$\boxed{\text{SOLUZIONI}}$ FUNZIONI (seconda parte)

139) $((1+a^2)^{2/3})^{3/4}$ è def. se $(1+a^2)^{2/3} \geq 0$ (nella potenza più esterna compare il denominatore 4 che è pari $\Rightarrow \sqrt[4]{\ldots}$ è def solo se l'argomento della $\sqrt[4]{\ }$ è ≥ 0)

che però è chiaramente sempre vero.

Allora $((1+a^2)^{2/3})^{3/4}$ è def $\forall a$ e lavorando sulle potenze otteniamo $\uparrow = (1+a^2)^{\frac{2}{3}\cdot\frac{3}{4}} = (1+a^2)^{1/2} = \sqrt{1+a^2}$; essendo anche $\sqrt{1+a^2}$ def. $\forall a \in \mathbb{R} \Rightarrow$ le due espressioni sono $=$ $\forall a \in \mathbb{R}$.

Invece $\left(\left(1+a\right)^{2/3}\right)^{3/4}$ è def. se $(1+a)^{2/3} \geq 0$, ossia $\sqrt[3]{(1+a)^2}$ (oppure $(\sqrt[3]{1+a})^2$) e quindi è def $\forall a \in \mathbb{R}$, mentre quello che si ottiene lavorando con le potenze è $(1+a)^{1/2} = \sqrt{1+a}$ che è def. solo se $1+a \geq 0$ cioè $a \geq -1$. Allora nel secondo caso le due espressioni $((1+a)^{2/3})^{3/4}$ e $\sqrt{1+a}$ sono $=$ solo dove entrambe sono def. e quindi solo per $a \geq -1$.

140) a) $\operatorname{dom} f = \{x \in \mathbb{R} : 4+x \geq 0\} = [-4, +\infty[$

$f(0) = 4^{5/2} = (\sqrt{4})^5 = 2^5 = 32 \qquad f(-2) = 2^{5/2} = (\sqrt{2})^5 = 4\sqrt{2}$

b) $\operatorname{dom} f = \mathbb{R} \quad (9+x^2) \geq 0 \ \forall x$

$f(1) = (10)^{3/2} = (\sqrt{10})^3 = 10\sqrt{10} \qquad f(-3) = (18)^{3/2} = (\sqrt{18})^3 = 18\sqrt{\underset{9\cdot 2}{18}} = 54\sqrt{2}$

141) i) $x \xmapsto{f_1} x^2+4 \xmapsto{g_2} (x^2+4)^3 \qquad f_1(x) = x^2+4 \quad f_2(x) = x^3$

$f_2 \circ f_1(x) = f_2(f_1(x)) = f_2(x^2+4) = (x^2+4)^3$

ii) $x \xmapsto{f_1} 1+x^2 \xmapsto{f_2} \sqrt{1+x^2} \qquad f_1(x) = 1+x^2 \quad f_2(x) = \sqrt{x}$

$1+x^2 \geq 0 \ \forall x$

$f_2 \circ f_1(x)$
$f_2(f_1(x)) = f_2(1+x^2) = \sqrt{1+x^2}$

iii) $x \xmapsto{f_1} 4x-2 \xmapsto{f_2} \sqrt[3]{4x-2}$ $\quad f_1(x)=4x-2 \quad f_2(x)=\sqrt[3]{x}$ El. Mat.

$f_2(f_1(x)) = f_2(4x-2) = \sqrt[3]{4x-2}$.

142) a) $x=\pm\frac{5}{2}$ $\quad \phi \quad$ $x=1, x=5$ $\quad$ $x=1, x=2$ $\quad \phi$

b) $x=-6, x=\frac{2}{5}$ $\quad \phi \quad$ $x\in[-3,0[\cup]0,3]$

c) $x\in]-\infty,4[$ $\quad x\in[1,4]$ $\quad x\in]-\infty,-3]\cup[-1,1]\cup[3,+\infty[$

d) $|a|\leq 0 \Leftrightarrow a=0 \to x=2 \; x=3$ $\quad \forall x\in\mathbb{R}$ $\quad x\in]-\infty,-2]\cup[-\frac{3}{2},+\infty[$

e) $4\left|\frac{x}{4}\right|=\frac{1}{6}$ $\quad |x|=\frac{1}{6}$ $\quad x=\pm\frac{1}{6}$ $\quad (\log e^4=4)$

f) $x=\dfrac{-1+\sqrt{13}}{2}$ $\quad x=\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$ $\quad x=\dfrac{-1\pm\sqrt{13}}{2}$ $\quad x=\dfrac{1\pm\sqrt{5}}{2}$

g) $x\in\left[\frac{-1+\sqrt{13}}{2},\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right]$ $\quad x\in\left]-\infty,\frac{-1+\sqrt{13}}{2}\right]\cup\left[\frac{1+\sqrt{5}}{2},+\infty\right[$

143) i) $A=[-2,2]$ $\quad$ ii) $A=]-\infty,-4[\cup]4,+\infty[$

iii) $A=\phi$ $\quad$ iv) $A=\mathbb{R}$ $\quad$ v) $A=\mathbb{R}$ $\quad$ vi) $A=\mathbb{R}\setminus\{0\}$

vii) $A=[-2,4]$ $\quad$ viii) $A=]-\infty,1[\cup]3,+\infty[$ $\quad$ ix) $\mathbb{R}$

x) $A=]-2,2[$ $\quad$ xi) $A=]-\infty,-2]\cup[2,+\infty[$

xii) $A=[-1,1]$

144)
$$|3x+5|=\begin{cases}3x+5 & \text{se } 3x+5\geq 0\\ -(3x+5) & \text{se } 3x+5<0\end{cases} = \begin{cases}3x+5 & \text{se } x\geq -\frac{5}{3}\\ -3x-5 & \text{se } x<-\frac{5}{3}\end{cases}$$

145) 1^a F $\quad |x+3|=\begin{cases}x+3 & \text{se } x\geq -3\\ -x-3 & \text{se } x<-3\end{cases}$ $\quad 2^a$ V essendo $x^2+3>0 \;\forall x\in\mathbb{R}$ $\quad |x^2+3|=x^2+3$

$3^a, 4^a, 5^a$ F, F, V $\quad |x^2-2|=x^2-2$ solo se $x^2-2\geq 0$

146) i) $x=-\frac{3}{7}$ o $x=\frac{2}{5}$ $\quad |a|=0\Leftrightarrow a=0$

ii) ϕ $\quad$ iii) $\forall x\in\mathbb{R}$ $\quad |-a|=|a| \;\forall a$

iv) $x\leq -2$ o $x\geq 1$

147) i) $dist(6, \frac{8}{3}) = \frac{10}{3}$ ii) $dist(-3, -\frac{13}{3}) = \frac{4}{3}$

iii) $dist(\frac{1}{5}, -\frac{1}{5}) = \frac{2}{5}$

148) $f(t) = \frac{1}{t} + t^2$ $\quad t \neq 0$ $f(1-a) = \frac{1}{1-a} + (1-a)^2$ $\quad a \neq 1$ $(f(x))^2 = \frac{1}{x^2} + x^4 + 2x$

$f(x) - \frac{1}{x} = x^2$ $\quad x \neq 0$ $x \cdot f(x) = 1 + x^3$ $\quad x \neq 0$ $f(f(x)) = \frac{x}{1+x^3} + \frac{1}{x^2} + x^4 + 2x$ $\quad x \neq 0 \; x \neq -1$

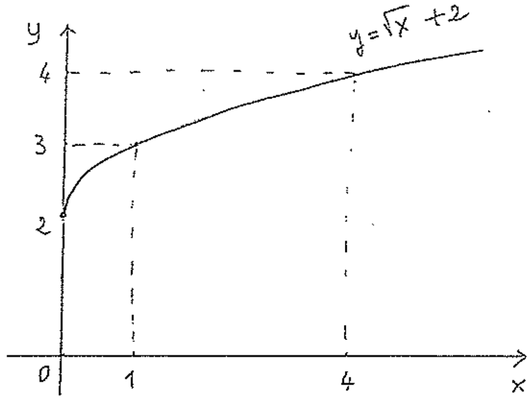
150) Non faccio tutti i disegni

i)

dom $f = [0, +\infty[$ grafico $y = \sqrt{x} + 2$

grafico $y = \sqrt{x}$ alzato verso l'alto di 2

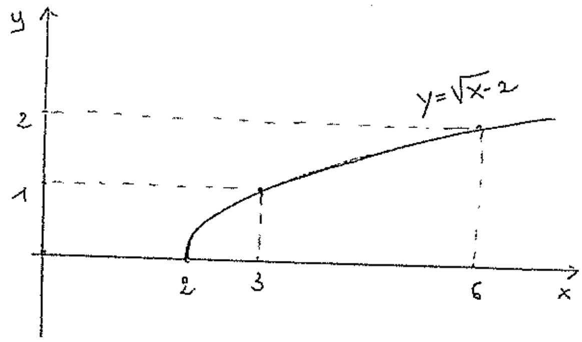
$f(0) = 2$ $f(1) = 3$ $f(4) = 4$



ii) dom $f = [2, +\infty[$ grafico $y = \sqrt{x-2}$

grafico $y = \sqrt{x}$ spostato verso destra di 2

$f(2) = 0$ $f(3) = 1$ $f(6) = 2$



iii) dom $f = \mathbb{R}$ grafico $y = x^2 + 2$ parabola di base $y = x^2$ in alto di 2 $V(0,2)$

