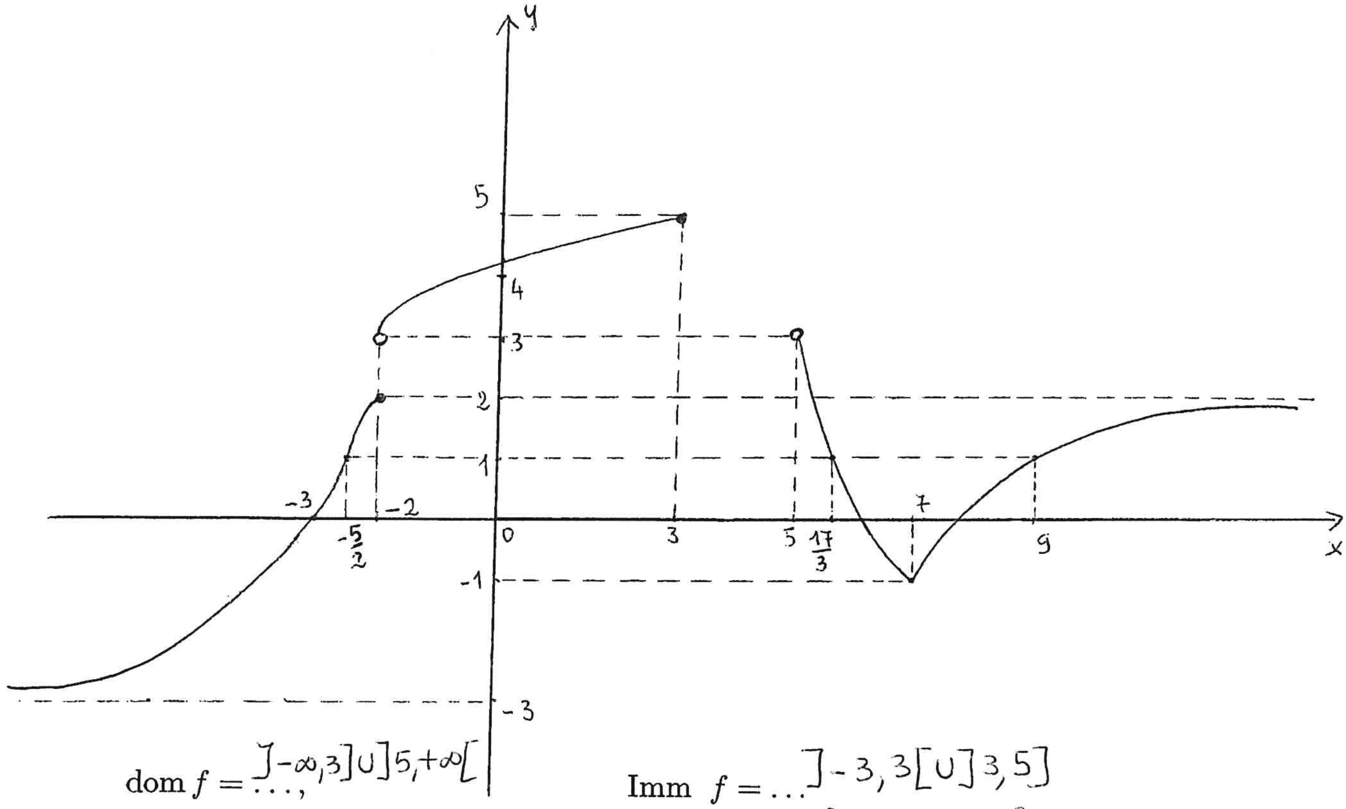
dom $f =]-\infty, 4[\cup]4, 4+e^2]$ $\qquad$ Imm $f = [-1, +\infty[$

$f(4 + \frac{1}{\mathrm{e}^2}) = 1$ $\qquad$ $f^{-1}(0) = \{-\log 3, 4 + \frac{1}{e}, 4 + \frac{1}{e^2}\}$

b) Disegnate con precisione il grafico della funzione $g(x) = |f(x)|$, specificandone il dominio e giustificando il grafico ottenuto.

---

4) Considerate la funzione f che ha il seguente grafico:



dom $f =$ $]-\infty,3] \cup]5,+\infty[$ Imm $f =$ $]-3,3[\cup]3,5]$

$f(5) = \nexists$ $x=5 \notin \mathrm{dom} f$ $f(-2) = 2$ $f^{-1}(1) = \{-\frac{5}{2}, \frac{17}{3}, 9\}$

Determinate sul foglio a quadretti il numero delle soluzioni dell'equazione

$f(x) = k$ per $k \in [0,5]$. $k \in [0,2[$ 3 sol.ni $k \in]2,3[$ 1 sol.ne $k \in]3,5]$ 1 sol.ne
$k=2$ 2 sol.ni $k=3$ 0 sol.ni

La funzione f è strettamente crescente per $x \in [-3, 3]$: ~~VERO~~ o FALSO

MOTIVAZIONE: $\forall x_1, x_2 \in [-3,3]$ $x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) < f(x_2)$

Determinate $f(\,]5,9]\,) =$ $[-1,3[$

---

5) Disegnate con precisione sul foglio a quadretti l'insieme di equazione

A pag. 11 $4x^2 - 16y + 4y^2 + 8x - 80 = 0$,

dopo aver spiegato che cosa rappresenta e le sue caratteristiche.

(MAT) Determinate le intersezioni della figura precedente con la retta di equazione $x + 4y + 6 = 0$; disegnate in modo preciso la retta ed individuate le intersezioni anche sul disegno.

