

SOLUZIONI

-54-
El. Mat.

49) i) sì, 3° grado ii) no, c'è $x^{-3} = \frac{1}{x^3}$ iii) No c'è $x^{\frac{1}{2}} = \sqrt{x}$

iv) sì, 5° grado v) sì, 2° grado vi) sì, 5° grado vii) no, c'è

$\sqrt{x-2}$ viii) no, c'è $(2x)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{2} \cdot \sqrt{x}$ ix) sì, grado 3

x) no, ci sono $x^{-4} = \frac{1}{x^4}$, $x^{-3} = \frac{1}{x^3}$, $x^{-2} = \frac{1}{x^2}$, $x^{-1} = \frac{1}{x}$ xi) sì, 4° grado

xii) no, compare un denominatore che non si può eliminare
($(x^3 - 2x + 1)$ non è divisibile esattamente per $(x^2 - 9)$)

è però un rapporto di due polinomi: numer. grado 3°
denom. grado 2°

50) i) $P(-3) = -54 + 9 + 39 + 6 = 0$ sì

ii) $2x^3 + x^2 - 13x + 6 = (x+3)(2x^2 - 5x + 2) = (x+3)(x-2)(2x-1)$

No, $P(x)$ ha come radici $x = -3$, $x = 2$, $x = \frac{1}{2}$

iii) vedi ii) iv) ovviamente $P(x)$ non è sempre ≥ 0

$P(x) \geq 0 \Leftrightarrow (x+3)(x-2)(2x-1) \geq 0 \Leftrightarrow -3 \leq x \leq \frac{1}{2} \text{ o } x \geq 2$

51) i) $P(2) = 8 - 4 - 2 - 2 = 0$ sì

ii) iii) $P(x) = x^3 - x^2 - x - 2 = (x-2)(\underbrace{x^2 + x + 1}_{\Delta < 0}) \Rightarrow P(x)$ ha
come unica radice $x = 2$ $\Rightarrow > 0 \forall x \in \mathbb{R}$

52) $P(x) = (x-4)(x+1)(x-2) = (x-4)(x^2 - x - 2) = x^3 - 5x^2 + 2x + 8$

53) $P(x) = (x-3)(x^2 + x + 1) = x^3 - 2x^2 - 2x - 3 \rightarrow$ o un qualsiasi
altro trinomio con $\Delta < 0$

54) $P(x) = (x-4)^2(x+1)^2 = x^4 - 6x^3 + x^2 + 24x + 16$

oppure $P(x) = (x-4)(x+1)(\underbrace{x^2 + x + 1}_{\Delta < 0})$

55) $P(2) = 16 - 4 - 8 - 4 = 0$ sì

$P(x) = 2x^3 - x^2 - 4x - 4 = (x-2)(2x^2 + 3x + 2)$

$$i) \quad 6x^3 + x^2 - 2x - 1 = (x-1) \underbrace{(6x^2 + 7x + 5)}_{\text{quoziente}} + \underbrace{4}_{\text{resto}}$$

-55-
El. Mat.

$$ii) \quad x^4 - 3x = (x+2)(x^3 - 2x^2 + 4x - 11) + 22$$

$$iii) \quad x^4 + x^3 - 4x^2 + x + 1 = (x^2 - 3)(x^2 + x - 1) + 4x - 2$$

$$iv) \quad x^4 - 1 = (x+1)(x^3 - x^2 + x - 1)$$

$$56) i) \quad P(x) = 2x^3 - 3x^2 - 8x - 3 = (x+1)(2x^2 - 5x - 3) = \\ = (x+1)(x-3)(2x+1)$$

$$ii) \quad P(x) = 3x^3 + 25x^2 + 56x + 16 = (3x+1)(x^2 + 8x + 16) = \\ = (3x+1)(x+4)^2$$

$$iii) \quad P(x) = x^3 + 2x^2 + 5x - 8 = (x-1)(x^2 + 3x + 8)$$

$$57) i) -3 \quad ii) a^3 - 6a^2 + 11a - 6 \quad \Delta < 0 \text{ non si può decomporre ulteriormente}$$

$$iii) 3x^3 - x - 2 \quad iv) x(2a+1+b) \quad v) x(5+3y)$$

$$vi) (a+b)(b-a) \quad vii) (a-b)(-a-4b) \quad viii) 3(a-x)^2$$

$$58) i) \text{ no } \frac{a+b}{a} = \frac{a}{a} + \frac{b}{a} = 1 + \frac{b}{a} \quad ii) \text{ no vedi i)}$$

$$iii) \text{ si } \quad iv) \text{ no non si può semplificare un solo membro}$$

$$y = 4x + 8 \text{ è ben diverso da } y = x + 2 \text{ (per chi conosce le}$$

$$\text{rette, sono rette ben diverse, non hanno neanche lo stesso}$$

$$\text{coeff. angolare)} \quad v) \text{ no non si può semplificare}$$

$$\text{niente, resta } 2 \frac{b+c}{b-c} \quad vi) \text{ no (come i)} \quad \frac{2x-y}{x} = \frac{2x}{x} - \frac{y}{x} =$$

$$= 2 - \frac{y}{x} \quad vii) \text{ si } \quad viii) \text{ no non si può semplificare niente,}$$

$$\text{resta } \frac{a-b}{a+b} \quad ix) \text{ si } \quad \frac{a-b}{b-a} = -\frac{(a-b)}{(a-b)} = -1$$

$$x) \text{ no } \quad \frac{2x(x+y)}{x} = 2(x+y)$$

59) i) $x=3$ non è radice del polinomio ($P(3)=52 \neq 0$) -56-
El. Mat.
quindi il polinomio non è divisibile per $(x-3)$

ii) $x^4 - 2x^2 - 3x - 2 = (x+1)(x^3 - x^2 - x - 2) =$

$= (x+1)(x-2)(\underbrace{x^2 + x + 1}_{\text{non ha radici reali}})$ $P(x)=0 \Leftrightarrow x=-1 \text{ o } x=2$

