

Test del 28 settembre 2018

NOME

☐ Mat ☐ Fis

COGNOME

1) Dopo aver disegnato l'angolo corrispondente sul cerchio trigonometrico, completate:


 $\sin\left(\frac{5}{3}\pi\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$


 $\cos(-\pi) = -1$


 $\tan\left(\frac{3}{4}\pi\right) = -1$


 $\sin\left(-\frac{11}{6}\pi\right) = \frac{1}{2}$

2) Determinate tutte le soluzioni $x \in [0, 2\pi]$ dell'eq.^{ue}

$$(\sqrt{3} + 3\tan x)(2\sin x \cos x + \cos x) = 0$$

SOL.ⁿⁱ ... $\left\{\frac{5}{6}\pi, \frac{7}{6}\pi, \frac{11}{6}\pi\right\}$ Solgim. a pag. 3

(Disegnate tutti gli angoli).

3) Completate (giustificando con le proprietà utilizzate dove serve):

$3^x = \frac{1}{27} \xrightarrow{\text{Def. di esponentiale}} \boxed{x = -3}$

$e^{4x^2 - 12} = 1 \xrightarrow{e^0 = 1} 4x^2 - 12 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 3 \Leftrightarrow \boxed{x = \pm\sqrt{3}}$

$\log_2(-1) = \boxed{\text{non esiste}}$ $\log_{10} x = -1 \Leftrightarrow \boxed{x = \frac{1}{10}}$ per def di logaritmo

$(\log e^3)^{-2} = (3)^{-2} = \boxed{\frac{1}{9}}$ $\log_5 \frac{1}{9} + 5 \log_5 3 = \boxed{3 \log_5 3}$ a pag. 3

$\left[4 \cdot (e^2)^{-\log 3} - \frac{1}{3}\right]^{-2} = 81$ a pag. 3

4) Risolvete: $5x - 17 - \frac{1}{2}x^2 < 0$ SOL.^{ne} ... $\forall x \in \mathbb{R}$

a pag. 3

$5x - 17 - \frac{1}{2}x^2 > 0$ SOL.^{ne} ... $\emptyset$ (nessuna sol.^{ne})

5) Si consideri il polinomio $P(x) = 3x^5 - 2x^4 - 7x^3 - 2x^2$.

Test
28/9/18
Sol. 2-

a) Verificate che $x_0 = -1$ è una radice di $P(x)$:

$$P(-1) = 0$$

b) Decomponete il polinomio $P(x)$ in fattori con il grado più basso possibile:

$$P(x) = x^2(x+1)(3x+1)(x-2)$$

c) Risolvete $P(x) < 0$.

$$\text{Sol.}^{\text{ni}} \quad x \in]-\infty, -1[\cup]-\frac{1}{3}, 0[\cup]0, 2[$$

6) Determinate le soluzioni del SISTEMA

$$\begin{cases} 2x^4 - 3x^2 + 1 \leq 0 \\ \frac{x^2 - 2}{5 - 4x} < 0. \end{cases}$$

$$\text{Sol.}^{\text{ni}} \quad S = [-1, -\frac{1}{\sqrt{2}}] \cup [\frac{1}{\sqrt{2}}, 1]$$

ES2) $(\sqrt{3} + 3 \tan x) \cdot (2 \sec x \cos x + \cos x) = 0$

Test 28/5/18
Sol. 4 - 3 -

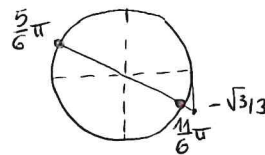
C.E. della tangente di x : $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$)

in $[0, 2\pi]$ $x \neq \frac{\pi}{2}, x \neq \frac{3}{2}\pi$

Eq. prodotta $F_1 \cdot F_2 = 0 \Leftrightarrow F_1 = 0 \vee F_2 = 0$

$F_1 = 0 \quad \sqrt{3} + 3 \tan x = 0 \quad \tan x = -\frac{\sqrt{3}}{3}$

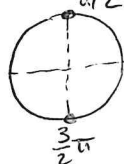
$x = \frac{5}{6}\pi \vee x = \frac{11}{6}\pi$



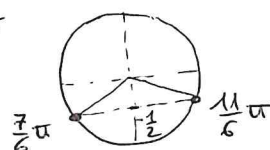
$F_2 = 0 \quad \cos x \cdot (2 \sec x + 1) = 0 \Leftrightarrow \cos x = 0 \vee \sec x = -\frac{1}{2}$

$\cos x = 0 \quad x = \frac{\pi}{2} \vee x = \frac{3}{2}\pi$

NON ACCETTABILI
per il C.E.