---

6) Determinate tutte le soluzioni dell'equazione

A pag. 11

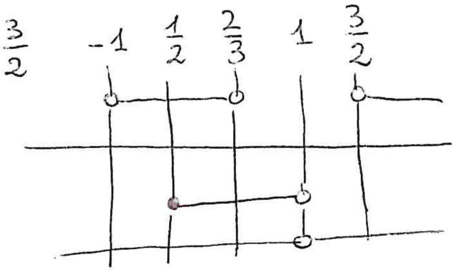
$$3^x + 3^{x-3} - 3^{x-4} + 3^{x-5} = 250 \,.$$

Risposta: $x=5$

SOLUZIONE

es. 1) a) $\text{dom} f = \left\{ x \in \mathbb{R} : 6x^3 - 7x^2 - 7x + 6 > 0,\ x^2 + \sqrt{3} \neq 0,\ \dfrac{2x-1}{1-x} \geq 0 \right\}$

$$\text{dom} f \begin{cases} \text{I} \quad 6x^3 - 7x^2 - 7x + 6 > 0 \\ \text{II} \quad x^2 + \sqrt{3} \neq 0 \\ \text{III} \quad \dfrac{2x-1}{1-x} \geq 0 \\ \text{IV} \quad 1 - x \neq 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} -1 < x < \dfrac{2}{3} \ \underline{o} \ x > \dfrac{3}{2} \\ \forall x \\ \dfrac{1}{2} \leq x < 1 \\ x \neq 1 \end{cases}$$



$\bigcap$ condizioni $\;$ ~~mno~~

$$\boxed{\text{dom} f = \left[\frac{1}{2}, \frac{2}{3}\right[}$$

I) $P(x) = 6x^3 - 7x^2 - 7x + 6 \qquad P(-1) = -6 - 7 + 7 + 6 = 0 \qquad P(x)$ è divisibile per $(x+1)$

$P(x) = (x+1)(6x^2 - 13x + 6)$

$$\begin{array}{l|l} 6x^3 - 7x^2 - 7x + 6 & x+1 \\ \hline 6x^3 + 6x^2 & 6x^2 - 13x + 6 \\ \hline \diagup \ -13x^2 - 7x + 6 & \\ \ -13x^2 - 13x & \\ \hline \diagup \quad 6x + 6 & \\ \quad 6x + 6 & \\ \hline \quad \diagup & \end{array}$$

$6x^2 - 13x + 6 = 0 \qquad x_{1,2} = \dfrac{13 \pm \sqrt{169 - 144}}{12} =$

$= \dfrac{13 \pm 5}{12} \nearrow x_1 = \dfrac{8}{12} = \dfrac{2}{3}$

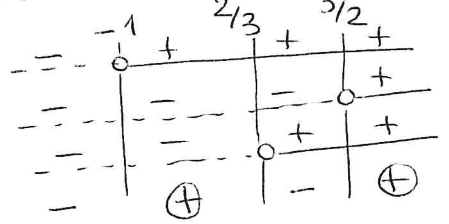
$\qquad\quad \searrow x_2 = \dfrac{18}{12} = \dfrac{3}{2}$

$P(x) = (x+1)(2x-3)(3x-2)$

$x + 1 > 0 \qquad x > -1$

$2x - 3 > 0 \qquad x > \dfrac{3}{2}$

$3x - 2 > 0 \qquad x > \dfrac{2}{3}$

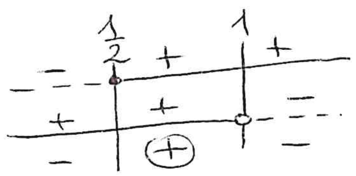


$x \in \left]-1, \dfrac{2}{3}\right[\cup \left]\dfrac{3}{2}, +\infty\right[$

II) $x^2 \neq -\sqrt{3}$ poichè $x^2 \geq 0\ \forall x$ e $-\sqrt{3} < 0 \qquad x^2 \neq -\sqrt{3}\ \forall x \in \mathbb{R}$

III) $\dfrac{2x-1}{1-x} \geq 0 \qquad N = 2x - 1 \geq 0 \quad x \geq \dfrac{1}{2}$

$\qquad\qquad\qquad\quad D = 1 - x > 0 \quad x < 1$



$x \in \left[\dfrac{1}{2}, 1\right[$

b) N^i negativi : $-4 \quad -\dfrac{20}{9} \quad -\dfrac{16}{7}$

N^i positivi : $\dfrac{3+\sqrt{3}}{5}$ e 1

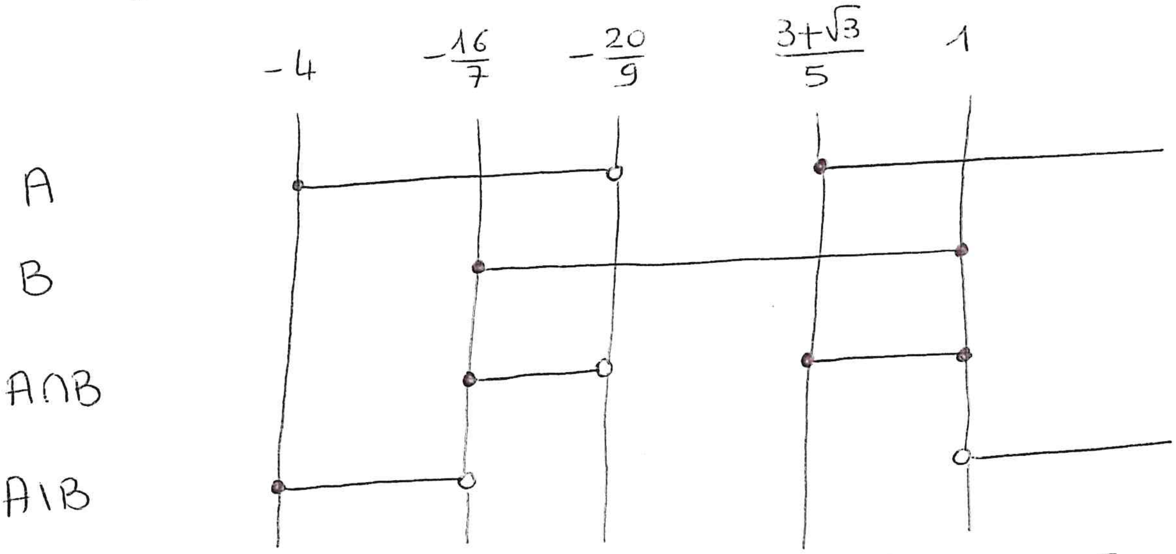
poichè $\quad -\dfrac{27}{9} = -3 < -\dfrac{20}{9} < -\dfrac{18}{9} = -2 \quad$ e $\quad -\dfrac{21}{7} = -3 < -\dfrac{16}{7} < -\dfrac{14}{7} = -2$