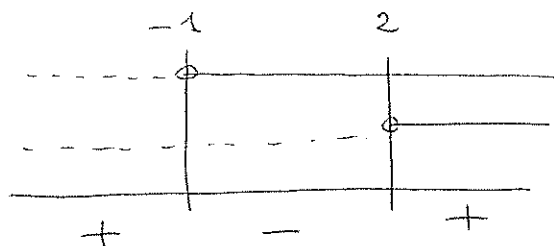
sì è vero

iii) $P(x) > 0 \Leftrightarrow (x+1)(x-2)(x^2+x+1) > 0$

$\Leftrightarrow x > -1$

$x > 2$

$x^2 + x + 1 > 0$



$\Leftrightarrow x < -1 \text{ o } x > 2$ Falso

iv) Vero $(P(x))^2 + 1 \geq 1 \quad \forall x \text{ a } P(x)$

60) i) V ii) F $x^2 - x - 6 = 0 \Leftrightarrow x=3 \text{ o } x=-2$

iii) V iv) F

61) i) Oggi a Parma NON piove

ii) esiste almeno un giorno in cui a Parma NON piove

iii) esiste almeno una piscina di Modena in cui almeno in un venerdì l'acqua NON è calda

iv) In tutte le piscine di Modena l'acqua NON è calda in almeno un venerdì (oss. il venerdì può dipendere dalla piscina, cioè cambiare di piscina in piscina).

v) In quel cestone esiste almeno un pallone NON bianco.

vi) In estate NON andiamo al mare oppure NON andiamo in montagna.

vii) In estate NON andiamo al mare E NON andiamo in montagna (cioè NON andiamo né al mare né in montagna).

- viii) Mario Non è più alto di Carlo OPPURE Non è più basso di Giorgio.
- ix) Esiste almeno un giorno in cui Maria è ammalata, ma non deve prendere la medicina.
- x) Hai sete E non devi bere (italiano: anche se hai sete, non devi per forza bere)
- xi) In almeno un anno, quando è Natale non devi (per forza) venire a trovarci.
- xii) Anche se una mela è marcia, Non va necessariamente buttata via
- 62) i) per ogni numero naturale $n \in \mathbb{N}$ il prodotto $n \cdot n$ è il quadrato di un numero naturale
 $\forall : n \cdot n = n^2$ è il quadrato di n
- ii) esiste almeno un numero reale il cui quadrato è maggiore o uguale a 0
 $\forall x^2 \geq 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$
- iii) Il quadrato di ogni numero reale è maggiore o uguale a 0. Vero
- iv) esiste almeno un numero reale il cui quadrato è maggiore di 0. Vero: $x^2 > 0 \quad \forall x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$
- v) Il quadrato di ogni numero reale è maggiore di 0
 Falso: non vale se $x = 0 \quad 0^2 = 0 > 0 \quad F$
- vi) esiste almeno un numero reale il cui quadrato è 4. $\forall$: esistono 2 numeri reali il cui quadrato è 4: $x = 2$ e $x = -2$

vii) Il quadrato di ogni numero reale vale 4

(Ovviamente Falso)

-58-

El. Mat.

viii) esiste un unico numero reale il cui quadrato è 4

(F: ce ne sono 2)

ix) esiste un unico numero reale maggiore di 0 il cui quadrato è 4 (Vero: $x=2$)

x) esiste almeno un numero reale il cui quadrato è minore di 0 (Falso: $\forall x \in \mathbb{R} \setminus \{0\} \quad x^2 > 0$
 $\forall x \in \mathbb{R} \quad x^2 \geq 0$)

xi) Per ogni numero reale (assegnato), esiste almeno un numero ^{reale} più grande ^{del primo} (Vero: ad es $y=x+1$)

xii) esiste almeno un numero reale ^(assegnato) tale che tutti i numeri reali sono più grandi di lui (Falso, non esiste un numero reale più piccolo di tutti i numeri reali: dato $x \quad y=x-1$ è sempre più piccolo di x)

xiii) esiste almeno un numero naturale minore o uguale di tutti gli altri numeri naturali (Vero: $n=0$)

xiv) Per ogni numero naturale esiste almeno un numero naturale il cui quadrato coincide con il numero fissato all'inizio (Falso: se $N=0 \rightarrow n=0$, $N=1 \rightarrow n=1$, $N=2$ n non esiste, $N=3$ n non esiste, $N=4 \rightarrow n=2$, ecc.)

xv) Per tutti i numeri reali è vero che $(x-1)^2 \geq 0$ E $x > 3$ (Falso: $(x-1)^2 \geq 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$ è vero, ma $x > 3$ è falso ed era chiesto che fossero vere entrambe)

xvi) Per tutti i numeri reali è vero che $(x-1)^2 \geq 0$ OPPURE $x > 3$ (Vera: basta che sia verificata una delle due condizioni e $(x-1)^2 \geq 0$ è vera $\forall x \in \mathbb{R}$).

xvii) esiste almeno un numero reale tale che sia $(x-1)^2 \geq 0$ sia $x > 3$ (Vera: $\forall x > 3$ è vero che $(x-1)^2 \geq 0$)
ad es. $x=4 > 3$ $3^2=9 \geq 0$

xviii) Per ogni numero reale a esiste almeno un altro numero reale b tale che $a-b=1$