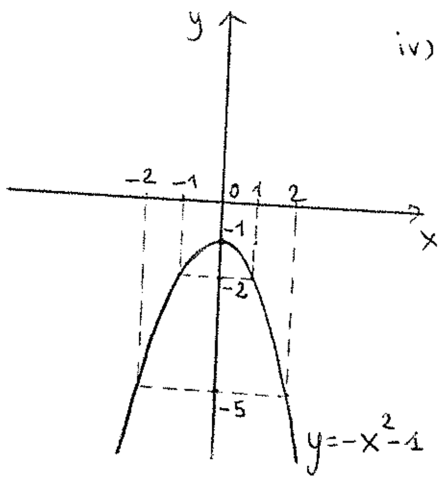
$x = 0$ $y = 2$

$x = \pm 1$ $y = 3$

$x = \pm 2$ $y = 6$

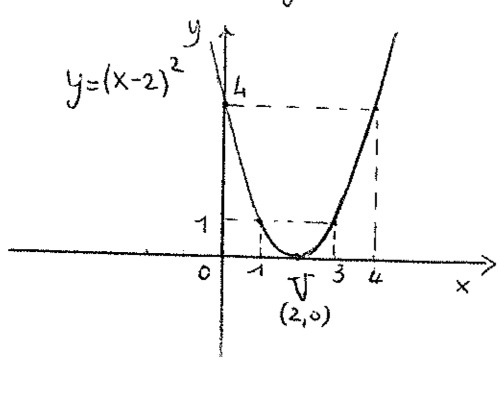
iv) dom $f = \mathbb{R}$ grafico $y = -x^2 - 1$ parabola di base $y = x^2$ simmetrizzata rispetto all'asse x e poi abbassata di 1 $V(0,-1)$

$x = 0$ $y = -1$ $x = \pm 1$ $y = -2$ $x = \pm 2$ $y = -5$



v) dom $f = \mathbb{R}$ grafico $y = (x-2)^2$ parabola di base a destra di 2, $V(2,0)$, $x = 1$ o $x = 3$ $y = 1$

$x = 0$ o $x = 4$ $y = 4$



vi) dom f $=\mathbb{R}$ graf $y=x^3-1$ cubica $y=x^3$ spostata verso il basso di 1

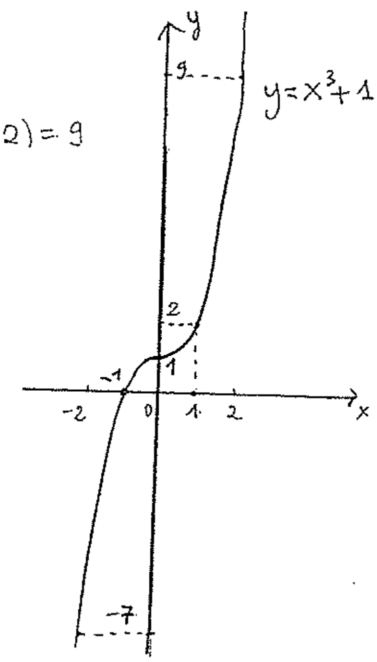
$f(-2)=-9$ $f(-1)=-2$ $f(0)=-1$

$f(1)=0$ $f(2)=7$

vii) dom f $=\mathbb{R}$ graf $y=x^3+1$

cubica $y=x^3$ spostata verso l'alto di 1

$f(-2)=-7$ $f(-1)=0$ $f(0)=1$ $f(1)=2$ $f(2)=9$



viii) dom f $=\mathbb{R}$ graf $y=-x^3+1$ cubica $y=x^3$

simmetrizzata rispetto all'asse x e poi in alto di 1

$x=0$ $y=1$

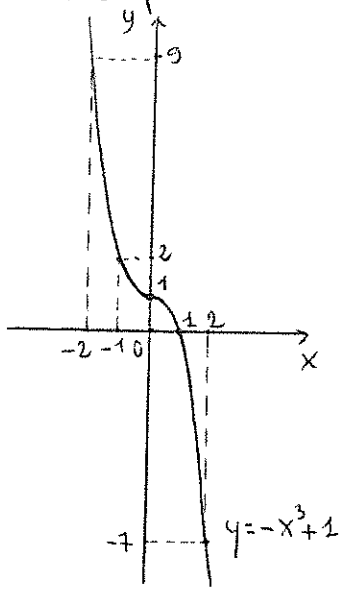
$x=1$ $y=0$

$x=2$ $y=-7$

$x=-1$ $y=2$

$x=-2$ $y=9$

E' il grafico simmetrico rispetto all'asse x di vi) e simmetrico rispetto all'asse y di vii)



ix) dom f $=\mathbb{R}$ graf $y=(x-1)^3$

cubica $y=x^3$ a destra di 1

$x=1$ $y=0$ $x=2$ $y=1$

$x=0$ $y=-1$ $x=3$ $y=8$ $x=-1$ $y=-8$

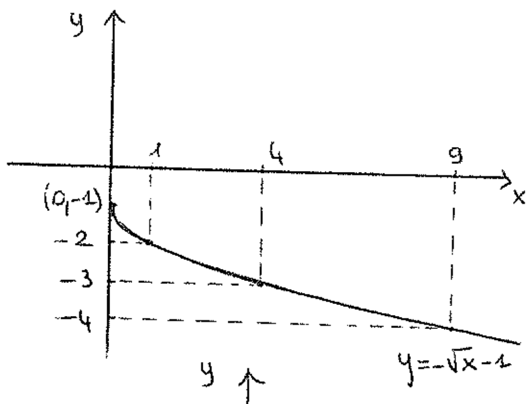
x) dom f $=[0,+\infty[$ graf $y=-\sqrt{x}-1$ grafico della radice $y=\sqrt{x}$ simmetrizzato rispetto all'asse x e poi abbassato di 1

$x=0$ $y=-1$

$x=1$ $y=-2$

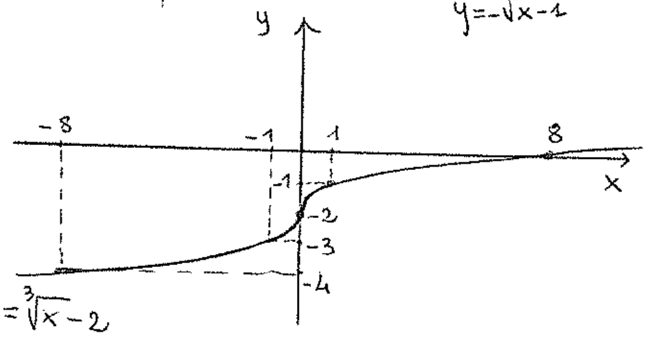
$x=4$ $y=-3$

$x=9$ $y=-4$



xi) dom f $=\mathbb{R}$ graf $y=\sqrt[3]{x}-2$ radice cubica $y=\sqrt[3]{x}$ in basso di 2 $x=0$ $y=-2$ $x=1$ $y=-1$

$x=8$ $y=0$ $x=-1$ $y=-3$ $x=-8$ $y=-4$



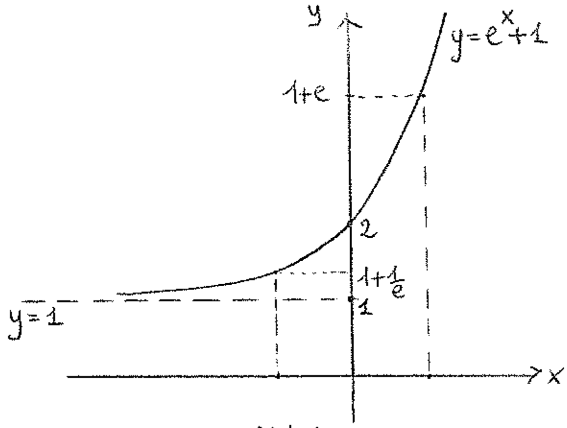
xii) dom f $=\mathbb{R}$ graf $y=\sqrt[3]{x-1}$ radice cubica

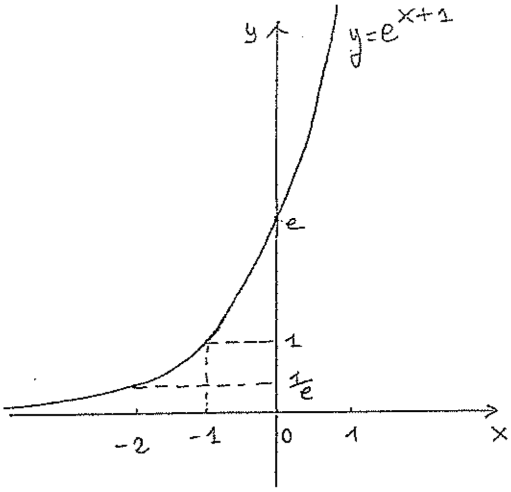
$y=\sqrt[3]{x}$ a destra di 1 $x=1$ $y=0$ $x=2$ $y=1$ $x=9$ $y=2$

$x=0$ $y=-1$ $x=-7$ $y=-2$

xiii) $\text{dom} f = \mathbb{R}$ graf $y = e^x + 1$ grafico della funzione esponenziale $y = e^x$ spostato verso l'alto di 1

$f(-1) = 1 + \frac{1}{e}$ $f(0) = 2$ $f(1) = 1 + e$





xiv) $\text{dom} f = \mathbb{R}$ graf $y = e^{x+1}$ grafico $y = e^x$ spostato verso sinistra di 1

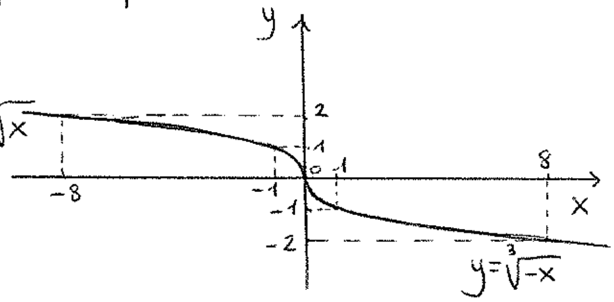
$f(-2) = \frac{1}{e}$ $f(-1) = 1$ $f(0) = e$

xv) $\text{dom} f = \mathbb{R}$ $y = e^{-x}$ simmetrico di $y = e^x$ rispetto all'asse y (si veda la lezione del 16 ott 17)

xvi) $\text{dom} f =]-\infty, 0]$ $y = \sqrt{-x}$ simmetrico di $y = \sqrt{x}$ rispetto all'asse y (si veda la lezione del 16 ott 17)

xvii) $\text{dom} f = \mathbb{R}$ $y = \sqrt[3]{-x}$ simmetrico di $y = \sqrt[3]{x}$ rispetto all'asse y $x=0$ $y=0$ $x=1$ $y=-1$