-4 è il numero minore e $-\dfrac{20}{9}, -\dfrac{16}{7} \in]-3, -2[$

$-\dfrac{20}{9} < -\dfrac{16}{7} \iff \dfrac{20}{9} > \dfrac{16}{7} \iff 140 > 144 \ \text{F} \implies \boxed{-\dfrac{16}{7} < -\dfrac{20}{9}}$

essendo $\sqrt{3}<\sqrt{4}=2$ $\quad \frac{3+\sqrt{3}}{5}<\frac{3+2}{5}=1$ (altrimenti, come al solito,

$\frac{3+\sqrt{3}}{5}<1 \iff 3+\sqrt{3}<5 \iff \sqrt{3}<2 \iff 3<4$ Vero).



$A\cap B=\left[-\frac{16}{7},-\frac{20}{9}\right[\cup\left[\frac{3+\sqrt{3}}{5},1\right]$ $\quad A\setminus B=\left[-4,-\frac{16}{7}\right[\cup\left]1,+\infty\right[$

c) $\sqrt{x^2+2x+5}>x-\frac{3}{2} \iff \begin{cases} x^2+2x+5\geq 0 \\ x-\frac{3}{2}<0 \end{cases}$ o $\begin{cases} x^2+2x+5\geq 0 \\ x-3/2\geq 0 \\ x^2+2x+5>\left(x-\frac{3}{2}\right)^2 \end{cases}$

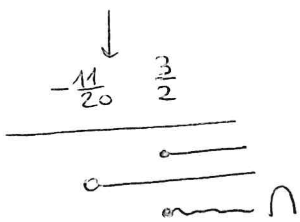
$\iff \begin{cases} \forall x\in\mathbb{R} \\ x<\frac{3}{2} \end{cases}$ o $\begin{cases} \forall x\in\mathbb{R} \\ x\geq\frac{3}{2} \\ \cancel{x^2}+2x+5>\cancel{x^2}-3x+\frac{9}{4} \end{cases}$ $\iff x<\frac{3}{2}$ o $\begin{cases} \forall x\in\mathbb{R} \\ x\geq\frac{3}{2} \\ x>-\frac{11}{20} \end{cases}$

$5x>\frac{9}{4}-5=-\frac{11}{4}$

$x>-\frac{11}{20}$

$x^2+2x+5=0 \quad \Delta=4-20<0$

$x^2+2x+5\geq 0 \quad \forall x\in\mathbb{R}$



$\iff x<\frac{3}{2}$ o $x\geq\frac{3}{2} \iff \underline{\forall x\in\mathbb{R}}$

e) $2\log_5 3-6^{2+\log_6\frac{1}{3}}-\log_5\frac{9}{25}=\log_5 9-\log_5\frac{9}{25}-6^2\cdot 6^{\log_6\frac{1}{3}}=$

$\log_a\frac{x}{y}=\log_a x-\log_a y \quad x,y>0$ $\qquad n\log_a b=\log_a b^n$

$a^{\log_a x}=x \quad \forall x>0$ $\qquad a^{x+y}=a^x\cdot a^y$

$=\cancel{\log_5 9}-(\cancel{\log_5 9}-\log_5 25)-\cancel{36}^{12}\cdot\frac{1}{\cancel{3}}=\log_5 \underset{5^2}{25}-12=2-12=\boxed{-10}$