(Vero: $b=a-1$)

-59-
El. Mat.

xix) esiste almeno un numero reale a tale che $a-b=1$ per ogni numero reale b (Falso: per ogni a c'è un b diverso)

xx) per ogni numero reale a esiste un numero intero b tale che $a-b=1$ (Falso: $b \in \mathbb{Z}$ solo se $a \in \mathbb{Z}$ altrimenti il numero intero b non esiste)

xxi) Per ogni numero reale x è vero che se $x > 3$, allora $x^2 > 9$ (Vero: ogni numero > 3 ha quadrato > 9)

xxii) Per ogni numero reale x è vero che se $x^2 > 9$, allora $x > 3$ (Falso: se $x^2 > 9$, allora può essere sia $x > 3$, sia $x < -3$)

xxiii) Ogni numero naturale ha almeno un divisore (Vero: $n=1$ divide ogni numero e anche il numero stesso se escludiamo $n=0, n=1$)

xxiv) Per ogni numero naturale $n > 2$ è vero che n ha almeno due divisori (Vero: $n=1$ e n stesso)

xxv) Per ogni numero naturale $\frac{5}{2}n$ è un multiplo di n (Falso: è vero solo se n è pari, ad es. se $n=3$ $\frac{15}{2}$ non è un multiplo di 3) -60- El. Mat.

xxvi) Per ogni numero reale è vero che se $4x-5 > \frac{x}{2}$, allora $x > 2$ ($4x-5 > \frac{x}{2} \Leftrightarrow \frac{7}{2}x - 5 > 0 \Leftrightarrow x > \frac{10}{7}$ $\frac{10}{7} < 2$, allora è falso) Riflettete sul fatto che $4x-5 > \frac{x}{2} \Rightarrow x > 1$ è vera

xxvii) esiste almeno un numero reale tale che sia $4x-5 > \frac{x}{2}$ sia $x > 2$ (vero; tutti i numeri $x > 2$)

xxviii) per ogni numero reale x è vero che $x^2+1 \neq 0$ (Vero)

xxix) per ogni coppia di numeri reali a, b se il prodotto $a \cdot b = 0$, allora i due numeri sono entrambi nulli (Falso: per avere $a \cdot b = 0$ basta che uno solo dei due numeri sia nullo)

xxx) esiste un numero reale tale che il suo prodotto per ogni altro numero reale è sempre 0 (Vero: $a=0$)

xxxi) per ogni coppia di numeri reali a, b se il prodotto $a \cdot b = 0$, allora ^{almeno} uno dei due numeri è nullo (Vero)

xxxii) per ogni coppia di numeri reali a, b se il prodotto $a \cdot b \neq 0$, allora entrambi i numeri sono diversi da 0 (Vero)

xxxiii) per ogni coppia di numeri a, b se il prodotto $a \cdot b \neq 0$, allora almeno uno dei due numeri è diverso da 0
 (VERO: sia a che b sono $\neq 0$ quindi a maggior ragione almeno uno dei due è $\neq 0$; $a \cdot b \neq 0 \Rightarrow a \neq 0 \wedge b \neq 0 \Rightarrow a \neq 0 \vee b \neq 0$)

63) i) $\exists n \in \mathbb{N} : n \cdot n$ non è il quadrato di un numero naturale

esiste almeno un numero naturale n tale che $n \cdot n$ non è il quadrato di un n° naturale (Falso)

ii) $\forall x \in \mathbb{R} : x^2 < 0$

per ogni numero reale x risulta $x^2 < 0$ (Falso)

iii) $\exists x \in \mathbb{R} : x^2 < 0$

esiste almeno un numero reale x per cui $x^2 < 0$ (Falso)

iv) $\forall x \in \mathbb{R} : x^2 \leq 0$

per ogni numero reale risulta $x^2 \leq 0$ (Falso)

v) $\exists x \in \mathbb{R} : x^2 \leq 0$

esiste almeno un numero reale x per cui $x^2 \leq 0$ (Vero: $x=0$)

vi) $\forall x \in \mathbb{R} : x^2 \neq 4$

per ogni numero reale x si ha $x^2 \neq 4$ (Falso)

vii) $\exists x \in \mathbb{R} : x^2 \neq 4$

esiste almeno un numero reale x il cui quadrato è diverso da 4 (Vero: tutti gli x tranne $x=2$ o $x=-2$)

x) $\forall x \in \mathbb{R} : x^2 \geq 0$

per ogni numero reale x si ha $x^2 \geq 0$ (Vero)

-62-

El. Mat.

$$\text{x i)} \quad \exists x \in \mathbb{R} : \forall y \in \mathbb{R} \quad y \leq x$$

esiste un numero reale x maggiore o uguale di tutti i numeri reali (Falso)

$$\text{x ii)} \quad \forall x \in \mathbb{R} \exists y \in \mathbb{R} : y \leq x$$

per ogni numero reale x esiste un numero reale minore o uguale a x (vero: ad es. $y = x$, oppure $y = x - 1$, ovviamente y dipende da x)

$$\text{x iii)} \quad \forall n \in \mathbb{N} \exists m \in \mathbb{N} : m < n$$

per ogni numero naturale n esiste un numero naturale più piccolo di n (Falso: con $n = 0$ non si può)

$$\text{x iv)} \quad \exists N \in \mathbb{N} : \forall n \in \mathbb{N} \quad n^2 \neq N$$

esiste almeno un numero naturale diverso dal quadrato di ogni numero naturale (Vero: $N = 2, N = 3, N = 5$, ecc.)