$x=8$ $y=-2$ $x=-1$ $y=1$ $x=-8$ $y=2$



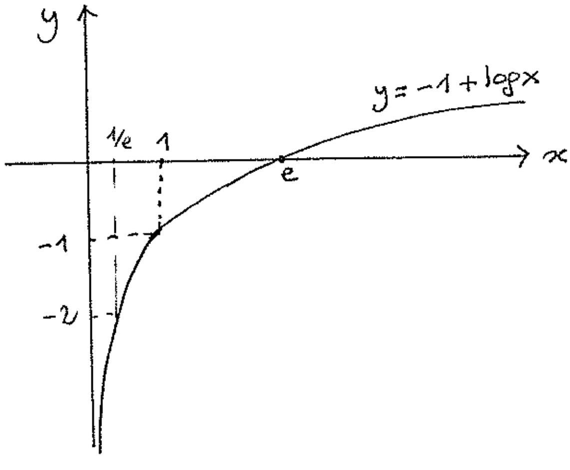
xviii) $\text{dom} f = \mathbb{R}$ $y = e^x - 1$ grafico dell'esponenziale e^x in basso di 1

$x=0$ $y=0$ $x=1$ $y=e-1$ $x=-1$ $y = \frac{1}{e} - 1 \simeq -0{,}63$ per x molto negativo si avvicina a $y=-1$

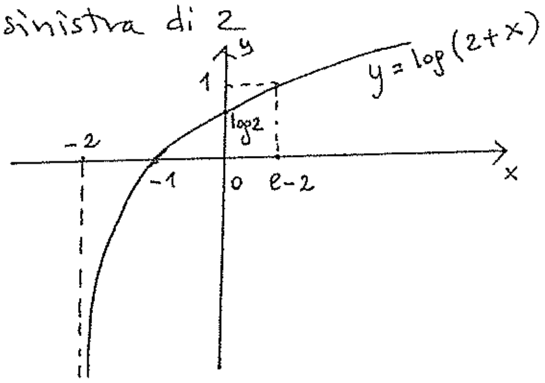
xix)

$\text{dom} f =]0, +\infty[$ grafico $y = -1 + \log x$

grafico del logaritmo $y = \log x$ spostato verso il basso di 1 $f(1) = -1$ $f(e) = 0$ $f(\frac{1}{e}) = -2$ $f(e^2) = 1$



xx) $\text{dom} f =]-2, +\infty[$ grafico $y = \log(2+x)$
grafico del logaritmo $y = \log x$ spostato verso sinistra di 2

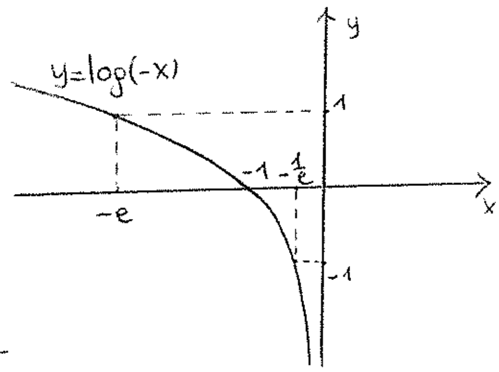


$f(-1) = 0$

$f(0) = \log 2 \simeq 0{,}7$

$f(e-2) = 1$

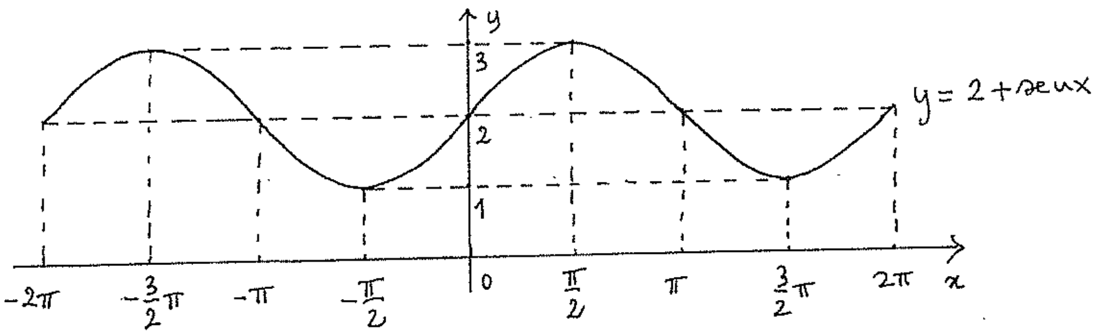
xxi) $\text{dom} f =]-\infty, 0[$ $y = \log(-x)$ è il simmetrico di $y = \log x$ rispetto all'asse y $x = -1$ $y = 0$ $x = -e$ $y = 1$
$x = -\frac{1}{e}$ $y = -1$



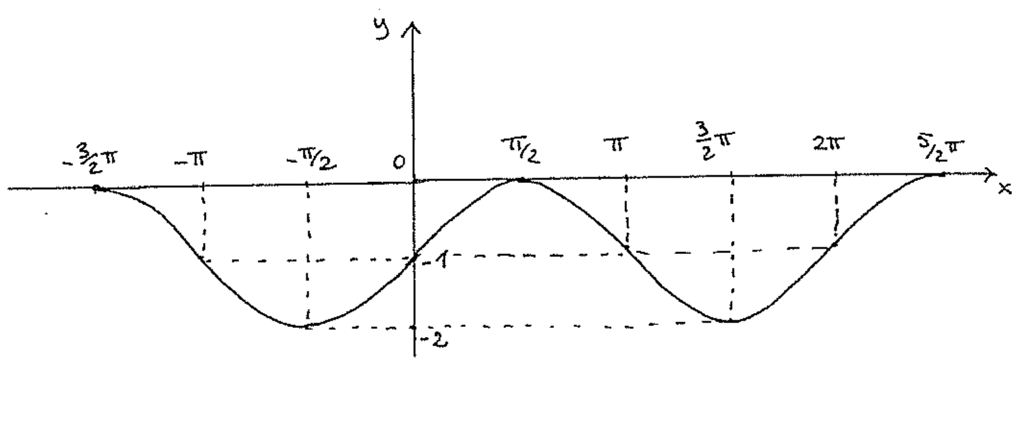
xxii) $\text{dom} f =]0, +\infty[$ $y = \log x$ verso l'alto di 3
$f(\frac{1}{2}) = -\log 2 + 3$ $f(1) = 3$ $f(2) = \log 2 + 3$ $f(e) = 4$
$f(x) = 0 \iff \log x + 3 = 0 \iff \log x = -3 \iff x = e^{-3} = \frac{1}{e^3} \simeq 0{,}05$

xxiii). $\text{dom} f = \mathbb{R}$ $y = \text{sen} x$ verso l'alto di 2

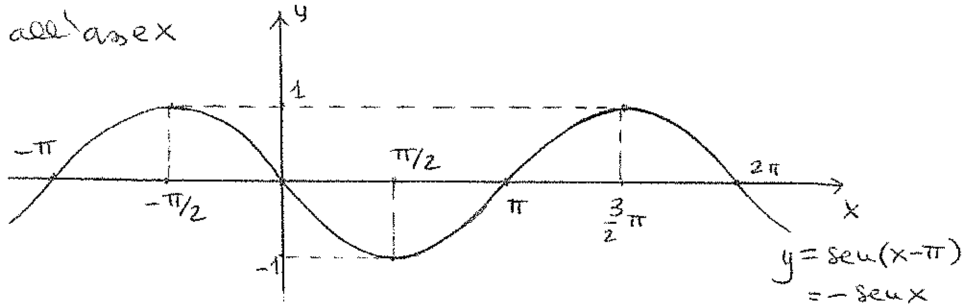
$f(0) = 2$ $f(\frac{\pi}{2}) = 3$ $f(\pi) = 2$ $f(\frac{3}{2}\pi) = 1$ $f(2\pi) = 2$



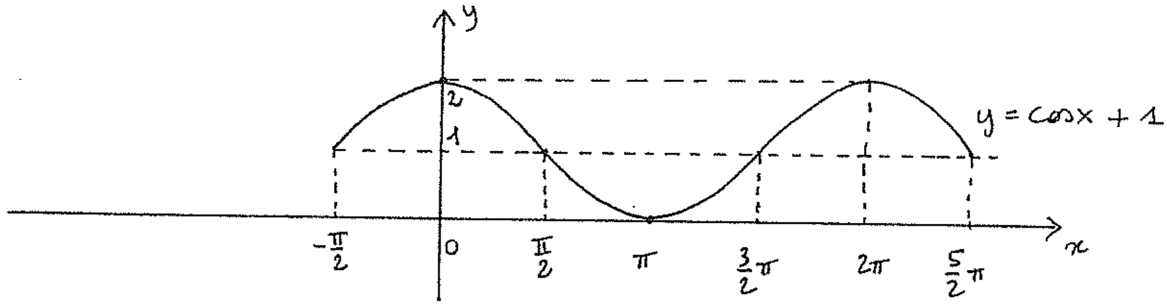
xxiv) $\text{dom} f = \mathbb{R}$ $y = \text{sen} x - 1$ grafico di $\text{sen} x$ abbassato di 1



xxv) dom $f=\mathbb{R}$ $\quad y=\operatorname{sen}(x-\pi)$ grafico del seno $y=\operatorname{sen}x$ a destra di $\pi \Rightarrow y=\operatorname{sen}(x-\pi)=-\operatorname{sen}x$, quindi anche simmetrico di $y=\operatorname{sen}x$ rispetto all'asse x



xxvi) dom $f=\mathbb{R}$ $\quad y=\cos x$ verso l'alto di 1 $\quad f(-\frac{\pi}{2})=1$ $\quad f(0)=2$ $\quad f(\frac{\pi}{2})=1$
$f(\pi)=0$ $\quad f(\frac{3}{2}\pi)=1$ $\quad f(2\pi)=2$ $\quad f(\frac{5}{2}\pi)=1$