$\log_a a^x=x \quad \forall x$

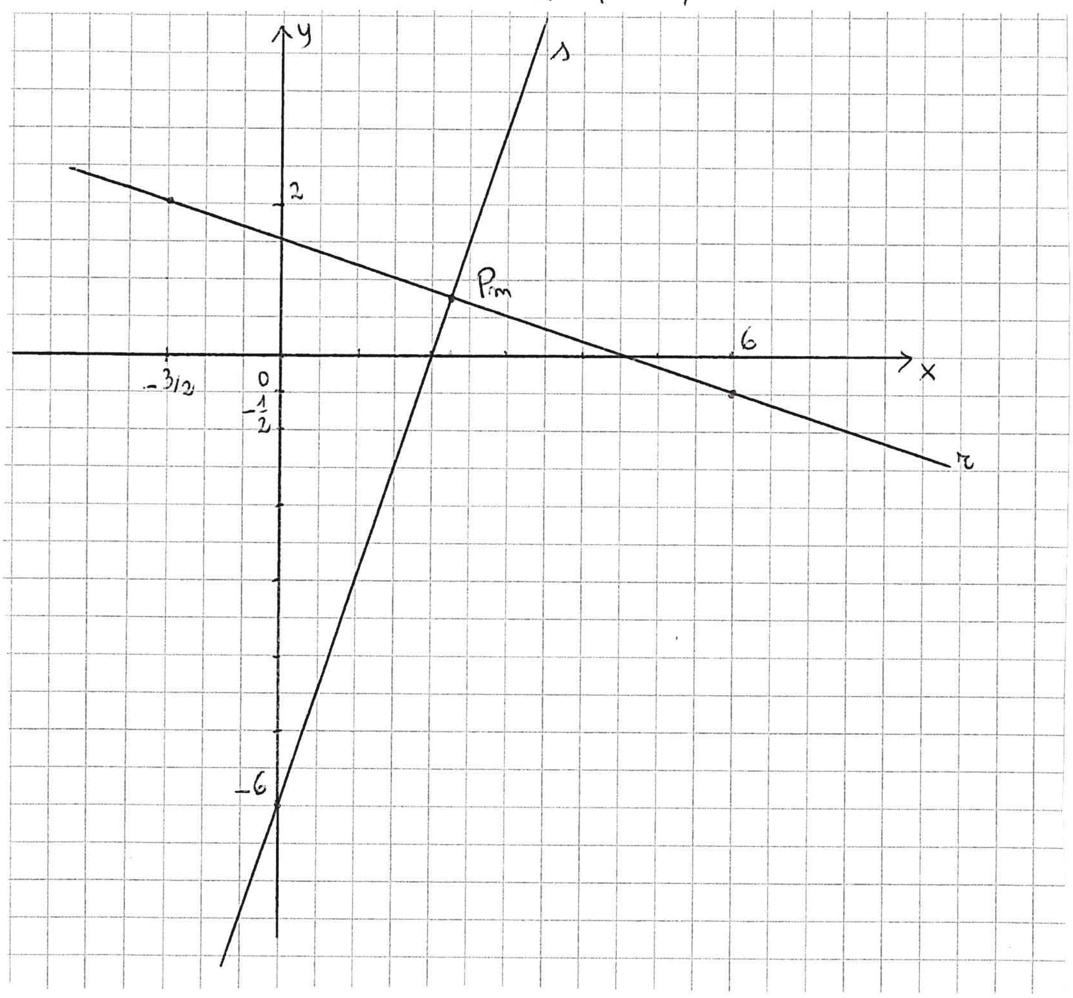
f) $A=(-\frac{3}{2},2)$ $\quad B=(6,-\frac{1}{2})$ $\quad m=\frac{\Delta y}{\Delta x}=\frac{-\frac{1}{2}-2}{6+\frac{3}{2}}=\frac{-\frac{5}{2}}{\frac{15}{2}}=-\frac{1}{3}$

r $\quad y=2-\frac{1}{3}(x+\frac{3}{2}) \quad y=-\frac{1}{3}x+\frac{3}{2}$

$P_m=\left(\frac{x_A+x_B}{2},\frac{y_A+y_B}{2}\right)=\left(\frac{-3/2+6}{2},\frac{2-\frac{1}{2}}{2}\right)=\left(\frac{9/2}{2},\frac{3/2}{2}\right)=\left(\frac{9}{4},\frac{3}{4}\right)$

s $\quad m_s=-\frac{1}{m_r}=3 \qquad y=\frac{3}{4}+3(x-\frac{9}{4}) \qquad y=3x-6$

$\hookrightarrow \frac{3}{4}-\frac{27}{4}=-\frac{24}{4}$

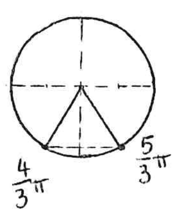


g) $(\sqrt{3}+2\operatorname{sen}x)\cdot(\operatorname{sen}x)(\sqrt{3}\operatorname{sen}x-\cos x)=0 \qquad F_1\cdot F_2\cdot F_3=0$

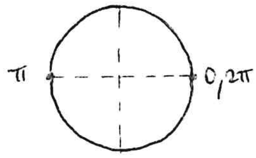
$\iff F_1=0$ o $F_2=0$ o $F_3=0$

$\iff \operatorname{sen}x=-\frac{\sqrt{3}}{2}$ o $\operatorname{sen}x=0$ o $\sqrt{3}\operatorname{sen}x-\cos x=0$

$\operatorname{sen}x=-\frac{\sqrt{3}}{2} \iff x=\frac{4}{3}\pi$ o $x=\frac{5}{3}\pi$



$\operatorname{sen}x=0 \iff x=0, \pi, 2\pi$

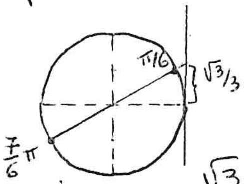


$\sqrt{3}\operatorname{sen}x-\cos x=0$ posso supporre $\cos x\neq 0$

perchè se $\cos x=0 \Rightarrow x=\frac{\pi}{2}, \frac{3}{2}\pi$ ma in questi casi si ottiene

$x=\frac{\pi}{2}$ $\sqrt{3}\cdot 1=0$ Falso $x=\frac{3}{2}\pi$ $\sqrt{3}\cdot(-1)=0$ Falso, quindi $x=\frac{\pi}{2}$ e $x=\frac{3}{2}\pi$