$$\text{x v)} \quad \exists x \in \mathbb{R} : (x-1)^2 < 0 \quad \vee \quad x \leq 3$$

esiste almeno un numero reale tale che

$$(x-1)^2 < 0 \quad \text{oppure} \quad x \leq 3 \quad (\text{vera: se si prende } x \leq 3)$$

$$(x-1)^2 < 0 \text{ è falsa, ma } x \leq 3 \text{ è vera} \\ (\text{è falsa } \forall x)$$

$$\text{x vi)} \quad \exists x \in \mathbb{R} : (x-1)^2 < 0 \quad \wedge \quad x \leq 3$$

esiste almeno un numero reale per cui $(x-1)^2 < 0$

e $x \leq 3$ (Falsa: perché $(x-1)^2 < 0$ è sempre falsa)

$$\text{x vii)} \quad \forall x \in \mathbb{R} : (x-1)^2 < 0 \quad \vee \quad x \leq 3$$

per ogni numero reale si ha $(x-1)^2 < 0$ oppure $x \leq 3$

(Falso: se $x > 3$ sono entrambe false)

-63-
El. Mat.

xviii) $\exists a \in \mathbb{R} : \forall b \in \mathbb{R} \quad a - b \neq 1$

esiste almeno un numero reale tale che $a - b \neq 1$

per ogni numero reale b (Falso: per $b = a - 1$ si ha $a - b = 1$)

xix) $\forall a \in \mathbb{R} \exists b \in \mathbb{R} : a - b \neq 1$

per ogni numero reale a esiste un n° reale b tale che

$a - b \neq 1$ (Vera: $b \neq a - 1$)

xx) $\exists a \in \mathbb{R} : \forall b \in \mathbb{Z} \quad a - b \neq 1$ (Vera: se si considera

$a \notin \mathbb{Z}$, ad es. $a = \frac{1}{2}$, allora $a - b$ sarà sempre $\neq 1 \quad \forall b \in \mathbb{Z}$

$\frac{1}{2} - b \neq 1 \Leftrightarrow b \neq -\frac{1}{2}$)

xxi) $\exists x \in \mathbb{R} : (x > 3) \wedge (x^2 \leq 9)$

esiste almeno un numero reale $x > 3$ con $x^2 \leq 9$

(Falso: se $x > 3$ è sempre $x^2 > 9$)

xxii) $\exists x \in \mathbb{R} : (x^2 > 9) \wedge (x < 3)$

esiste almeno un numero reale $x < 3$ con $x^2 > 9$

(Vero: tutti gli $x < -3$)

xxiii) $\exists n \in \mathbb{N} : n$ non ha divisori

esiste almeno un numero naturale senza divisori

(Falso)

xxiv) $\exists n \in \mathbb{N} : (n > 2) \wedge (n \text{ ha meno di 2 divisori})$

esiste almeno un numero naturale $n > 2$ che ha meno di 2
(Falso: ogni $n > 2$ ha $n = 1$ e se stesso come divisori) divisori

xxv) $\exists n \in \mathbb{N} : \frac{5}{2}n$ non è multiplo di n

esiste almeno un numero naturale n tale che

$\frac{5}{2}n$ non è multiplo di n (Vero: tutti gli n dispari)

$$\text{xxvi)} \exists x \in \mathbb{R} : (4x - 5 > \frac{x}{2}) \wedge (x \leq 2)$$

-64-
El. Mat.

esiste almeno un numero reale $x \leq 2$ per cui $4x - 5 > \frac{x}{2}$

(Vero: tutti gli $\frac{10}{7} < x \leq 2$)

$$\text{xxvii)} \forall x \in \mathbb{R} : (4x - 5 \leq \frac{x}{2}) \vee (x \leq 2)$$

per ogni numero reale $\vee (4x - 5 \leq \frac{x}{2})$ oppure $(x \leq 2)$

(Falso: $x \leq \frac{10}{7} \vee x \leq 2 \Rightarrow x \leq 2$)

$$\text{xxviii)} \exists x \in \mathbb{R} : x^2 + 1 = 0$$

esiste almeno un numero reale x per cui $x^2 + 1 = 0$

(Falso: $x^2 + 1 \geq 1 \quad \forall x$)

$$\text{xxix)} \exists a, b \in \mathbb{R} : (a \cdot b = 0) \wedge (a \neq 0 \vee b \neq 0)$$

esistono 2 numeri reali il cui prodotto è 0 e che non siano entrambi nulli
(Vero: $a=0, b=1$ ad es.)

$$\text{xxx)} \forall a \in \mathbb{R} \exists b \in \mathbb{R} : a \cdot b \neq 0$$

per ogni numero reale a esiste un numero reale b tale che $a \cdot b \neq 0$ (Falso: con $a=0$ non si può)

$$\text{xxxi)} \exists a, b \in \mathbb{R} : (a \cdot b = 0) \wedge (a \neq 0 \wedge b \neq 0)$$

esistono due numeri reali entrambi diversi da 0 il cui prodotto è 0 (Ovviamente Falso: se $a \neq 0 \wedge b \neq 0 \Rightarrow a \cdot b \neq 0$)

$$\text{xxxii)} \exists a, b \in \mathbb{R} : (a \cdot b \neq 0) \wedge (a = 0 \vee b = 0)$$

esistono due numeri reali, di cui uno dei due nullo, il cui prodotto è $\neq 0$ (ovviamente falso: se $a=0 \vee b=0 \Rightarrow a \cdot b = 0$)

$$\text{xxxiii)} \exists a, b \in \mathbb{R} : (a \cdot b \neq 0) \wedge (a = 0 \wedge b = 0)$$

esistono due numeri reali entrambi nulli il cui prodotto è $\neq 0$ (ovviamente FALSO se $a=b=0 \Rightarrow a \cdot b = 0$)

64) i) $P(x) = x^4 - 3x^3 + 3x^2 - 3x + 2$ $P(3) = 81 - 81 + 27 - 9 + 2 \neq 0$

-65-
El. Mat.