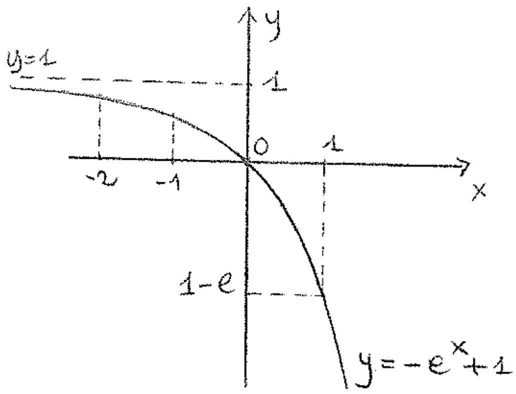
xxvii) dom $f=\mathbb{R}$ $y=\cos x-1$ grafico del coseno $y=\cos x$ spostato in basso di 1 $\quad y(0)=0$ $\quad y(\frac{\pi}{2})=-1$ $\quad y(\pi)=-2$ $\quad y(\frac{3}{2}\pi)=-1$ $\quad y(2\pi)=0$

xxviii) dom $f=\mathbb{R}$ $\quad y=\cos(x+\frac{\pi}{2})$ grafico del coseno $y=\cos x$ a sinistra di $\frac{\pi}{2} \Rightarrow y=\cos(x+\frac{\pi}{2})=-\operatorname{sen}x$ (si ricava anche dalla formula di addizione). Per il DIS si veda xxv)

xxix) dom $f=\mathbb{R}$ $\quad y=\operatorname{sen}(-x)$ è il simmetrico del grafico del seno $y=\operatorname{sen}x$ rispetto all'asse y. Si ritrova di nuovo $y=\operatorname{sen}(-x)=-\operatorname{sen}x$ (infatti il seno è una funzione DISPARI ......). Per il DIS. si veda xxv).

xxx) dom $f=\mathbb{R}$ $\quad y=\cos(-x)$ è il simmetrico del grafico del coseno $y=\cos x$ rispetto all'asse y $\Rightarrow y=\cos(-x)=\cos x$ (infatti il coseno è una funzione PARI ....).

xxxi) dom $f=\mathbb{R}$ $\quad y=-e^x+1$ simmetrico di $y=e^x$ rispetto all'asse x e poi in alto di 1 $\quad y(0)=0$ $\quad y(1)=1-e \simeq -1{,}718$ $\quad y(-1)=1-\frac{1}{e}\simeq 0{,}63$
$y(-2)=1-\frac{1}{e^2}\simeq 0{,}86$



xxxii) dom f = $\mathbb{R}$ $y=-\cos x$

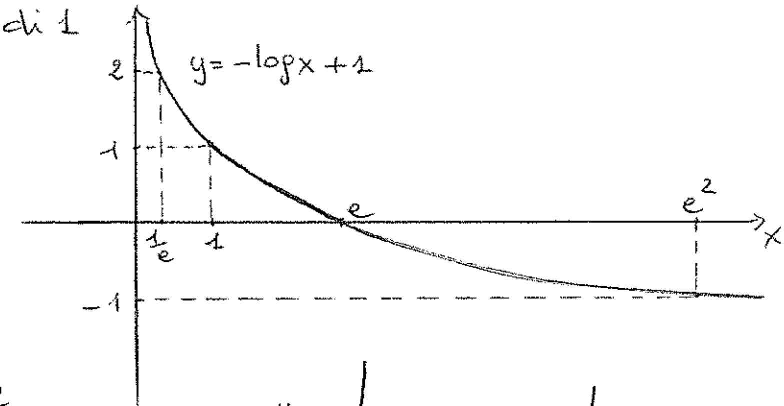
simmetrico del grafico del coseno $y=\cos x$ rispetto all'asse x

$y(0)=-1$ $y(\pi)=1$ $y(2\pi)=-1$

xxxiii) dom f = $]0,+\infty[$ $y=-\log x+1$ simmetrico del grafico del logaritmo $y=\log x$ rispetto all'asse x e poi in alto di 1

$y(1)=1$ $y(e)=0$ $y(e^2)=-1$

$y(\frac{1}{e})=2$



xxxiv) dom f = $\mathbb{R}$ $y=-e^{-x}$

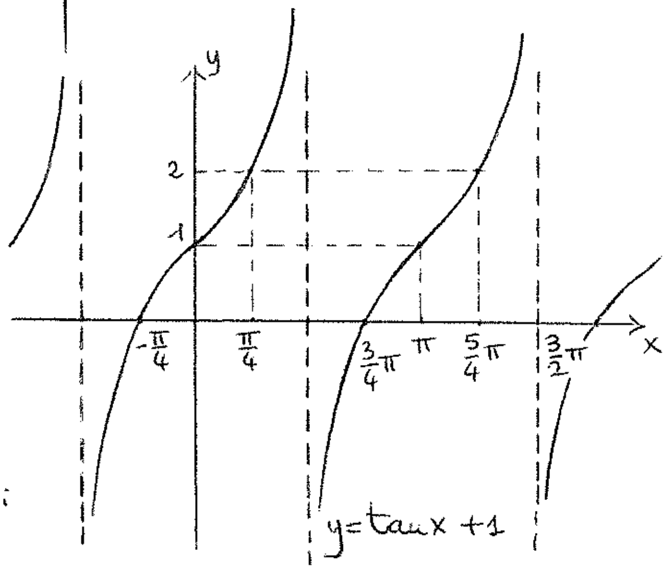
simmetrico di e^{-x} rispetto all'asse x $y(0)=-1$ $y(-1)=-e$

$y(1)=-\frac{1}{e}$

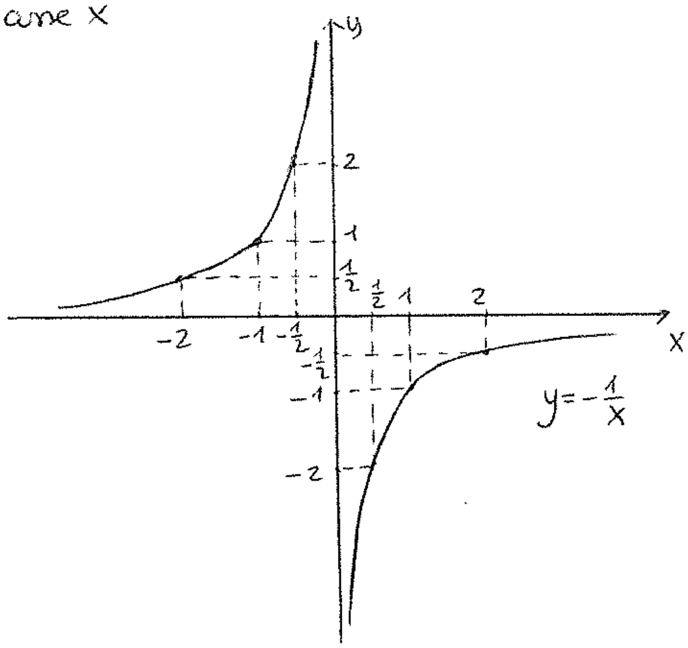
xxxv) dom f = $\mathbb{R}\setminus\{\frac{\pi}{2}+k\pi,\ k\in\mathbb{Z}\}$

$y=(\tan x)+1$ grafico della tangente $y=\tan x$ in alto di 1

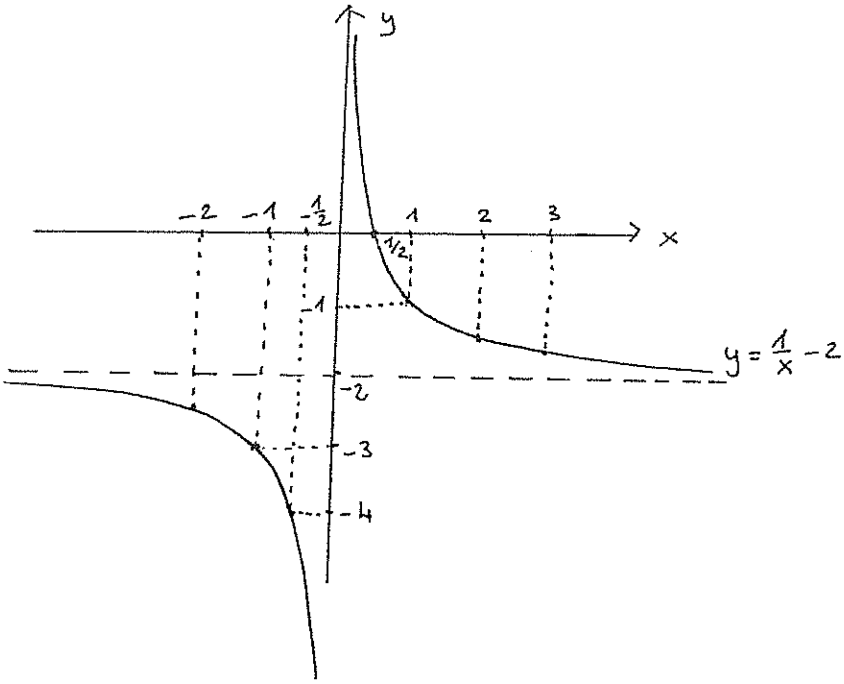
$y(-\frac{\pi}{4})=0$ $y(0)=1$ $y(\frac{\pi}{4})=2$



xxxvi) dom f = $\mathbb{R}\setminus\{0\}$ $y=-\frac{1}{x}$ simmetrico di $y=\frac{1}{x}$ rispetto all'asse x

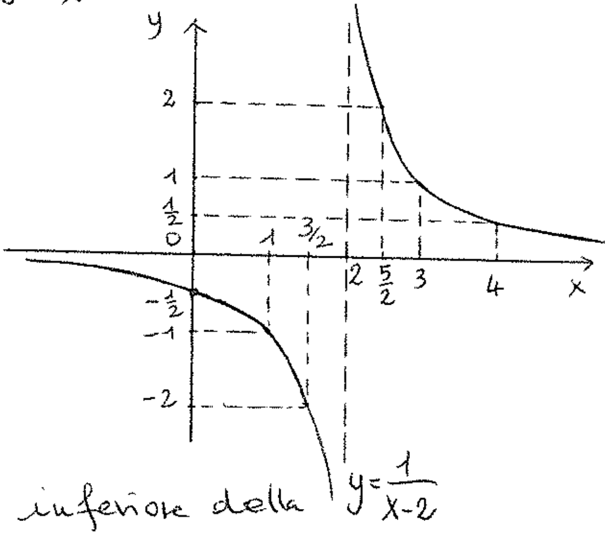


xxxvii) $\text{dom} f = \mathbb{R} \setminus \{0\}$ $\quad y = \frac{1}{x}$ (iperbole riferita agli assi) spostata in basso di 2 $\quad f(\frac{1}{2}) = 0 \quad f(1) = -1 \quad f(2) = -\frac{3}{2} \quad f(-1) = -3 \quad f(-2) = -\frac{5}{2}$ El. Mat.