NON SONO SOL.^{ni} dell'eq.^{ne} $\Rightarrow \cos x\neq 0$



Divido per $\cos x$

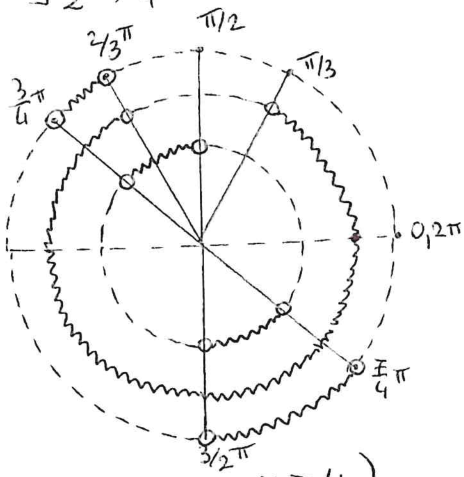
$\sqrt{3}\operatorname{sen}x-\cos x=0 \iff \sqrt{3}\tan x=1 \iff \tan x=\frac{\sqrt{3}}{3} \iff x=\frac{\pi}{6} \text{ o } x=\frac{7}{6}\pi$

$S=\left\{x=0, x=\frac{\pi}{6}, x=\pi, x=\frac{7}{6}\pi, x=\frac{4}{3}\pi, x=\frac{5}{3}\pi, x=2\pi\right\}$

h) <u>MAT</u>

$$\begin{cases} \tan x<-1 & \text{C.E. } x\neq\frac{\pi}{2},\ x\neq \frac{3}{2}\pi \quad x\in\left]\frac{\pi}{2},\frac{3}{4}\pi\right[\cup\left]\frac{3}{2}\pi,\frac{7}{4}\pi\right[\\ \operatorname{sen}x<\frac{\sqrt{3}}{2} & x\in\left[0,\frac{\pi}{3}\right[\cup\left]\frac{2}{3}\pi,2\pi\right] \end{cases}$$

$S=S_1\cap S_2=\left]\frac{2}{3}\pi,\frac{3}{4}\pi\right[\cup\left]\frac{3}{2}\pi,\frac{7}{4}\pi\right[$



i) $f(x)=\log(x-4)$ $\operatorname{dom}f=]4,+\infty[$ (condizione $x-4>0$ $x>4$)

eq.^{ne} del grafico $y=\log(x-4)$: si tratta del grafico $y=\log x$ del LOGARITMO spostato a destra di 4.

$\cap$ asse x : $(5,0)$

$\cap$ asse y : ϕ

asintoto verticale $x=4$

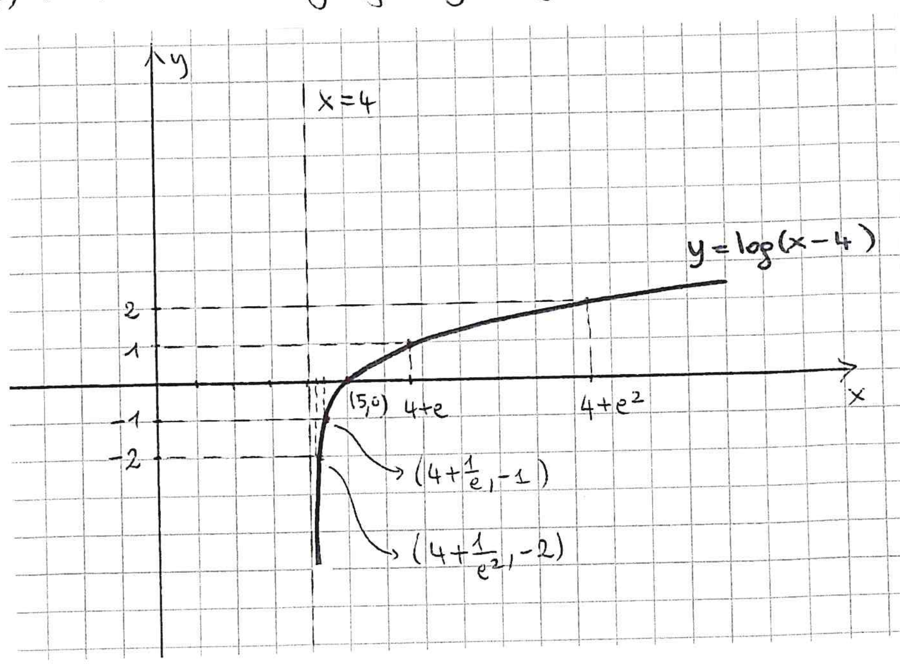
PUNTI $\left(4+\frac{1}{e^2}, -2\right)$

$\left(4+\frac{1}{e}, -1\right)$

$(5,0)$

$(4+e, 1)$

$(4+e^2, 2)$



$g(x)=e^{|x|}$ dom g $=\mathbb{R}$ (nessuna condizione)

eq.ne del grafico $y=e^{|x|}$ si tratta del grafico dell'esponenziale con $|x|$:

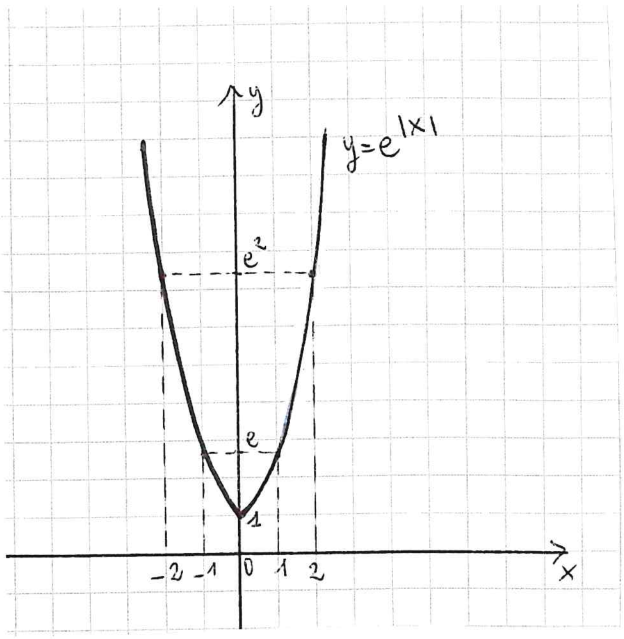
$e^{|x|}=\begin{cases} e^{x} & x\geq 0\\ e^{-x} & x<0\end{cases}$ quindi si considera

il grafico dell'esponenziale per $x\geq 0$ e per $x<0$ il suo simmetrico rispetto all'asse y.