Vera

⊛ un insieme di n elementi ha 2^n sottoinsiemi
A ha 5 elem $\Rightarrow 32$ sottoinsiemi

ii) $-2 < 3x < 5 \Leftrightarrow -\frac{2}{3} < x < \frac{5}{3}$ Falso

iii) $\{x \in \mathbb{N} : x-1=0\} = \{1\}$ $\{x \in \mathbb{N} : x^2=1\} = \{1\}$ Vero

iv) V v) F $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ⊛ sottoinsiemi: $\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{4\}, \{5\}, \{1, 2\}, \{1, 3\}, \{1, 4\}, \{1, 5\}, \{2, 3\}, \dots, \{1, 2, 3, 4, 5\}$

vi) V vii) Falso: se $a \in B \Rightarrow \{a\} \subset B$

viii) $A = \{-4, -1\}$ $B =]-\infty, 0[\cup]3, +\infty[$ Vero

65) i) $A =]-\infty, 1[\cup [2, 3] \cup]4, +\infty[$ $B =]\frac{5}{2}, +\infty[$

$A \cap B =]\frac{5}{2}, 3] \cup]4, +\infty[$ $A \cup B =]-\infty, 1[\cup [2, +\infty[$

$A \setminus B =]-\infty, 1[\cup [2, \frac{5}{2}]$ $B \setminus A =]3, 4]$

ii) $A =]-\infty, -11] \cup]-4, +\infty[$ $B =]-\infty, 0] \cup [1, 5]$

$A \cap B =]-\infty, -11] \cup]-4, 0] \cup [1, 5]$ $A \cup B = \mathbb{R}$

$A \setminus B =]0, 1[\cup]5, +\infty[$ $B \setminus A =]-11, -4]$

iii) $A = \mathbb{R}$ $B =]-\infty, 0[\cup]1, 2[\cup]2, +\infty[$

$A \cap B = B$ $A \cup B = A = \mathbb{R}$ $A \setminus B = B^c = [0, 1] \cup \{2\}$ $B \setminus A = \emptyset$

iv) $A =]-5, -1[\cup]4, 5[$ $B =]-3, 3[$

$A \cap B =]-3, -1[$ $A \cup B =]-5, 3[\cup]4, 5[$

$A \setminus B =]-5, -3] \cup]4, 5[$ $B \setminus A = [-1, 3]$

66) i) Falso: se $A \cap B = \emptyset \Rightarrow$ i due insiemi sono disgiunti

ii) Falso: se $A \cup B = A \Rightarrow B \subseteq A$

iii) Vero iv) Falso (se $B = \emptyset$ $A \cap B = \emptyset$) v) Vero

vi) Vero ($A \cap B \subseteq B, A \cap B \subseteq A$) vii) Falso (è vero se $A \cap B = \emptyset$)

viii) Falso (è vero se $B \subseteq A$) ix) Vero x) Falso: $a \notin B$

xi) $B \subset A$ F $\{5\} \subset B$ V $B \subset C$ F $B \supset A$ F $C \subset A$ V
 $\emptyset \subset A$ V $5 \subset B$ F $\emptyset \subset B$ V $\emptyset \in A$ F

xii) Falso $A \setminus B = \{1, 3, 5\}$

xiii) dall'ipotesi siamo sicuri che $4 \in X, 3 \notin X$, invece 1, 2 possono $\in X$ oppure $\notin X$

xiv) dall'ipotesi siamo sicuri che $c \in X, b \notin X$, invece a, b possono $\in X$ oppure $\notin X$

67 i) $A =]-\frac{2}{5}, 3]$ $\max A = 3$ $\min A \nexists$

ii) $A = \{0, 1\}$ $\max A = 1$ $\min A = 0$

iii) $A =]-\sqrt{3}, -1[\cup]1, \sqrt{3}[$ $\max A \nexists$ $\min A \nexists$

iv) $A =]-\infty, -\sqrt{3}[\cup]\sqrt{3}, +\infty[$ $\max A \nexists$ $\min A \nexists$

v) $A = \{\frac{5}{3}\}$ $\min A = \max A = \frac{5}{3}$

vi) $A = [-\frac{3}{2}, -1] \cup [1, +\infty[$ $\min A = -\frac{3}{2}$ $\max A \nexists$

vii) $A = [0, 1[\cup [2, 3[$ $\min A = 0$ $\max A \nexists$

viii) $A = [-4, -2] \cup]\frac{2}{3}, 2[\cup]2, +\infty[$ $\min A = -4$ $\max A \nexists$