$\sec x = -\frac{1}{2} \quad x = \frac{7}{6}\pi \vee x = \frac{11}{6}\pi$



In conclusione $S = \left\{ \frac{5}{6}\pi, \frac{7}{6}\pi, \frac{11}{6}\pi \right\}$

ES3) $\log_5 \frac{1}{9} + 5 \log_5 3 = \log_5 3^{-2} + 5 \log_5 3 = -2 \log_5 3 + 5 \log_5 3 = 3 \log_5 3$
 $\log_a^m = m \log_a$

oppure

$\log_5 \frac{1}{9} + 5 \log_5 3 = \log_5 \frac{1}{9} + \log_5 3^5 = \log_5 3^{5 \cdot \frac{1}{9}} = \log_5 3^3 = 3 \log_5 3$
 $m \log_a = \log_a^m$
 $\log_a + \log_b = \log(a \cdot b)$
 $a > 0 \quad b > 0$

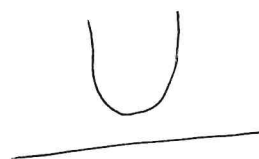
$\left[4(e^2)^{-\log_5 3} - \frac{1}{3} \right]^{-2} = \left[4e^{-2 \log_5 3} - \frac{1}{3} \right]^{-2} = \left[4e^{\log_5 \frac{1}{9}} - \frac{1}{3} \right]^{-2} = \left[\frac{4}{9} - \frac{1}{3} \right]^{-2}$
 $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$
 $m \log_a = \log_a^m$
 $a > 0$
 $e^{\log x} = x \quad \forall x > 0$

$= \left[\frac{1}{9} \right]^{-2} = 81$

ES.4) $5x - 17 - \frac{1}{2}x^2 < 0 \quad \frac{1}{2}x^2 - 5x + 17 > 0 \quad \Delta = 25 - 34 < 0$

$y = \frac{1}{2}x^2 - 5x + 17$ è una parabola verso l'alto
che non interseca l'asse x

allora $y > 0$ è sempre vero $S = \mathbb{R}$



$5x - 17 - \frac{1}{2}x^2 > 0 \quad \frac{1}{2}x^2 - 5x + 17 < 0$

la stessa parabola non ha mai $y < 0$ $S = \emptyset$

5) 2) PER VERIFICARE CHE $x_0 = -1$ È UNA RADICE CALCOLIAMO

$$p(-1) = 3 \cdot (-1)^5 - 2 \cdot (-1)^4 - 7(-1)^3 - 2(-1)^2$$

$$= -3 - 2 + 7 - 2 = 0$$

QUINDI -1 È UNA RADICE DI p

b) IN QUANTO TALE, LA DIVISIONE DI $p(x)$ PER $x+1$ DOVRÀ DARE RESTO ZERO. DI FATTI

	3	-2	-7	-2	0	0
-1	-3		5	2	0	0
	3	-5	-2	0	0	0

QUINDI

$$p(x) = (x+1)(3x^4 - 5x^3 - 2x^2)$$

$$= (x+1)x^2(3x^2 - 5x - 2)$$

PER FATTORIZZARE IL POLINOMIO DI II GRADO TROVIAMO LE SUE RADICI: $\Delta = (-5)^2 - 4 \cdot (-2) \cdot 3$

$$= 25 + 24 = 49$$

QUINDI

$$x_1 = \frac{5 - \sqrt{49}}{6} = -\frac{1}{3} \quad \text{e} \quad x_2 = \frac{5 + 7}{6} = 2$$

ABBIAMO DUNQUE

$$3x^2 - 5x - 2 = 3\left(x + \frac{1}{3}\right)(x - 2)$$

ED INFINE

$$= (3x+1)(x-2)$$

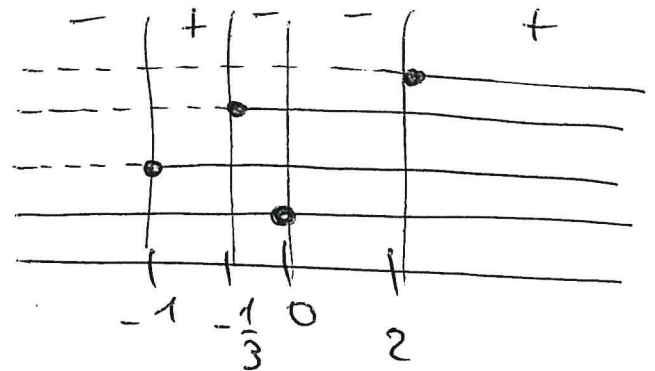
$$p(x) = x^2(x+1)(3x+1)(x-2)$$

2) SOLVIAMO $P(x) < 0$ A QUESTO PUNTO COME Test 28/9/18
 DIS EQ. PRODOTTO: Sol. -5-

$$x^2(x+1)(3x+1)(x-2) < 0$$

F1 F2 F3 F4

$$\left. \begin{array}{lll} F1 \geq 0 & \text{se} & x \in \mathbb{R} \\ F2 \geq 0 & \text{se} & x \geq -1 \\ F3 \geq 0 & \text{se} & x \geq -\frac{1}{3} \\ F4 \geq 0 & \text{se} & x \geq 2 \end{array} \right\} \rightarrow$$