$\cap$ asse x : $\emptyset$ $\cap$ asse y : $(0,1)$

asintoti : nessuno

PUNTI $(-2,e^2)$ $(-1,e)$ $(0,1)$ $(1,e)$ $(2,e^2)$



ES.2) $\left|\frac{3}{2}x^2-5x-2\right|<-\frac{1}{2}x^2+2x+2 \iff \frac{1}{2}x^2-2x-2<\frac{3}{2}x^2-5x-2<-\frac{1}{2}x^2+2x+2$

$|a|<b \iff -b<a<b$

$\iff \begin{cases} a>-b\\ a<b\end{cases}$

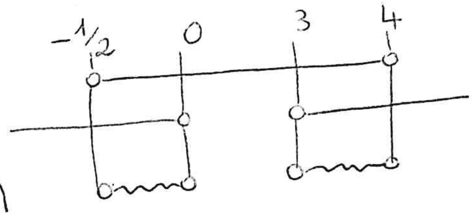
$\iff \begin{cases} 2x^2-7x-4<0 \\ x^2-3x>0 \end{cases}$

$2x^2-7x-4<0 \longrightarrow 2x^2-7x-4=0$

$x_{1,2}=\frac{7\pm\sqrt{49+32}}{4}=\frac{7\pm 9}{4}$ $\nearrow x_1=-\frac{1}{2}$ $\searrow x_2=4$

$x^2-3x>0 \longrightarrow x(x-3)$

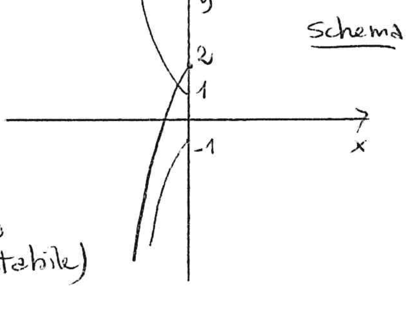
$\iff \begin{cases} -\frac{1}{2}<x<4 \\ x<0 \text{ o } x>3 \end{cases}$



$\cap$

$S=\left]-\frac{1}{2},0\right[\cup\left]3,4\right[$

ES.3) a) <u>1° tratto</u> $y=3-e^{|x|}$ si tratta del grafico di g $y=e^{|x|}$ disegnato al punto i) simmetrizzato rispetto all'asse x $(y=-e^{|x|})$ e poi spostato in alto di 3 $(y=-e^{|x|}+3)$. Si deve considerare solo la parte di grafico per $x\leq 0$.



$\cap$ asse y : $(0,2)$

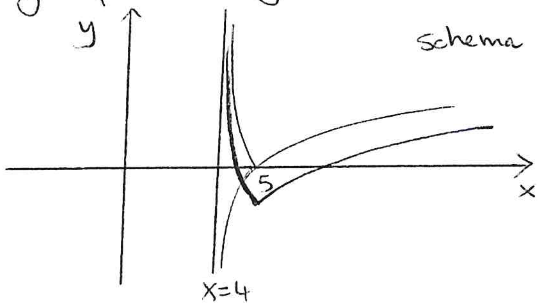
$\cap$ asse x : $e^{|x|}=3$ $|x|=\log 3$

$x=\pm\log 3$ $\log 3\simeq 1{,}1 \rightarrow \boxed{x=-\log 3}$ (la sol.ne $x>0$ non è accettabile)

asintoti: nessuno PUNTI $(-2, 3-e^2)$ $(-1, 3-e)$ $(-\log 3, 0)$ $(0,2)$
$\approx -4{,}4$ $\approx 0{,}3$ $\approx -1{,}1$

2° tratto $y = 1+\sqrt{x}$ si tratta del grafico della radice $y=\sqrt{x}$ spostato verso l'alto di 1, $\cap$ asse y $(0,1)$, $\cap$ asse x : ϕ, asintoti: nessuno, PUNTI $(0,1)$ $(1,2)$ $(4,3)$, da considerarsi per $0<x<4$, quindi $(0,1)$ e $(4,3)$ esclusi.

3° tratto $y = |\log(x-4)| - 1$ si tratta del grafico $y = \log(x-4)$ disegnato al punto i) cui viene applicato il valore assoluto (quindi la simmetria rispetto all'asse x di tutte le parti di grafico con $y<0$) e infine abbassato di 1.



$\cap$ asse x : $(4+\frac{1}{e}, 0)$ $(4+e, 0)$

$|\log(x-4)| = 1 \rightarrow \log(x-4) = 1$ $x-4=e$ $x=4+e$

$\log(x-4) = -1$ $x-4 = \frac{1}{e}$ $x = 4+\frac{1}{e}$

$\cap$ asse y : ϕ asintoti $x=4$

PUNTI : $(4+\frac{1}{e^2}, 1)$ $(4+\frac{1}{e}, 0)$ $(5, -1)$ $(4+e, 0)$ $(4+e^2, 1)$