68 i) $A = \{-\frac{5}{6}, -\frac{1}{2}, \frac{7}{3}\}$ $\min A = -\frac{5}{6}$ $\max A = \frac{7}{3}$

ii) $A =]-\infty, 2-\sqrt{3}] \cup]3, 2+\sqrt{3}]$ $\min A \nexists$ $\max A = 2+\sqrt{3}$

iii) $A =]\frac{1-\sqrt{17}}{2}, -1[\cup]\frac{1+\sqrt{17}}{2}, +\infty[$ $\min A \nexists$ $\max A \nexists$

iv) $A =]-5, -4] \cup [0, 1[$ $\min A \nexists$ $\max A \nexists$

v) $A =]\frac{3-\sqrt{13}}{2}, \frac{3+\sqrt{13}}{2}[$ $\min A \nexists$ $\max A \nexists$

vi) $A = \{2\}$ $\min A = \max A = 2$

69 i) $A =]-4, -2[\cup]0, 2[$ $B = [-2, 4]$ $A \cup B =]-4, 4]$ $\min \nexists$ $\max = 4$
 $\min \nexists$ $\max \nexists$ $\min = -2$ $\max = 4$

$A \cap B =]0, 2[$ $A \setminus B =]-4, -2[$ $B \setminus A = [-2, 0] \cup [2, 4]$ $\min = -2$ $\max = 4$
 $\min \nexists$ $\max \nexists$ $\min \nexists$ $\max \nexists$

ii) $A =]-\infty, 1[\cup]7, +\infty[$ $B = [-2, 1] \cup [3, +\infty[$ $\min = -2$ $\max \nexists$
 $\min \nexists$ $\max \nexists$ $\min \nexists$ $\max \nexists$

$A \cup B =]-\infty, 1] \cup [3, +\infty[$ $A \cap B = [-2, 1[\cup]7, +\infty[$ $\min = -2$ $\max \nexists$
 $\min \nexists$ $\max \nexists$ $\min \nexists$ $\max \nexists$

$A \setminus B =]-\infty, -2[$ $B \setminus A = \{1\} \cup [3, 7]$ $\min = 1$ $\max = 7$
 $\min \nexists$ $\max \nexists$ $\min = 1$ $\max = 7$

$$70) 33 \text{ dam}^2 = 3300 \text{ m}^2$$

$$1946 \text{ dam}^2 = 19,46 \text{ km}^2$$

$$16,040 \text{ km}^2 = 160'400 \text{ dam}^2$$

$$87 \text{ km}^2 = 0,87 \text{ km}^2$$

$$9,4 \text{ dam}^2 = 94'000 \text{ dm}^2$$

$$574 \text{ km}^2 = 5,74 \text{ km}^2$$

$$4756 \text{ cm}^2 = 0,4756 \text{ m}^2$$

$$5,58 \text{ km}^2 = 558 \text{ km}^2$$

$$1,8 \text{ m}^2 = 180 \text{ dm}^2$$

$$5 \text{ dm}^2 = 500 \text{ cm}^2 = 50'000 \text{ mm}^2$$

-67-

El. Nat.

$$71) 25 \text{ m}^2 / 65 \text{ dam}^2 / 6 \text{ dm}^2 / 18'364 \text{ km}^2 / 40 \text{ dm}^2 / 371'000 \text{ km}^2$$

$$72) 95 \text{ cm}^2 / 8,57 \text{ km}^2 / +94 \text{ m}^2 / -1492 \text{ cm}^2$$

$$72) \text{ bis } 15 \text{ km}^2 = 1500 \text{ dam}^2 > 150 \text{ dam}^2 \quad 0,05 \text{ dam}^2 = 5 \text{ m}^2 < 50 \text{ m}^2$$

$$800 \text{ mm}^2 = 8 \text{ cm}^2$$

$$87 \text{ dm}^2 = 8700 \text{ cm}^2 > 870 \text{ cm}^2$$

$$73) A) L=40 \text{ m} \text{ area} = 1600 \text{ m}^2 \quad B) \text{ area} = 9025 \text{ cm}^2 = 0,9025 \text{ m}^2$$

$$\text{costo} = € 22,7 \text{ circa} \quad C) \text{ area} = 180,2 \text{ dam}^2 = 18020 \text{ m}^2 \quad \text{costo} € 2'522'800$$

$$D) h=2,01 \text{ m} \text{ area laiola} = 5,3868 \text{ m}^2 \quad \text{area TOT} = 37,7076 \text{ m}^2$$

$$E) \text{ diag. min.} = 40 \text{ m} \text{ area} = 2 \left(\frac{1}{2} \text{diag. magg} \right) \left(\frac{1}{2} \text{diag. min} \right) = 1600 \text{ m}^2$$

$$F) \text{ area 1 lastra} = 2,04 \text{ m}^2 \quad \text{area 38 lastre} = 77,52 \text{ m}^2 = 7'752 \text{ dm}^2$$

$$\text{peso} = 7441,92 \text{ Kg} = 74,4192 \text{ g}$$

$$G) \text{ base minore} = 48 \text{ m} = \text{altezza} \quad \text{area} = 2592 \text{ m}^2 \quad \text{Costo} € 325'736,64$$

$$74) 1200 \text{ ha} = 120'000 \text{ a} = 12'000'000 \text{ m}^2$$

$$2478 \text{ a} = 247800 \text{ ca} = 24,78 \text{ km}^2$$

$$4300 \text{ km}^2 = 4300 \text{ ha} = 43'000'000 \text{ m}^2$$

$$1299 \text{ dam}^2 = 1299 \text{ a} = 12,99 \text{ ha}$$

$$24,50 \text{ ha} = 245'000 \text{ ca} = 0,245 \text{ km}^2$$

$$\text{Lago Aral} = 4'100'000 \text{ ha} = 41'000 \text{ km}^2$$

$$\text{Lago Victoria} = 68'100 \text{ km}^2 = 6'810'000 \text{ ha}$$

$$75) A) \text{ a grantureo} = 450 \text{ a} \quad \text{a frumento} = 300 \text{ a} = 3 \text{ ha}$$

