

CORSO: ELEMENTI di MATEMATICA

SCHEDA N° 7 di ESERCIZI

POLINOMI

- 1) Dite (giustificando accuratamente la risposta) se $x_1 = \frac{1}{2}$, $x_2 = \frac{3}{4}$, $x_3 = -\frac{3}{4}$ sono radici o no del polinomio $P(x) = 8x^4 + 10x^3 - x^2 - 3x$.

Risposta: x_0 è radice di $P(x)$ se $P(x_0) = 0$ x_1 e x_3 sono radici
 x_2 no

- 2) Trovate quali fra i numeri $-2, -1, 0, 1, 2$ sono radici del polinomio a fianco:

a) $x^4 - 7x^2 + 10x - 4x^3$ Risposta: $-2, 0, 1$

b) $(x^2 + 4)(x^2 - 4x + 3)$ Risposta: 1

- 3) Determinate ^{tutte} le radici dei seguenti polinomi:

a) $3x^2 + x^4 + 4x$ Risposta: $0, -1$

b) $x^3 - 3x + 2$ Risposta: $1, -2$

c) $x^3 + 4x^2 + 4x$ Risposta: $0, -2$

d) $x^4 + 3x^3 - 3x^2 - 7x + 6$ Risposta: $1, -2, -3$

e) $1 + 2x^3 - 3x^2$ Risposta: $1, -\frac{1}{2}$

f) $5x^4 + 53x - 29x^3 + 10 + 9x^2$ Risposta: $-1, -\frac{1}{5}, 2, 5$

- 4) Scomponete tutti i polinomi degli es. 2) e 3)

2a) $\dots x(x-1)(x+2)(x-5)$

2b) $\dots (x-1)(x-3)(x^2+4)$

3a) $\dots x(x+1)(x^2-x+4)$

3b) $\dots (x-1)^2(x+2)$

3c) $\dots x(x+2)^2$

3d) $\dots (x-1)^2(x+2)(x+3)$

3e) $\dots (x-1)^2(2x+1)$

3f) $\dots (x+1)(x-2)(x-5)(5x+1)$

5) Risolvere le seguenti disequazioni (relative ai polinomi degli es. 2) e 3)).

- 2a) $x^4 - 7x^2 + 10x - 4x^3 < 0$ Risposta ... $x \in]-2, 0[\cup]1, 5[$
- 2b) $(x^2 + 4)(x^2 - 4x + 3) \geq 0$ Risposta ... $x \in]-\infty, 1] \cup [3, +\infty[$
- 3a) $3x^2 + x^4 + 4x < 0$ Risposta ... $x \in]-4, 0[$
- 3b) $x^3 - 3x + 2 > 0$ Risposta ... $x \in]-2, 1[\cup]1, +\infty[$
- 3c) $x^3 + 4x^2 + 4x < 0$ Risposta ... $x \in]-\infty, -2[\cup]-2, 0[$
- 3d) $x^4 + 3x^3 - 3x^2 - 7x + 6 \leq 0$ Risposta ... $x \in [-3, -2] \cup \{1\}$ cioè $-3 \leq x \leq -2$ o $x = 1$
- 3e) $1 + 2x^3 - 3x^2 > 0$ Risposta $x \in]-\frac{1}{2}, 1[\cup]1, +\infty[$
- 3f) $5x^4 + 53x - 29x^3 + 10 + 9x^2 \geq 0$ Risposta ... $x \in]-\infty, -1] \cup [-\frac{1}{5}, 2] \cup [5, +\infty[$

6) Risolvere le seguenti disequazioni e sistemi di grado superiore al secondo:

- a) Verificate che $x_0 = \frac{3}{2}$ è una radice del polinomio $P(x) = 8x^3 - 27 - (2x - 3)^2$, poi risolvete
- $$\frac{8x^3 - 27 - (2x - 3)^2}{4x^3 - x} \geq 0 \quad \text{Risp. ... } x \in]-\infty, -\frac{1}{2}[\cup]0, \frac{1}{2}[\cup [\frac{3}{2}, +\infty[$$
- b) $12x - 3x^3 - 8 + 2x^2 \geq 0$ Risp. ... $x \in]-\infty, -2] \cup [\frac{2}{3}, 2]$
- c) $8x^3 - 1 > 0$ Risp. ... $x \in]\frac{1}{2}, +\infty[$
- d) $\frac{x^2 + 1}{2} - \frac{(x^2 - 1)^2}{4} < 1$ Risp. ... $x \in]-\infty, -\sqrt{3}[\cup]-1, 1[\cup]\sqrt{3}, +\infty[$
- e) $\frac{x^4 + 4x^2 + 3}{x^2 - 5x + 6} \leq 0$ Risp. ... $x \in]2, 3[$
- f) $4x^4 - 8x^2 < 0$ Risp. ... $x \in]-\sqrt{2}, 0[\cup]0, \sqrt{2}[$
- g) $6x^5 - 18x^4 \geq 0$ Risp. ... $x \in \{0\} \cup [3, +\infty[$ (cioè $x = 0$ o $x \geq 3$)
- h) $\begin{cases} x^3 + 3x^2 - 4x - 12 \geq 0 \\ 25 - x^2 \geq 0 \end{cases}$ Risp. ... $x \in [-3, -2] \cup [2, 5]$
- i) $\begin{cases} -x^4 + 5x^2 - 4 > 0 \\ x < \frac{8}{x^2} \end{cases}$ Risp. ... $x \in]-2, -1[\cup]1, 2[$
- k) $\begin{cases} x^3 + x^2 + x + 1 < 0 \\ \frac{2x^2 + x - 10}{x^3 - 1} \geq 0 \end{cases}$ Risp. ... $x \in [-\frac{5}{2}, -1[$

ESERCIZI su ELLY N. 49-56, 59 (pag. 38 e seguenti)