da considerarsi per $4 < x \leq 4+e^2$

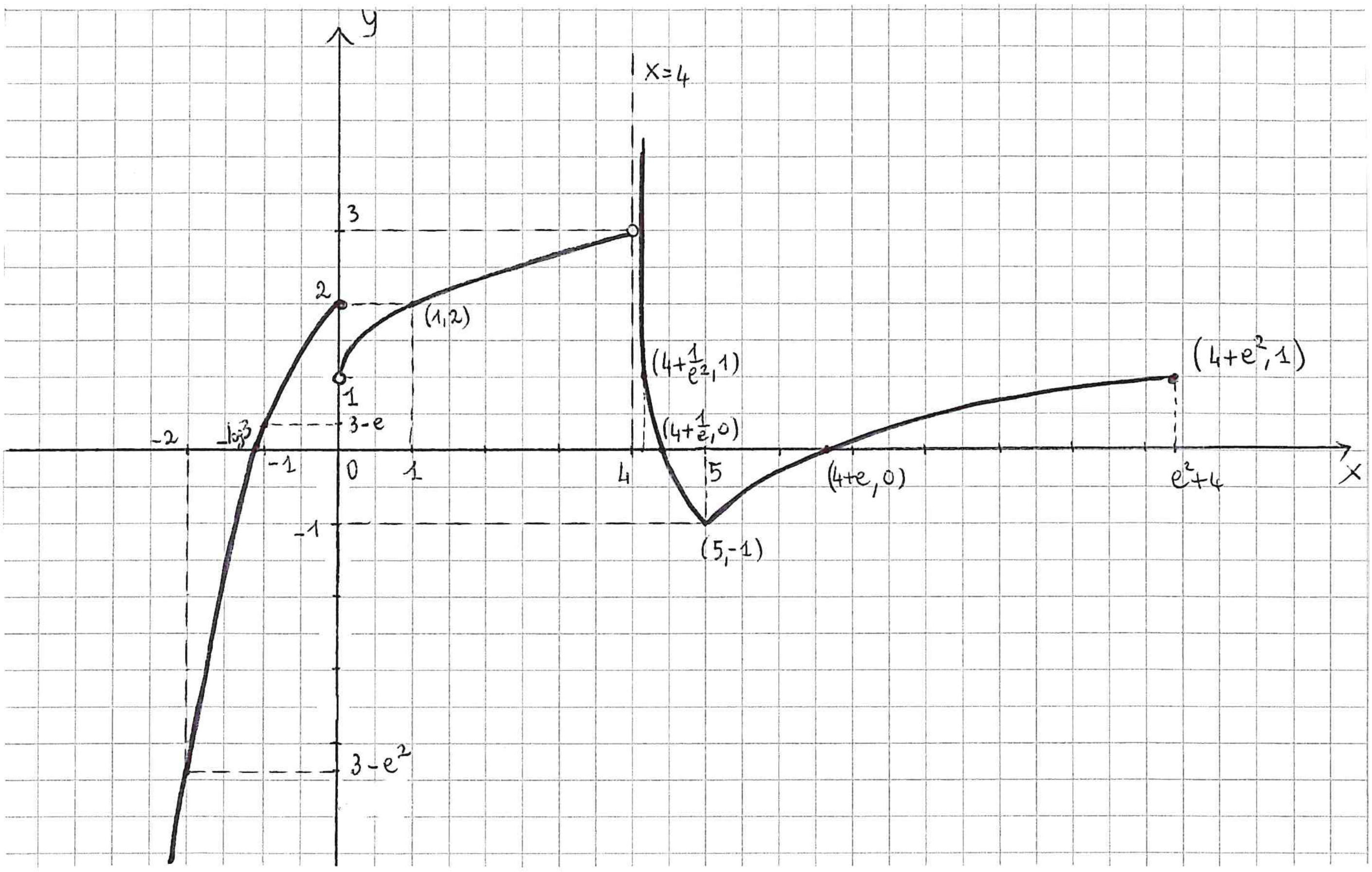
$f(4+\frac{1}{e^2}) = |\log(4+\frac{1}{e^2} - 4)| - 1 = |\log \frac{1}{e^2}| - 1 = |-2| - 1 = 2-1 = 1$

