

COGNOME _____

NOME _____

MATRICOLA

CORSO SEGUITO Mat Fis

NON SCRIVETE QUI

1	2	3	4	5
---	---	---	---	---

UNIVERSITÀ DI PARMA — C.L. in Matematica e Fisica

ESAME DI ELEMENTI di MATEMATICA

A.A. 2018-2019 — PARMA, 12 OTTOBRE 2018

Riempite immediatamente questo foglio scrivendo **in stampatello** cognome, nome e numero di matricola, e fate una barra sul Corso. Scrivete cognome e nome (in stampatello) su ogni foglio a quadretti.

Il tempo massimo per svolgere la prova è di un'ora e quarantacinque minuti. Non potete uscire se non dopo avere consegnato il compito, al termine della prova.

Svolgete prima i calcoli in brutta, poi svolgete ordinatamente gli esercizi su un altro foglio protocollo a quadretti, infine **copiate le sole risposte** su questo foglio.

È obbligatorio consegnare sia il testo, sia tutti i fogli ricevuti; al momento della consegna, inserite tutti i fogli a quadretti dentro quello con il testo. Potete usare solo il materiale ricevuto e il vostro materiale di scrittura (in particolare è vietato usare appunti, calcolatrici, foglietti ecc.). Non usate il colore rosso.

Nell'apposito spazio, dovete riportare **la risposta**.

0) **PARTE PRELIMINARE** Completate:

a) Se $f(x) = \frac{1}{2} \log((x-1)^2) + \sqrt{\frac{x^2}{2-x^2}}$

allora:

$\text{dom } f = \dots$

b) Dati i due insiemi $A = [-\frac{7}{5}, 10 - 4\sqrt{5}] \cup [4, 10 + 4\sqrt{5}]$, $B = [-\sqrt{2}, \frac{2}{3}] \cup]6, +\infty[$,

allora:

$A \cup B = \dots$

$A \setminus B = \dots$

(sono richiesti i calcoli di tutti i confronti necessari, senza utilizzare i numeri decimali).

c) $3x^2 - 2x + 7 > 0 \iff \dots$

$\sqrt{a^2 - b^2} = a - b$ è VERA o FALSA perchè ...

$\sqrt{f(x)} < g(x) \iff \dots$

$|x| = 2 - e \iff \dots$

d) $\cos(\frac{11}{6}\pi) = \dots$ $\text{sen}(-\frac{7}{4}\pi) = \dots$ $\tan(\frac{2}{3}\pi) = \dots$

(è richiesto il disegno di ogni angolo).

e) $\left[e^{3 \log 3 - \log 9} - 8 (\log e^4)^{-3} \right] = \dots$

f) La retta r per $(2, 1)$ e $(0, 4)$ ha equazione, coefficiente angolare ...
e ordinata all'origine ...

La retta passante per l'origine e parallela alla retta r ha equazione ...

mentre la retta passante per l'origine e perpendicolare alla retta r ha equazione ...

g) Determinate e disegnate tutte le soluzioni $x \in [0, 2\pi]$ dell'equazione

$$(\sin x + 1)(2 \sin x \cos x + \sqrt{3} \cos x) = 0 \iff \dots$$

h) $(-x - 1) \cdot (3 - \log_2(2 - x)) < 0 \iff \dots$

i) Disegnate sul foglio a quadretti con precisione (dominio, equazione del grafico, tutti i passaggi necessari per la costruzione, intersezioni con gli assi coordinati, punti significativi, asintoti) il grafico delle seguenti funzioni:

$$f(x) = -e^{x+2}, \quad g(x) = -\frac{1}{3}x^2 + 4x - 9.$$

1) Risolvete la disequazione $\left| \frac{1}{2}x^2 - 5x + 4 \right| \leq \frac{1}{4}x^2 - 1$.

(Si sconsiglia di studiare il segno dell'argomento del valore assoluto).

