

COGNOME _____

NOME _____

MATRICOLA |_|_|_|_|_|

CORSO SEGUITO *Matematica*

NON SCRIVETE QUI

1	2	3	4	5
---	---	---	---	---

--

UNIVERSITÀ DI PARMA — C. L. in Matematica

ESAME DI ELEMENTI di MATEMATICA

A.A. 2018-2019 — PARMA, 12 OTTOBRE 2018

Riempite immediatamente questo foglio scrivendo **in stampatello** cognome, nome e numero di matricola, e fate una barra sul Corso. Scrivete cognome e nome (in stampatello) su ogni foglio a quadretti.

Il tempo massimo per svolgere la prova è di quarantacinque minuti. Non potete uscire se non dopo avere consegnato il compito, al termine della prova.

Svolgete prima i calcoli in brutta, poi svolgete ordinatamente gli esercizi su questo foglio.

È obbligatorio consegnare sia il testo, sia tutti i fogli ricevuti; al momento della consegna, inserite tutti i fogli a quadretti dentro quello con il testo. Potete usare solo il materiale ricevuto e il vostro materiale di scrittura (in particolare è vietato usare appunti, calcolatrici, foglietti ecc.). Non usate il colore rosso.

Nell'apposito spazio, dovete riportare sia la risposta che lo svolgimento.

1) Negate la seguente proposizione

$$\exists y > 1 : \quad \forall x > 0 \quad [P(x,y) \Rightarrow Q(x,y)]$$

Risposta: ...

2) Dati due insiemi A e B , date la definizione di insieme differenza:

$$A \setminus B = \dots$$

3) Relazione tra un numero e il suo reciproco:

$$a < b < 0 \iff \dots$$

4) Su cosa si basa il principio della dimostrazione per assurdo?

Risposta: ...

5) Scrivete un esempio di proposizione VERA nella forma $[\forall x \in \mathbf{R} \quad P(x) \Rightarrow Q(x)]$.

Poi spiegate quale tra le due proposizioni $P(x)$ e $Q(x)$ è **condizione necessaria** per l'altra e perchè.

Risposta: ...

6) Dimostrate la formula relativa al complementare dell'intersezione di due insiemi:

$$(A \cap B)^C = \dots$$

Dimostrazione: ...

7) Considerate i due predicati:

$$\mathbf{P(x)} : x < -3\sqrt{2} \text{ o } x > 2\sqrt{2} \quad \mathbf{Q(x)} : x < 2 \text{ o } x > 3 .$$

a) Dite (motivando la risposta) se è VERA o FALSA la seguente proposizione

$$[\forall \mathbf{x} \in \mathbf{R} \quad (\mathbf{non P(x)}) \text{ o } \mathbf{Q(x)}]$$

Risposta: ...

b) Scrivete prima la negazione teorica della proposizione assegnata, poi la negazione esplicita.

Negazione teorica: ...

Negazione esplicita: ...

c) Detti A e B i due insiemi costituiti dai valori di x che verificano i due predicati $\mathbf{P(x)}$ e $\mathbf{Q(x)}$ rispettivamente, traducete la proposizione di cui al punto a) in termini dei due insiemi A e B :

Risposta: ...

8) (**FACOLTATIVO**) Dimostrate che la composizione di due funzioni **iniettive** $f : A \rightarrow B$, $g : B \rightarrow C$ è una funzione iniettiva.

Dimostrazione: ...