$$B) \text{ area} = 840 \text{ m}^2 = 840 \text{ ca} \quad \text{costo} = 105'000 €$$

$$\text{perimetro} = 118 \text{ m} = 11,8 \text{ dam} \leftarrow \text{RETE METALLICA}$$

$$76) x = \frac{-(k+1) \pm \sqrt{(k+1)^2 - 4k}}{2} = \frac{-(k+1) \pm \sqrt{(k-1)^2}}{2} = \frac{-(k+1) \pm (k-1)}{2} =$$

$$\Rightarrow x_1 = \frac{-k-1+k-1}{2} = -1$$

$$\Rightarrow x_2 = \frac{-k-1-k+1}{2} = -k$$

i) sempre ii) $k = -3$

$$\text{iii) } 1+k^2=10 \quad k=\pm 3$$

-68-
El. Mat.

* Essendo $\sqrt{a^2}=|a|$ in realtà sarebbe $\pm|k-1|$ ma è lo stesso considerare $\pm(k-1)$.

$$77) \text{ i) } x > 3 \quad \text{ii) } x > \frac{5}{3} \quad \text{iii) nessun valore di } x \quad \text{iv) } x < -\frac{5}{2}$$

$$\text{v) } -2 < x < \frac{1}{2} \quad \text{vi) } x < -3 \text{ o } 2 < x < 5 \quad \text{vii) C.E. } x \neq 0 \text{ o } x \neq 1$$

$$\begin{cases} \frac{1+2x}{x} < 0 \\ \frac{5x-6}{3(x-1)} > 0 \end{cases} \begin{cases} -\frac{1}{2} < x < 0 \\ x < 1 \text{ o } x > \frac{6}{5} \end{cases}$$

$$-\frac{1}{2} < x < 0 \quad \text{viii) C.E. } x \neq 0 \text{ o } x \neq 1$$

$$\begin{cases} \frac{3-2x}{x-1} > 0 \\ \frac{6-x}{2x} > 0 \end{cases} \begin{cases} 1 < x < \frac{3}{2} \\ 0 < x < 6 \end{cases} \quad \boxed{1 < x < \frac{3}{2}} \quad \text{ix) C.E. } x \neq -2, x \neq 0$$

$$\begin{cases} \frac{x+8}{2(2+x)} < 0 \\ \frac{4-5x}{4x} > 0 \end{cases} \begin{cases} -8 < x < -2 \\ 0 < x < \frac{4}{5} \end{cases} \quad \text{nessun valore di } x$$

$$\text{x) } \begin{cases} 3x^2 - 2x < 0 \\ 2x^2 - 2x < 0 \end{cases} \begin{cases} 0 < x < \frac{2}{3} \\ 0 < x < 1 \end{cases} \quad 0 < x < \frac{2}{3}$$

$$\text{xi) } \begin{cases} x \leq -2 \text{ o } x \geq 2 \\ 0 < x < 3 \end{cases} \quad 2 \leq x < 3 \quad \text{xii) } \begin{cases} x > -\frac{2}{3} \\ x < 0 \text{ o } 0 < x < \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$-\frac{2}{3} \leq x < 0 \text{ oppure } 0 < x < \frac{1}{2}$$

$$\text{xiii) } \begin{cases} 2 < x < 3 \\ x < -4 \text{ o } x > 1 \end{cases} \quad 2 < x < 3$$

$$\text{xiv) } \begin{cases} x \neq 2 \\ \forall x \in \mathbb{R} \end{cases} \quad x \neq 2$$

$$\text{xv) } \begin{cases} x < -\frac{1}{2} \text{ o } x > 1 \\ x < -3 \text{ o } x > 1 \end{cases} \quad x < -3 \text{ o } x > 1 \quad \text{xvi) } \begin{cases} x \leq -5 \text{ o } x \geq 0 \\ \forall x \in \mathbb{R} \end{cases} \quad \boxed{x \leq -5 \text{ o } x \geq 0}$$

$$\text{xvii) } \begin{cases} \forall x \in \mathbb{R} \\ 0 < x < 1 \end{cases} \quad 0 < x < 1 \quad \text{xviii) } \begin{cases} x \leq 2 \text{ o } x \geq 3 \\ x \leq -3 \text{ o } x \geq -2 \end{cases} \quad \begin{matrix} x \leq -3 \text{ o} \\ -2 \leq x \leq 2. \\ \text{o } x \geq 3 \end{matrix}$$

$$xi) \begin{cases} x > -1 \\ x > 0 \end{cases} \quad x > 0 \quad xx) \begin{cases} x \leq -\frac{1}{5} \text{ o } x \geq 0 \\ x \leq -1 \text{ o } x \geq 1 \end{cases} \quad x \leq -1 \text{ o } x \geq 1$$

$$xXi) \begin{cases} x < -1 \text{ o } x > 1 \\ x > -3 \\ x > 1 \end{cases}$$

$$x > 1$$

$$xXi) \begin{cases} x > 1 \\ x > 0 \\ x > 0 \end{cases} \quad x > 1$$

-69-
El. Mat.

78) $2R = 35 \text{ cm}$ $R = 17,5 \text{ cm}$ $\text{circonf} = 2\pi R = 35\pi \approx 109,9 \text{ cm}$
 $\text{area} = \pi R^2 = 306,25 \pi \text{ cm}^2 \approx 961,625 \text{ cm}^2$

79) $\text{diametro} = \frac{\text{circonf}}{\pi} = \frac{50,24 \text{ dm}}{\pi} \approx 16 \text{ dm}$ $R = 8 \text{ dm}$ $\text{area} = 64\pi \text{ dm}^2 \approx 200,96 \text{ dm}^2$

80) $R = 0,45 \text{ m}$ $\text{circonf} = 2\pi R = 0,9\pi \approx 2,826 \text{ m}$
 Percorrono $9891 \text{ m} = 9,891 \text{ km}$.