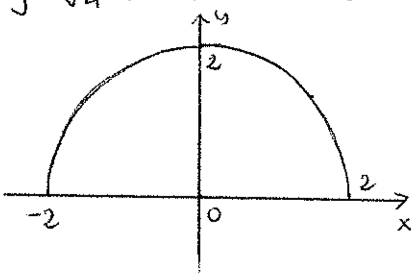


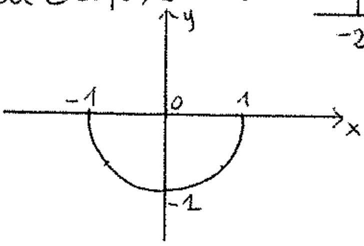
xxxviii) $\text{dom} f = \mathbb{R} \setminus \{2\}$ $\quad y = \frac{1}{x-2}$ è il grafico $y = \frac{1}{x}$ a destra di 2

$y(3) = 1 \quad y(1) = -1$



xxxix) $\text{dom} f = [-2, 2]$ $\quad y = \sqrt{4 - x^2}$ è la metà superiore della circonferenza di $C(0,0)$ e $R = 2$





XL) $\text{dom} f = [-1, 1]$

$y = -\sqrt{1 - x^2}$ è la metà inferiore della circonferenza di $C(0,0)$ $\quad R = 1$

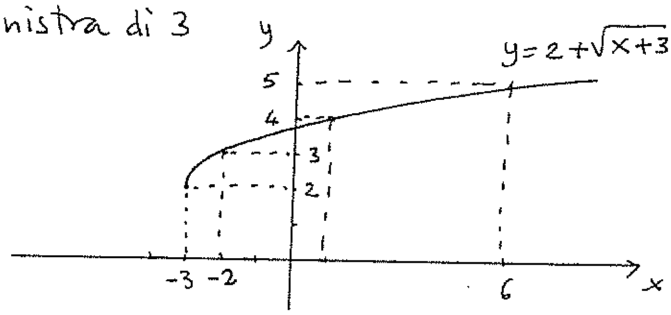
XLi) $\text{dom} f = [-3, +\infty[$ $\quad$ grafico $y = 2 + \sqrt{x+3}$

grafico della radice $y = \sqrt{x}$ a sinistra di 3

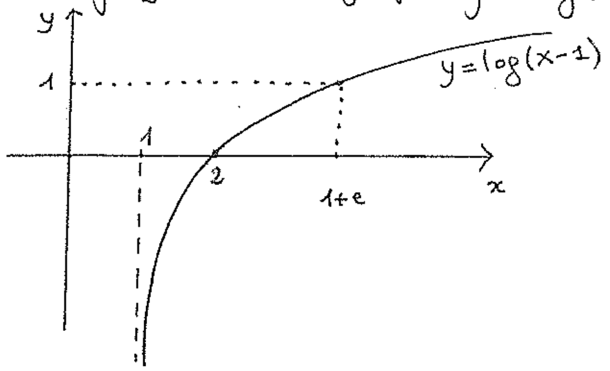
e in alto di 2

$x = -3 \to y = 2 \qquad x = -2 \to y = 3$

$x = 1 \to y = 4 \qquad x = 6 \to y = 5$



xLii) $\operatorname{dom} f =]1, +\infty[$ grafico $y = \log(x-1)$ grafico del logaritmo a destra di 1

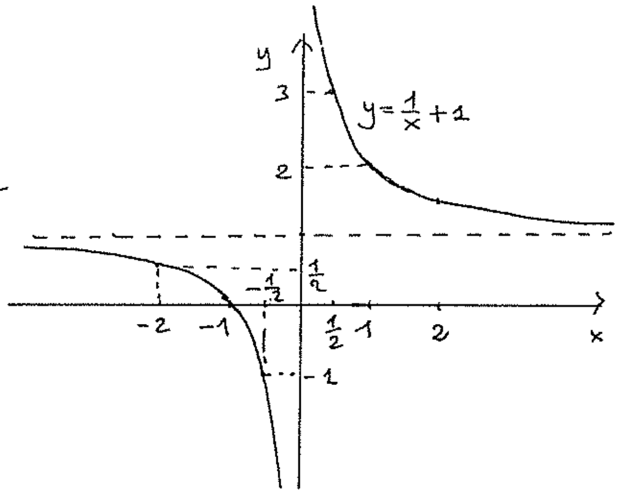


$x = 2 \to y = 0$

$x = 1+e \to y = 1$

xLiii) $\operatorname{dom} f = \mathbb{R} \setminus \{0\}$ eq.ne $y = \frac{1}{x} + 1$

grafico dell'iperbole $y = \frac{1}{x}$ in alto di 1



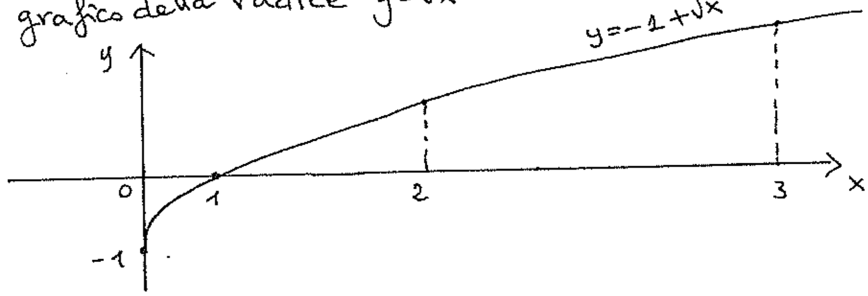
$x = -2 \to y = \frac{1}{2}$ $x = -1 \to y = 0$

$x = -\frac{1}{2} \to y = -1$ $x = \frac{1}{2} \to y = 3$

$x = 1 \to y = 2$ $x = 2 \to y = \frac{3}{2}$

xLiv) $\operatorname{dom} f = [0, +\infty[$ eq.ne $y = -1 + \sqrt{x}$

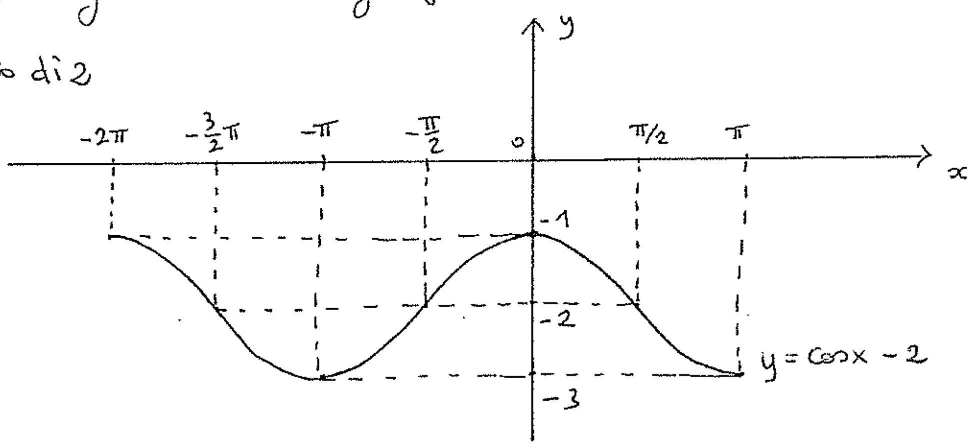
grafico della radice $y = \sqrt{x}$ in basso di 1