2) a) Disegnate con precisione sul foglio a quadretti il grafico della seguente funzione (in parte disegnata nella parte preliminare punto i)), specificando l'equazione del grafico di ogni tratto, tutti i passaggi necessari per la costruzione di ogni tratto, le coordinate dei punti di intersezione con gli assi cartesiani, gli asintoti e eventuali altri punti significativi:

$$f(x) = \begin{cases} 4 - e^{x+2} & \text{se } x \leq 0 \\ x - 2 & \text{se } 0 < x < 3 \\ -\frac{1}{3}x^2 + 4x - 9 & \text{se } 3 \leq x \leq 12 \end{cases}$$

dom $f = \dots\dots\dots$

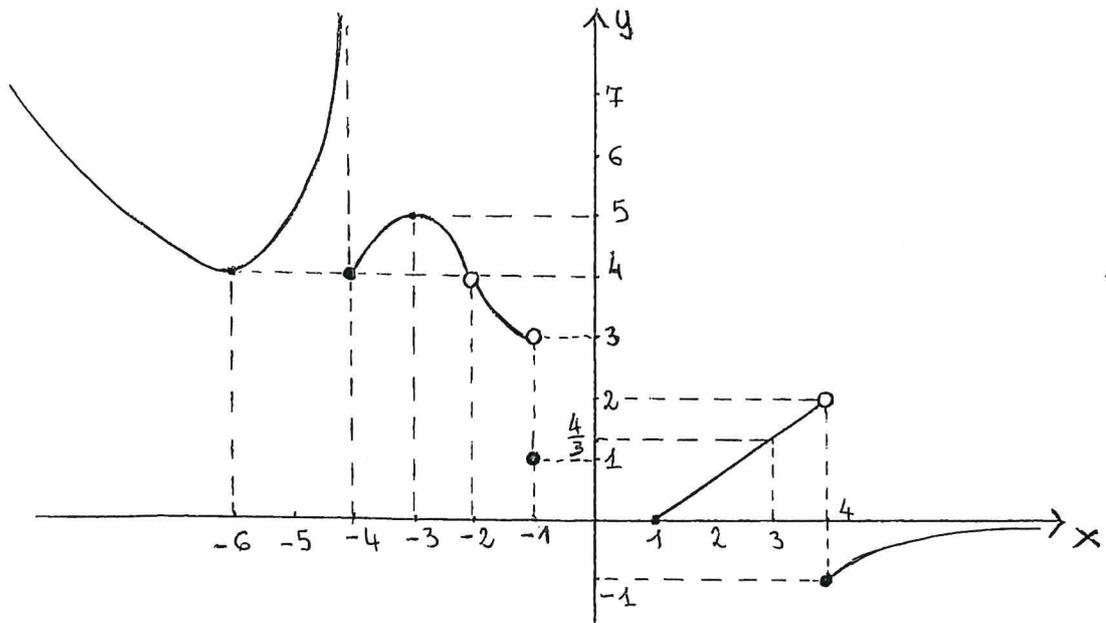
Imm $f = \dots\dots\dots$

$f(-2 - \log 2) = \dots\dots\dots$

$f^{-1}(0) = \dots\dots\dots$

b) Disegnate con precisione il grafico della funzione $g(x) = |f(x)|$.

3) Considerate la funzione f che ha il seguente grafico:



$\text{dom } f = \dots$,

$\text{Imm } f = \dots$

$f(-1) = \dots$ $f(-2) = \dots$ $f^{-1}(4) = \dots$

Determinate il numero delle soluzioni dell'equazione $f(x) = k$ per $k \in [3, 5]$: ...

La funzione f è strettamente crescente su $[1, 4]$: VERO o FALSO

(motivate la risposta sul foglio a quadretti).

(FISICA) Determinate $f([-2, -1] \cup [1, 3]) = \dots$

(MATEMATICA) Le soluzioni della disequazione $\frac{4}{3} \leq f(x) < 4$ sono ...

(MATEMATICA) Scrivete sul foglio a quadretti la definizione di funzione strettamente crescente per una funzione $f: \text{dom } f \subseteq \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$.

4) L'insieme di equazione $3x^2 + y^2 + 6x - 4y - 2 = 0$ rappresenta

avente le seguenti caratteristiche:

Disegnate con precisione l'insieme trovato sul foglio a quadretti.

5) (FISICA - FACOLTATIVO) Disegnate con precisione sul foglio a quadretti il grafico della funzione $f(x) = 2 + e^{-|x|}$, specificando l'equazione del grafico, tutti i passaggi

necessari per la costruzione, le coordinate dei punti di intersezione con gli assi cartesiani, gli asintoti e eventuali altri punti significativi.

Poi determinate le controimmagini di $\frac{5}{2}$.