81) i) $\text{Perim} = 13\pi + 26 \approx 66,82 \text{ cm}$ $\text{Area} = \frac{1}{2} \pi R^2 = 84,5\pi \text{ cm}^2 \approx 265,33 \text{ cm}^2$

ii) $\text{Perim} = (14\pi + 52) \text{ cm} \approx 95,96 \text{ cm}$ $\text{Area} = \pi 49 + 26 \cdot 14 = (49\pi + 364) \text{ cm}^2 \approx 517,86 \text{ cm}^2$

iii) $\text{Perim} = (10\pi + 84,8) \text{ dm} \approx 116,2 \text{ dm}$ $\text{Area} = \frac{1}{2} \pi 10^2 + 10 \cdot h = (50\pi + 412) \text{ dm}^2 \approx 569 \text{ dm}^2$
 $h \approx 41,2 \text{ dm}$

82) $\text{lquadrato} = 31,3 \text{ m}$ $\text{area quadr} = 979,69 \text{ m}^2$
 $\text{area fontana} = \pi (2,5)^2 = 6,25\pi \approx 19,625 \text{ m}^2$
 $\text{Area(giardino - fontana)} = 960,065 \text{ m}^2$

83) $3'240 \text{ dm}^3 / 3'000'000 \text{ mm}^3 / 0,0007 \text{ dam}^3 / 450 \text{ mm}^3 /$
 $0,0215 \text{ dam}^3 \quad 0,286 \text{ km}^3$

84) $75 \text{ dam}^3 / 0,938752 \text{ km}^3 / 62'389 \text{ mm}^3 / 5648 \text{ dm}^3 /$
 $4719 \text{ mm}^3 / 245'026 \text{ dam}^3 / 90'652 \text{ m}^3 / 604'079'246 \text{ cm}^3$

85) Ricordiamo che 1 dm^3 di acqua distillata ha la capacità di 1 l e pesa 1 kg

i) $\text{Peso} = 30 \text{ kg}$ $\text{Volume} = 30 \text{ dm}^3 = 0,03 \text{ m}^3$

ii) $\text{capacità} = 3 \text{ l}$ $\text{peso} = 3 \text{ kg}$

iii) peso = 50 g = 0,05 kg capacità = 0,05 l = 5 cl = 50 ml

volume = 0,05 dm³ = 50 cm³

(1 cm³ di acqua distillata ha la capacità di 1 ml e pesa 1g)

iv) 7 hl = 700 l peso = 700 kg = 7 quintali volume 700 dm³ = 0,7 m³
 (1 m³ di acqua distillata ha la capacità di 1000 l = 10 hl e pesa 1000 kg = 1 tonnellata)

v) 34,8 tonn capacità = 348 hl volume = 34,8 m³
 34'800 kg 34'800 l 34'800 dm³

86) ES. 2.6 a) $\begin{cases} x = -\frac{1}{2} \\ (x-1)^2 = 0 \end{cases} \begin{matrix} x=1 \\ \text{Sol.}^{\text{u}} \text{ nessuna} \end{matrix}$ c) $\begin{cases} x=1 \vee x=2 \\ x=2 \vee x=3 \end{cases} \text{Sol.}^{\text{u}} x=2$

d) $\begin{cases} (x^2-1)(x^2-2)=0 \\ (x^2-2)(x^2-3)=0 \end{cases} \begin{matrix} x=\pm 1 \vee x=\pm\sqrt{2} \\ x=\pm\sqrt{2} \vee x=\pm\sqrt{3} \end{matrix} \text{Sol.}^{\text{u}} x=\pm\sqrt{2}$

-70-
El. Nat.

ES. 2.13) a) $\begin{cases} x \leq 0 \vee x \geq 1 \\ x < 3 \end{cases} \text{Sol.}^{\text{u}} x \leq 0 \vee 1 \leq x < 3$

b) $\begin{cases} -2 \leq x < -1 \vee 1 < x \leq 2 \\ x \leq 2 \vee x \geq 3 \end{cases} \text{Sol.}^{\text{u}} -2 \leq x < -1 \vee 1 < x \leq 2$

ES 2.14 SONO SISTEMI LINEARI (che vedremo forse più avanti)

ES 2.15 SONO DISEQ.ⁿⁱ in più variabili: NON SVOLGERE -

87) i) Volume = 410 cm³ SUP TOT = 346 cm²

ii) Vol = 15,625 cm³ SUP TOT = 37,5 cm²

iii, vol = 36π · 10 = 360π ≈ 1'130,4 cm³

SUP TOT = 72π + 12π · h = 192π ≈ 602,88 cm²

iv) Vol = $\frac{A_{\text{base}} \cdot h}{3} = \frac{\pi \cdot 144 \cdot 14}{3} = 672\pi \approx 2'110,08 \text{ cm}^3$

SUP TOT = A_{base} + πR · a = 144π + 12π√h²+R² =

= 144π + 12π · √340 ≈ 144π + 12π · 18,44 ≈ 1'146,98 cm²

v) Vol = $\frac{4}{3}\pi R^3 \approx 221,83\pi \approx 696,56 \text{ cm}^3$

SUP TOT = 4πR² = 121π ≈ 379,94 cm²

88) cm³ 13'188 circa 89) circa cm³ 16'880,640.