$x = 0 \to y = -1$
$x = 1 \to y = 0$
$x = 9 \to y = 2$
$x = 4 \to y = 1$

xLV) $\operatorname{dom} f = \mathbb{R}$ $y = \cos x - 2$ grafico del $\cos x$

abbassato di 2



xLvi) $\text{dom} f = [-4, +\infty[$

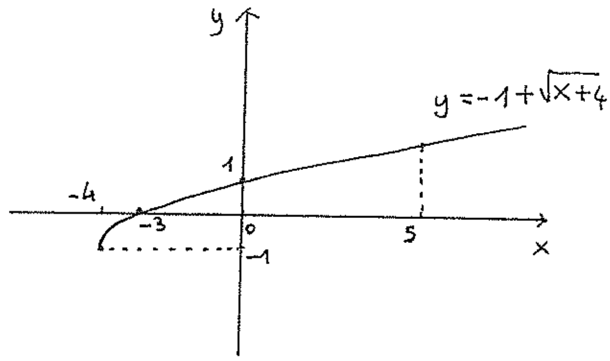
eq.^{ue} del grafico $y = -1 + \sqrt{x+4}$

grafico della $\sqrt{x}$ a sinistra di 4

e in basso di 1

$x = -4 \to y = -1 \qquad x = -3 \to y = 0$

$x = 0 \to y = 1 \qquad x = 5 \to y = 2 \ \dots$



xLvii) $\text{dom} f =]+2, +\infty[$

grafico $y = \log(x-2) + 1$

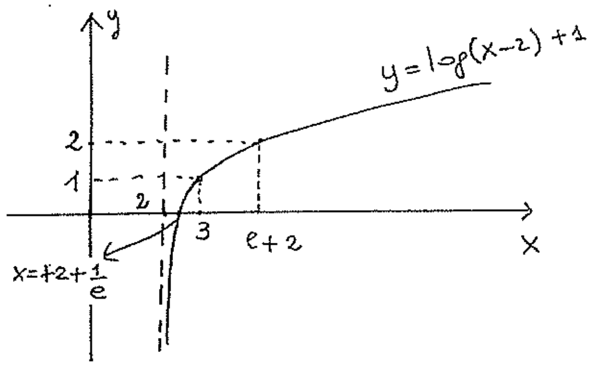
grafico del logaritmo a destra di 2

e in alto di 1

$y = 0$ se $\log(x-2) = -1 \quad x - 2 = e^{-1}$

$x = +2 + \frac{1}{e}$

se $x = 3 \to y = 1$ se $x = \underset{\underset{4,7}{\wr\wr}}{e+2} \Rightarrow y = \log e + 1 = 1 + 1 = 2$

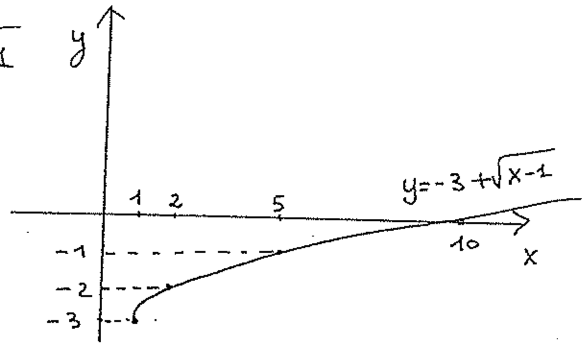


xLviii) $\text{dom} f = [1, +\infty[$ grafico $y = -3 + \sqrt{x-1}$

grafico della radice a destra di 1 e

in basso di 3 : se $x = 2 \quad y = -2$

se $x = 5 \quad y = -1 \quad$ se $x = 10 \quad y = 0$



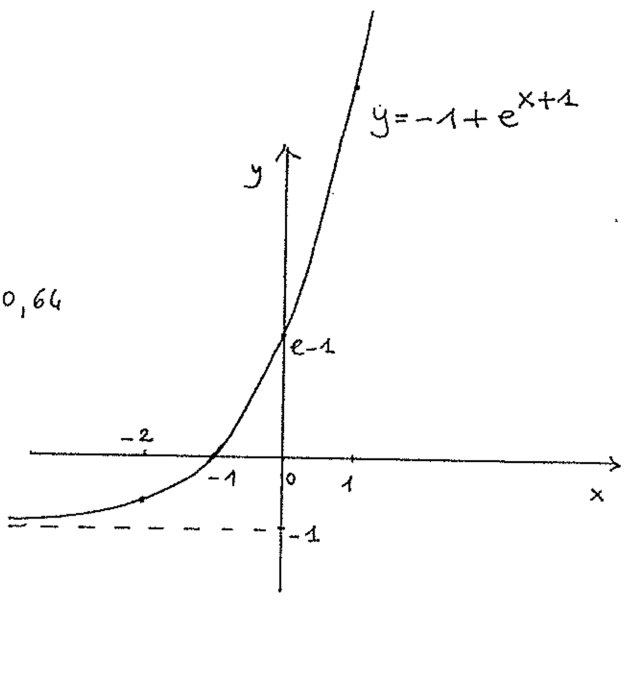
xLix) $\text{dom} f = \mathbb{R}$ eq.^{ue} $y = -1 + e^{x+1}$ grafico

dell'esponenziale e^x a sinistra di 1

e in basso di 1 $\quad x = -2 \to y = -1 + \frac{1}{e} \simeq -0,64$

$x = -1 \to y = 0 \qquad x = 0 \to y = -1 + e$

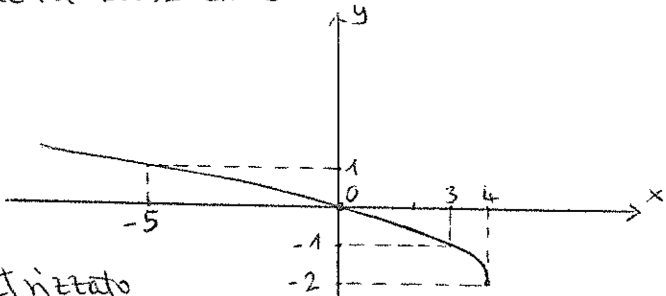
$x = 1 \to y = -1 + e^2 \simeq 6,4$



L) $\operatorname{dom} f =]-\infty, 4]$ $\quad y = -2 + \sqrt{4-x} = -2 + \sqrt{-(x-4)}$ grafico della radice $y = \sqrt{x}$ simmetrizzato rispetto all'asse y ($y = \sqrt{-x}$), poi a destra di 4 ($y = \sqrt{-(x-4)}$) e infine in basso di 2

$x = 4 \quad y = -2 \qquad x = 3 \quad y = -1 \qquad x = 0 \quad y = 0$

$x = -5 \quad y = 1$

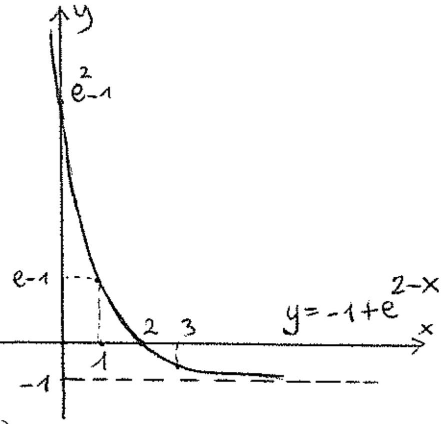


Li) $\operatorname{dom} f = \mathbb{R}$ $\quad y = e^{2-x} - 1 = -1 + e^{-(x-2)}$

grafico dell' esponenziale $y = e^{x}$ simmetrizzato rispetto all'asse y ($y = e^{-x}$), spostato a destra di 2 ($y = e^{-(x-2)}$) e infine in basso di 1.

$x = 2 \quad y = 0 \qquad x = 3 \quad y = -1 + \frac{1}{e} \qquad x = 1 \quad y = e - 1$

$x = 0 \quad y = e^{2} - 1$

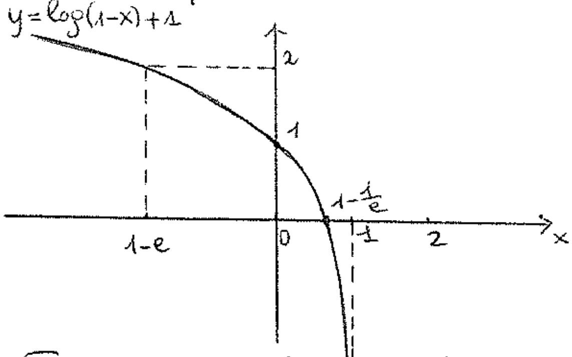


Lii) $\operatorname{dom} f =]-\infty, 1[$ $\quad y = \log(1-x) + 1 = \log(-(x-1)) + 1$

grafico del logaritmo $y = \log x$ simmetrizzato rispetto all'asse y ($y = \log(-x)$), spostato a destra di 1 ($y = \log(1-x)$) e poi in alto di 1.

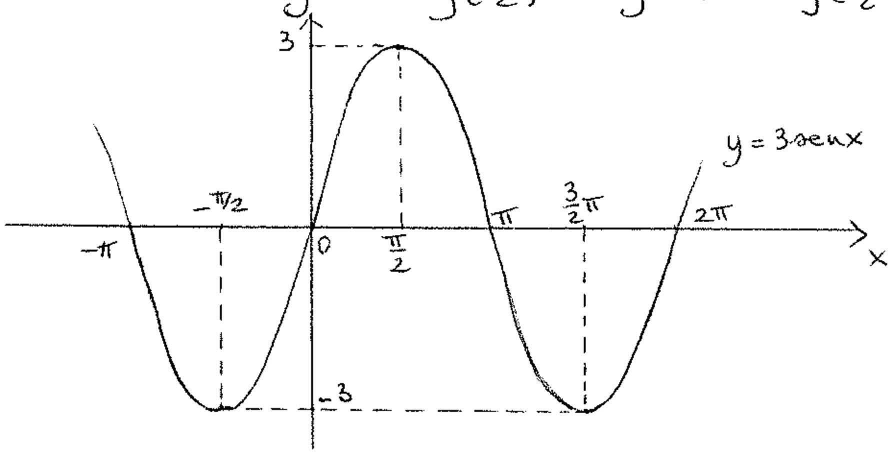
$y(0) = 1 \quad y(-1) = \log 2 + 1 \quad y(1-e) = 2$

$y = 0$ se $\log(1-x) = -1 \quad 1 - x = \frac{1}{e} \quad x = 1 - \frac{1}{e}$



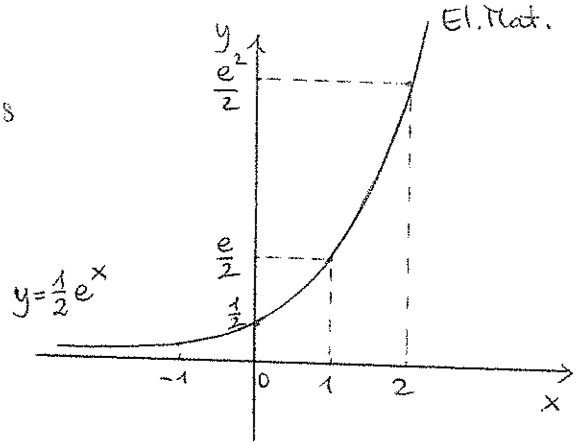
Liii) $\operatorname{dom} f = [0, +\infty[$ $\quad y = 2\sqrt{x}$ deformazione di $y = \sqrt{x}$ ottenuta raddoppiando i valori dell'ordinata. Si veda la lezione del 16 ottobre 2017.