Disegno a pag. 10

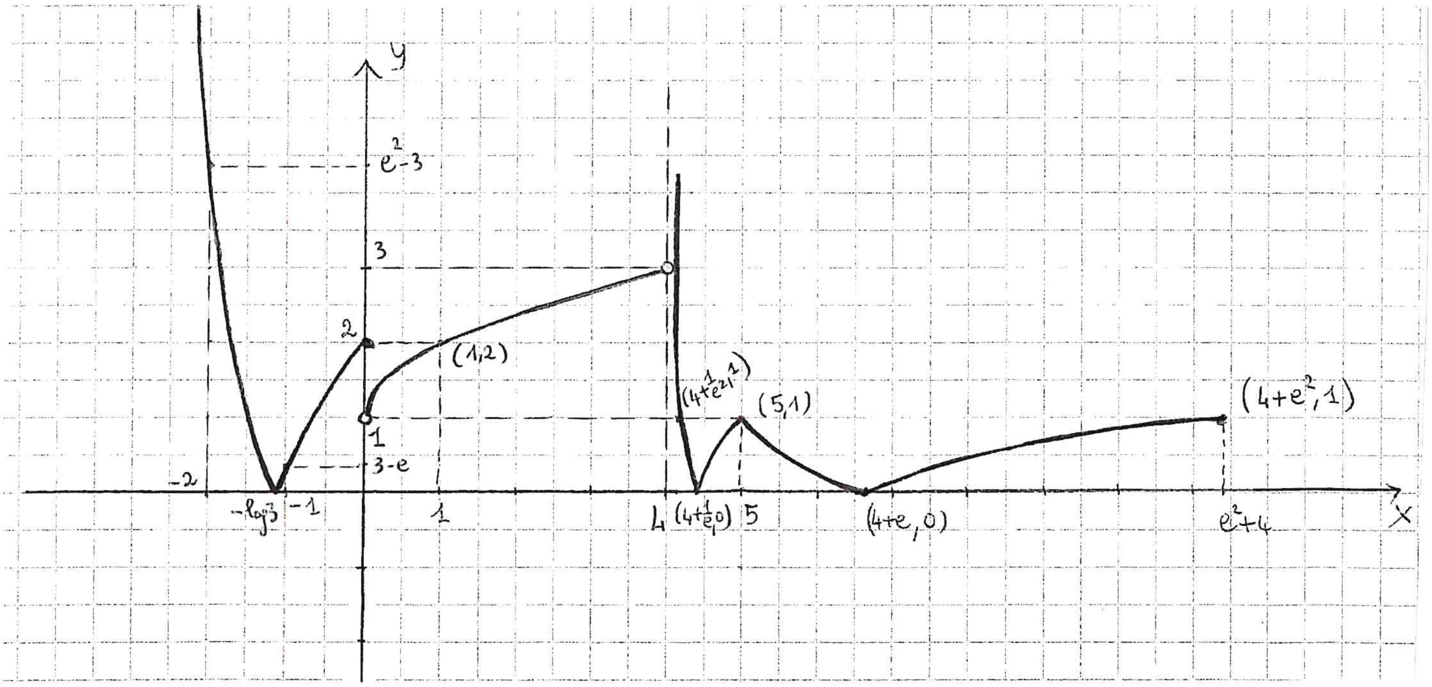
b) $g(x) = |f(x)|$ ha lo stesso dominio di f $\Rightarrow$ $\mathrm{dom}\, g =]-\infty, 4[\cup]4, e^2+4]$ e il grafico $y = g(x)$ si ottiene applicando ad f il valore assoluto, cioè considerando il simmetrico rispetto all'asse x di tutti i tratti con $y<0$.

ElMat - 29/1/20 - 10

a) $y = f(x)$



b) $y = g(x)$



ES. 5) $4x^2-16y+4y^2+8x-80=0$ divido per 4

$x^2+2x+y^2-4y-20=0$ completo i $(\cdot)^2$

$(x+1)^2-1+(y-2)^2-4-20=0$

$(x+1)^2+(y-2)^2=25$ CIRCONFERENZA di $C(-1,2)$ e $R=5$

$\cap$ asse x : $(x+1)^2=21$ $\quad x=-1\pm\sqrt{21}$

$\cap$ asse y : $(y-2)^2=24$ $\quad y=2\pm\sqrt{24}$) non richiesto

MAT $\begin{cases} (x+1)^2+(y-2)^2=25 \\ x+4y+6=0 \end{cases}$ $\longrightarrow$ retta $y=-\frac{1}{4}x-\frac{3}{2}$ passante per $(0,-\frac{3}{2})$ e $(-6,0)$ con $m=-\frac{1}{4}$

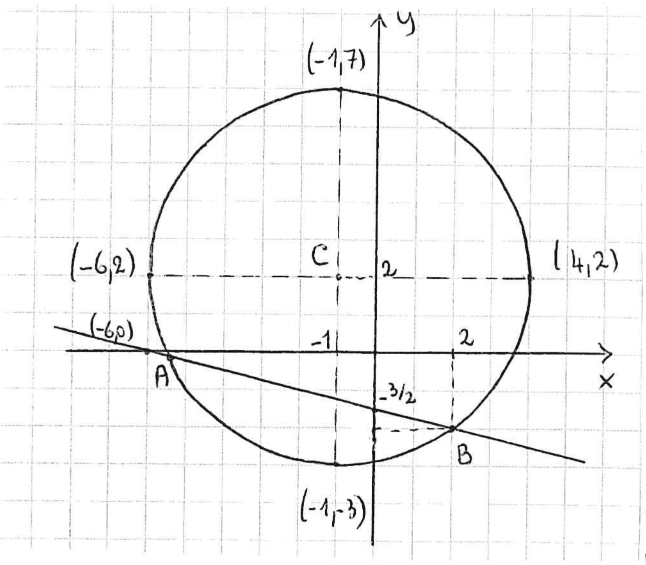
$\begin{cases} \dots \\ x=-4y-6 \end{cases}$ $\quad \begin{cases} (-4y-5)^2+(y-2)^2=25 \\ \dots \end{cases}$

$\begin{cases} 16y^2+\cancel{25}+40y+y^2-4y+4=\cancel{25} \\ \dots \end{cases}$ $\quad \begin{cases} 17y^2+36y+4=0 \\ \dots \end{cases}$

$y_{1,2}=\dfrac{-18\pm\sqrt{324-68}}{17}=\dfrac{-18\pm\sqrt{256}}{17}=\dfrac{-18\pm16}{17}$ $\begin{matrix}\nearrow y_1=-2 \\ \searrow y_2=-\frac{2}{17}\approx-0{,}18\end{matrix}$

$x_1=8-6=2 \quad x_2=\frac{8}{17}-6=-\frac{94}{17}\approx-5{,}5$ $\quad$ P.ti di $\cap$ $A=(-\frac{94}{17},-\frac{2}{17})$

$B=(2,-2)$



ES. 6) $3^x(1+3^{-3}-3^{-4}+3^{-5})=250$

$3^x\left(1+\frac{1}{27}-\frac{1}{81}+\frac{1}{243}\right)=250$

$\dfrac{3^x(243+9-3+1)}{243}=250$

$3^x\cdot\dfrac{\cancel{250}}{243}=\cancel{250}$

$3^x=243$

$3^x=3^5$

$\boxed{x=5}$