LA SOLUZIONE DELLA DIS EQ. E' QUINDI

$$S = (-\infty, -1) \cup (-\frac{1}{3}, 0) \cup (0, 2)$$

6) RISOLVIAMO PRIMA

$$2x^4 - 3x^2 + 1 \leq 0$$

PONIAMO $t = x^2$ e IL POLINOMIO DIVENTA

$$2t^2 - 3t + 1.$$

LE SUE RADICI SONO ($\Delta = (-3)^2 - 4 \cdot 2 = 1$)

$$x_{1/2} = \frac{3 \pm 1}{4} = \begin{cases} 1 \\ \frac{1}{2} \end{cases}$$

QUINDI $2t^2 - 3t + 1 = 2(t-1)(t-\frac{1}{2})$ E TORNANDO ALLA VARIABILE ORIGINALE

$$2x^4 - 3x^2 + 1 = 2(x^2-1)(x^2-\frac{1}{2})$$

QUINDI POSSO RISOLVERE $2(x^2-1)(x^2-\frac{1}{2}) \leq 0$
 COME DIS EQ. PRODOTTO,

F1 F2

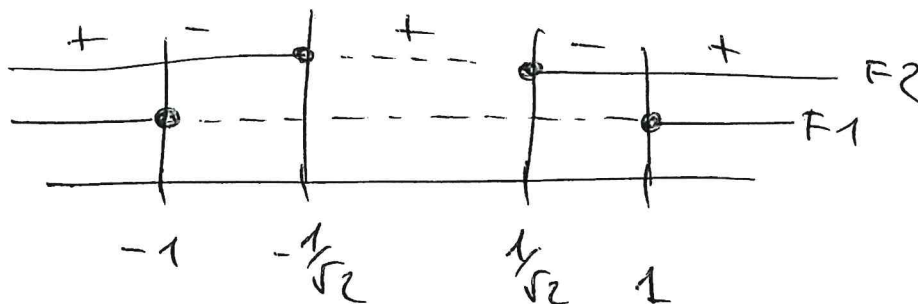
DIFATTI

$$F1 \geq 0 \text{ me } x \leq -1 \text{ o } x \geq 1$$

$$F2 \geq 0 \text{ me } x \leq -\frac{1}{\sqrt{2}} \text{ o } x \geq \frac{1}{\sqrt{2}}$$

Test 28/9/18

Sol. ^{ue} -6-



$$e \quad S_1 = \left[-1, -\frac{1}{\sqrt{2}}\right] \cup \left[\frac{1}{\sqrt{2}}, 1\right]$$

ORA RISOLVIAMO

$$\frac{x^2 - 2}{5 - 4x} \stackrel{N}{< 0}$$

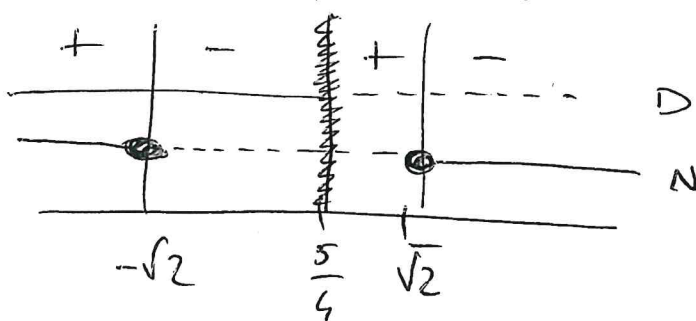
$$C.E.: 5 - 4x \neq 0$$

$$x \neq \frac{5}{4}$$

$$\begin{aligned} N \geq 0 \text{ me } x &\leq -\sqrt{2} \text{ o } x \geq \sqrt{2} \\ D > 0 \text{ me } x &< \frac{5}{4} \end{aligned}$$

{ oss. che $\frac{5}{4} < \sqrt{2}$ poiché $\frac{25}{16} < 2$

GRAFICO SEGNI:



$$\text{QUINDI } S_2 = \left(-\sqrt{2}, \frac{5}{4}\right) \cup \left(\sqrt{2}, +\infty\right)$$

INFINE LA SOLUZIONE DEL SISTEMA E'

$$S = S_1 \cap S_2 = \left[-1, -\frac{1}{\sqrt{2}}\right] \cup \left[\frac{1}{\sqrt{2}}, 1\right] \quad (\text{oss } \frac{5}{4} > 1)$$