Liv) $\operatorname{dom} f = \mathbb{R}$ $\quad y = 3 \operatorname{sen} x$ deformazione di $y = \operatorname{sen} x$ ottenuta triplicando i valori dell'ordinata. $y(0) = 0 \quad y(\frac{\pi}{2}) = 3 \quad y(\pi) = 0 \quad y(\frac{3}{2}\pi) = -3$



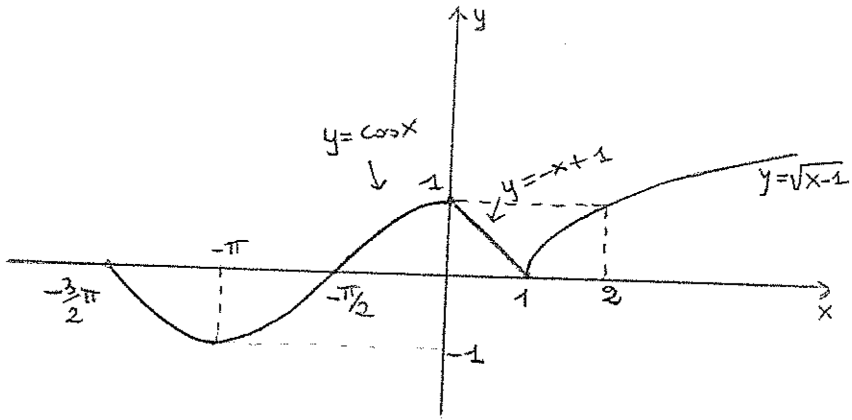
Lv) $\mathrm{dom} f = \mathbb{R}$ $\quad y = \frac{1}{2}e^x$ deformazione di $y = e^x$ dimezzando l'ordinata

$y(0) = \frac{1}{2} \quad y(1) = \frac{1}{2}e \approx 1{,}36 \quad y(2) = \frac{1}{2}e^2 \approx 3{,}7 \quad y(-1) = \frac{1}{2e} \approx 0{,}18$



151) i) $\mathrm{dom} f = [-\frac{3}{2}\pi, +\infty[$

$\mathrm{Im} f = [-1, +\infty[$



$\max f \nexists$

$\min f = -1 = f(-\pi)$

$x = -\pi$ p.to di MIN ass.

MIN LOC: $x = -\pi$, $x = 1$

MAX LOC: $x = -\frac{3}{2}\pi$, $x = 0$

$\nearrow$ su $[-\pi, 0]$ e su $[1, +\infty[$ $\quad \searrow$ su $[-\frac{3}{2}\pi, -\pi]$ e su $[0, 1]$

$f(x) = k$

- $k < -1$ $\emptyset$
- $k = -1$ 1 sol.ne
- $-1 < k < 0$ 2 sol.ni
- $0 \le k < 1$ 3 sol.ni
- $k = 1$ 2 sol.ni
- $k > 1$ 1 sol.ne

$f(0) = 1 \quad f^{-1}(1) = \{0, 2\}$

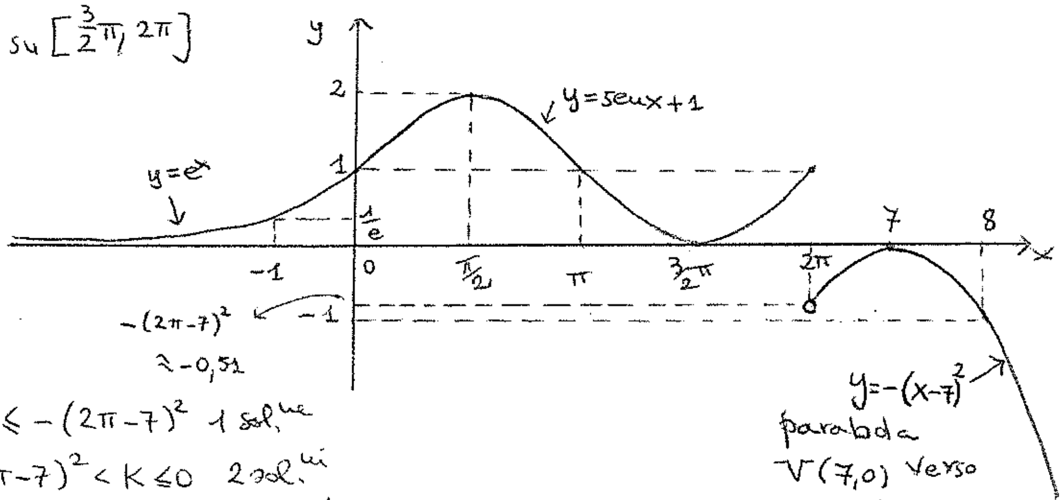
ii) $\mathrm{dom} f = \mathbb{R}$ $\quad \mathrm{Im} f =]-\infty, 2]$ $\quad f(-1) = \frac{1}{e}$ $\quad f(2\pi) = 1$ $\quad f^{-1}(1) = \{0, \pi, 2\pi\}$

$\max f = 2 = f(\frac{\pi}{2})$ $\quad \min f \nexists$ $\quad$ MIN LOC: $x = \frac{3}{2}\pi$ $\quad$ MAX LOC: $x = \frac{\pi}{2}$, $x = 2\pi$, $x = 7$

$x = \frac{\pi}{2}$ p.to di Max Ass.

$\nearrow$ su $]-\infty, \frac{\pi}{2}]$, su $[\frac{3}{2}\pi, 2\pi]$ e su $]2\pi, 7[$

$\searrow$ su $[\frac{\pi}{2}, \frac{3}{2}\pi]$ e su $[7, +\infty[$



$y = -(x-7)^2$ parabola $V(7, 0)$ verso il basso

$f(x) = k$

- $k \le -(2\pi - 7)^2$ 1 sol.ne
- $-(2\pi - 7)^2 < k \le 0$ 2 sol.ni
- $0 < k \le 1$ 3 sol.ni
- $1 < k < 2$ 2 sol.ni
- $k = 2$ 1 sol.ne
- $k > 2$ $\emptyset$

iii) $\text{dom} f = [0,+\infty[$ $\quad \text{Im} f =]-\infty, 3]$

$\max f = 3 = f(0)$

$\min f \nexists$

f è $\downarrow$ su $[0,+\infty[$ ($\Rightarrow$ iniettiva)

$f(x) = k \quad k > 3$ nessuna sol.^{ne}

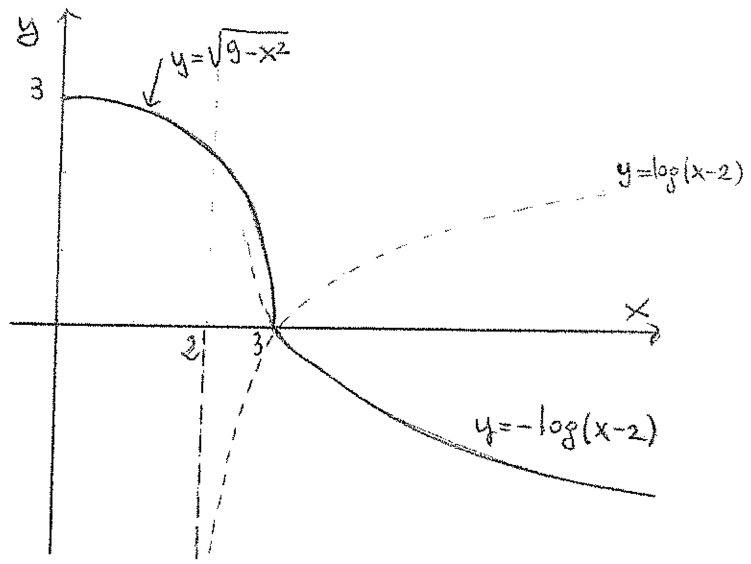
$\qquad\qquad k \leq 3 \quad 1$ sol.^{ne}

$f^{-1}(-1) \quad -\log(x-2) = -1$

$\Updownarrow \quad \log(x-2) = 1$

$x > 2$ e $x - 2 = e$

$f^{-1}(-1) = \{2+e\}$



iv) $\text{dom} f = \mathbb{R}$ $\quad y = (x-\frac{1}{2})^2 + \frac{1}{4}$ $\quad$ parabola di $V(\frac{1}{2}, \frac{1}{4})$ verso l'alto

$y(0) = \frac{1}{2} \quad y(-1) = \frac{5}{2} \quad y(-2) = \frac{13}{2}$

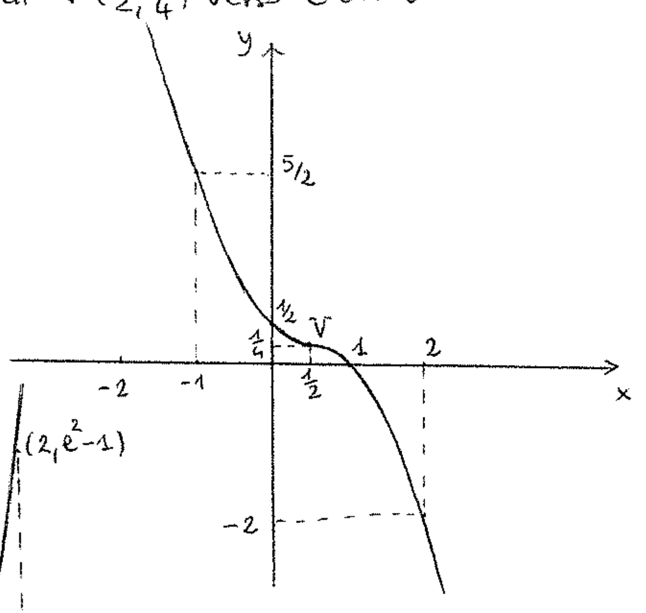
$y = -x^2 + x$ parabola di $V(\frac{1}{2}, \frac{1}{4})$

verso il basso $\quad y(1) = 0 \quad y(2) = -2$

$\text{Im} f = \mathbb{R} \quad f \downarrow$ su $\mathbb{R}$

$f(x) = k \quad 1$ sol.^{ne} $\forall k \in \mathbb{R}$

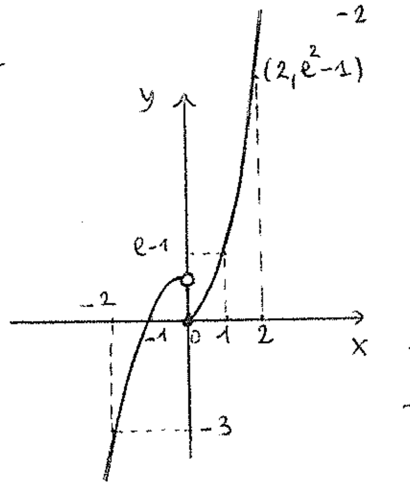
$\max f \nexists \quad \min f \nexists$



v) $\text{dom} f = \mathbb{R}$ $\quad \text{Im} f = \mathbb{R}$

$y = e^x - 1$ grafico dell'esponenziale in basso di 1 $\quad y(0) = 0 \quad y(1) = e - 1$

$y(2) = e^2 - 1$



$f \nearrow$ su $]-\infty, 0[$ e su $[0,+\infty[$

$f^{-1}(0) = \{-1, 0\}$

$f^{-1}(1) =$

$y = 1 - x^2$ parabola di $V(0,1)$ verso il basso, $y = 0 \quad x = \pm 1$ ($x = -1$ per $x < 0$)

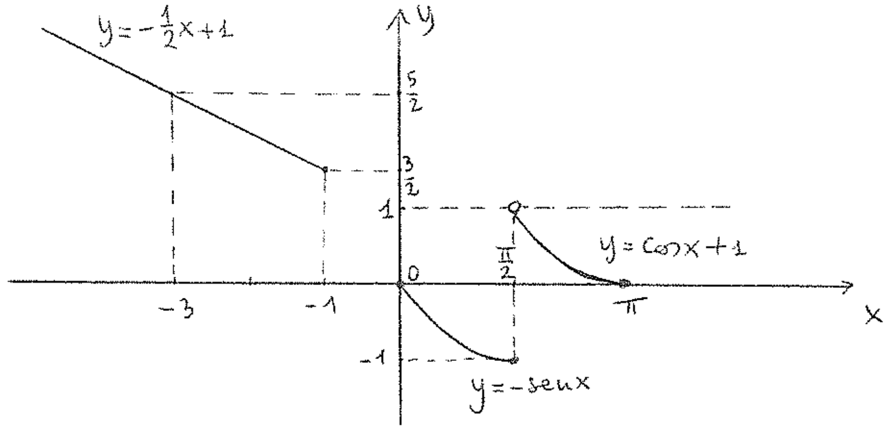
$\qquad x = -2 \quad y = -3$

vi) $\text{dom} f =]-\infty, -1] \cup [0, \pi]$

$y = -\frac{x}{2} + 1$ retta $m = -\frac{1}{2}$ $q = 1$ $\qquad x = -1 \quad y = \frac{3}{2} \qquad x = -3 \quad y = \frac{5}{2}$

$y = -\text{sen}\, x$ simmetrico di $y = \text{sen}\, x$ rispetto all'asse x

$y=\cos x+1$ grafico del coseno in alto di 1.



$\operatorname{Im} f=[-1,1[\,\cup\,[\frac{3}{2},+\infty[$

$\max f \nexists$

$\min f=-1=f(\frac{\pi}{2})$

$x=\frac{\pi}{2}$ punto di MIN ASS

min loc: $x=-1$, $x=\frac{\pi}{2}$, $x=\pi$

max loc: $x=0$

$f(x)=K$ $\quad K<-1,\ 1\leq K<\frac{3}{2}$ nessuna sol.ne

$K=0$ 2 sol.ni

$-1\leq K<0,\ 0<K<1,\ \frac{3}{2}\leq K,$ 1 sol.ne

$f \searrow$ su $]-\infty,-1]\cup[0,\frac{\pi}{2}]$ e su $]\frac{\pi}{2},\pi]$

ES.152) i) $x=3$ ii) $x=-3$ iii) $x=\frac{1}{2}$ iv) $x=4$ v) $x=-\frac{1}{3}$ vi) $x=2$

vii) $x=\pm\sqrt{2}$ viii) $3^{x+2}=3^{2x+6}$ $x=-4$ ix) $x=\frac{4}{3}$

ES.153) a) ii) $\log_2 32=\log_2 2^5=5$ iii) $\log_{\frac{1}{2}}16=\log_{\frac{1}{2}}\left(\frac{1}{2}\right)^{-4}=-4$ iv) $\log_{32}16=x$ $\iff 32^x=16$ $\iff 2^{5x}=2^4$ $x=\frac{4}{5}$

v) -1 vi) 0 vii) $\log_{\frac{2}{3}}\left(\frac{2}{3}\right)^3=3$ viii) 0 ix) 3

x) $\log_9 27=x \iff 9^x=27 \iff 3^{2x}=3^3 \iff x=\frac{3}{2}$

xi) $\nexists$ xii) $\nexists$

b) i) $\iff x=3^4=81$ ii) $\iff x=5^3=125$ iii) $\iff x=\left(\frac{3}{4}\right)^{-2}=\frac{16}{9}$

vi) $\iff x=\left(\frac{1}{2}\right)^{-2}=4$ vii) $x=1$ C.E. $x>\frac{1}{5}$

iv) $x=1$ v) $\iff x=10^4=10000$

c) i) $\log 2+\log 3=\log 6$ ii) $\log\frac{7}{5}$ iii) $\log 8$

d) i) $\log 5+\log 4=\log 5+2\log 2$ ii) $\log\frac{9}{7}=\log 9-\log 7$ iii) $4\log 3$.

154) i) $\operatorname{dom} f=\mathbb{R}$ ii) $\operatorname{dom} f=\{3x-2x^2>0\}=]0,\frac{3}{2}[$

iii) $\operatorname{dom} f \begin{cases} x^2-x-12\geq 0\\ x+6>0\end{cases} \begin{cases} x\leq -3 \text{ o } x\geq 4\\ x>-6\end{cases} =]-6,-3]\cup[4,+\infty[$

iv) $x+1>0$ $\operatorname{dom} f=]-1,+\infty[$ v) $\operatorname{dom} f \begin{cases} 3x+5>0\\ 6x+1>0\end{cases} \begin{cases} x>-\frac{5}{3}\\ x>-\frac{1}{6}\end{cases} =]-\frac{1}{6},+\infty[$

vi) $\operatorname{dom} f \begin{cases} x\neq 0\\ 1+x^2>0 \text{ s.vera}\end{cases} =\mathbb{R}\setminus\{0\}$

155) Si vedano gli appunti.

156) i) $x>0$ ii) ϕ iii) $x>3$ iv) $0<x\leq 1$

v) $x>1$ vi) $x>2+e$ vii) $x^2-3x+2\leq 0$ $1\leq x\leq 2$

viii) $\begin{cases} 3x-2x^2>0 & \text{c.e.} \\ 3x-2x^2<1 \end{cases}$ $\begin{cases} 0<x<\frac{3}{2} \\ 2x^2-3x+1>0 & x<\frac{1}{2} \text{ o } x>1 \end{cases}$ Sol^{ni} $x\in\left]0,\frac{1}{2}\right[\cup\left]1,\frac{3}{2}\right[$

ix) $x\geq\frac{1}{e}$ x) $(x-1)(x^2-9)\leq 0$ poiché $e^{3x+2}>0\ \forall x\in\mathbb{R}$
$x\in\left]-\infty,-3\right]\cup[1,3]$

xi) $\begin{cases} 2x-1>0 \\ x>0 \\ 2x-1>x & (\log_e x\nearrow) \end{cases}$ $\begin{cases} x>\frac{1}{2} \\ x>0 \\ x>1 \end{cases}$ $x\in\left]1,+\infty\right[$

xii) $e^{x^2-4}\leq 1 \iff x^2-4\leq 0 \iff x\in[-2,2]$

157) a) $x=3^3=27$ b) $\begin{cases} x>0 \\ x+1>0 \\ \log_3 x=\log_3\frac{2}{x+1} \end{cases}$ $\begin{cases} x>-1 \\ x=\frac{2}{x+1} \end{cases}$ $x^2+x-2=0$ $\nearrow x=-2$ NON ACC. $\searrow x=1$ ACC.
(c.e. $x>0$) $x=1$

Se volete anche c) $x=4$ e) $x=\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ f) $x=e$

158) i) $\begin{cases} x+4>0 \\ x+4>1 \end{cases}$ $x>-3$ ii) $\begin{cases} x>0 \\ \log x>\log e^2 \end{cases}$ $x>e^2$

iii) $\begin{cases} x>0 \\ \log x\leq\log\frac{1}{e^2} \end{cases}$ $0<x\leq\frac{1}{e^2}$ iv) $x^2-6x+2>2x-5$ $x\in\left]-\infty,1\right[\cup\left]7,+\infty\right[$

v) $x-1<x\ \forall x\in\mathbb{R}$ vi) $\begin{cases} x^2+3>0\ \forall x \\ x^2+3<e & x^2<e-3<0 \end{cases}$ ϕ

159) i) ϕ ii) $2^x=2^{\log_2 5}$ $x=\log_2 5$ iii) $\log_{\frac{1}{2}}\searrow$ $x>1$