C.so ELEMENTI di MATEMATICA

SCHEDA di ESERCIZI N.8

GEOMETRIA ANALITICA

es. 170) → 175) DISPENSA di ESERCIZI su ELLY (pag. 166-167)

ES1) a) Trovate centro e raggio della circonferenza di equazione $(x-2)^2+(y+6)^2=4$; trovate poi un punto di ascissa 3 per il quale passa la circonferenza.

b) Trovate l'equazione della circonferenza di centro $(1,-3)$ e raggio 7.

c) Trovate l'equazione della circonferenza di centro $(0,1/5)$ e passante per $(-3/5,1)$.

d) Trovate centro e raggio della circonferenza di equazione $x^2+y^2+6x-4y+4=0$.

e) Trovate centro e raggio della circonferenza di equazione $9x^2-30y+12x-20+9y^2=0$.

f) Dite se il punto $(2,2)$ è interno, è esterno o sta sulla circonferenza di equazione $(x+1/4)^2+(y-1/5)^2=(27/10)^2$.

g) Trovate un punto di ordinata 3 che sia esterno alla circonferenza che ha equazione $x^2+y^2+2x-8y+13=0$, ed uno di ascissa -2 che sia interno.

h) Trovate centro e raggio della circonferenza γ di equazione $x^2+y^2+2x-8y+16=0$; trovate la distanza del punto $P=(3/2,3)$ dal centro; trovate i raggi delle due circonferenze centrate in P e tangenti a γ.

ES2) a) La circonferenza di equazione $(2x-1)^2+(2y+5)^2=36$ ha centro .... e raggio ....

b) La circonferenza di centro $(-1/3,-2/3)$ e raggio $\sqrt{2}$ ha equazione

....

La circonferenza di equazione $4x^2+4y^2+12x-4y+\frac{19}{2}=0$ ha centro .... e raggio ....

c) Dite se le due circonferenze dell'esercizio b) sono tangenti, o sono secanti, o sono esterne.

es. 177) e 178) DISPENSA di ESERCIZI su ELLY (pag. 167) es. 180) 181) DISPENSA di ESERCIZI su ELLY (pag. 168)

es. 179) + 182) → 189) = = = = = (pag. 167-169)

ES3) A fianco delle seguenti equazioni scrivete di che cosa si tratta e che caratteristiche ha, poi disegnate ordinatamente sul foglio a quadretti ciascuna curva:

a) $100x^2 = 25 - 4y^2$ ......

b) $x^2 + 4y^2 - 3x + 1 = 3y^2 + 2y$ ......

c) $\frac{3}{2} + xy = 0$ ......

d) $\frac{2}{9}x + y - \frac{8}{9} = \frac{5x^2}{36}$ ......

e) $5x = \frac{3y-7}{6}$ ......

f) $y = 3x^2 + 30x + 63 + 4y^2 + y$ ......

ESERCIZI sulle PARABOLE da svolgere dopo che sarà stato spiegato che l'eq.ne si può anche scrivere come $y = a(x-x_v)^2 + y_v$ con il vertice $V(x_v, y_v)$.

es. 176) DISPENSA di ESERCIZI SU ELLY (p. 167)

ES. 4) Scrivete l'equazione della parabola per (1,1) e (4,-5) con vertice di ascissa 2.

ES 5) (CIRCONFERENZE) a) Determinate l'eq.ne della circonferenza di $C(-1,1)$ passante per $P(0,-2)$ R. $(x+1)^2+(y-1)^2=10$

b) Determinate l'equazione della circonferenza di raggio $R=2\sqrt{3}$ avente il centro nel punto in cui la retta di eq.ne $2x+3y=5$ interseca la bisettrice del 1° e 3° quadrante. R. $(x-1)^2$

c) Determinate, se esistono, i punti di intersezione tra le seguenti circonferenze e rette:

- $x^2+y^2-4x-2y=0$ $\quad x-4=0$ R. (4,0), (4,2)
- $x^2+y^2-8x+10y+25=0$ $\quad y+9=0$ R. (4,-9)
- $x^2+y^2+4x-2y=0$ $\quad x+3y+4=0$ R. (-4,0) (-1,-1)
- $x^2+y^2-50=0$ $\quad 3x+4y+40=0$ R. $\emptyset$

d) Determinate la lunghezza della corda che la circonferenza di eq.^{ne} $x^2+y^2-12x+2y-37=0$ stacca sulla retta di eq.^{ne} $y=2x+4$.

R. $\frac{18}{5}\sqrt{5}$

e) Trovate l'eq.^{ne} della circonferenza che passa per i 3 punti $(0,0)$, $(3,\sqrt{3})$, $(4,0)$.

R. $x^2+y^2-4x=0$ $\quad (x-2)^2+y^2=4$

f) Determinate l'eq.^{ne} della circonferenza per $P_1=(1,2)$ e $P_2=(3,4)$ avente il centro sulla retta $x-3y-1=0$

R. $x^2+y^2-8x-2y+7=0$
$(x-4)^2+(y-1)^2=10$

g) Determinate l'eq.^{ne} della circonf. avente il centro con ordinata pari a 3 e passante per $P_1=(8,9)$ e $P_2=(12,1)$.

R. $x^2+y^2-12x-6y+5=0$
$(x-6)^2+(y-3)^2=40$

h) Determinate l'eq.^{ne} delle due circonferenze aventi raggio $\sqrt{5}$, passanti per $(3,-1)$, il cui centro appartiene alla retta $y=2x-3$.

R. $(x-2)^2+(y-1)^2=5$
$(x-\frac{4}{5})^2+(y+\frac{7}{5})^2=5$

ES.6) (PARABOLE)

a) Determinate i punti di intersezione, se ci sono, delle seguenti parabole e rette

- $y=x^2+3x-1 \qquad y=x-1$ $\qquad$ R. $(-2,-3)$ $(0,-1)$
- $y=x^2+2x+5 \qquad y=2x+5$ $\qquad$ R. $(0,5)$
- $y=x^2+8 \qquad y=7$ $\qquad$ R. $\emptyset$

b) Determinate l'eq.^{ne} della parabola passante per $(1,1)$ $(2,3)$ $(-1,-9)$

R. $y=-x^2+5x-3$

c) (Sempre DOPO aver visto l'eq.^{ne} $y=a(x-x_v)^2+y_v$)

Determinate l'eq.^{ne} della parabola e disegnatela:

- per $(4,10)$ di VERTICE $V(1,-8)$ R. $y=2x^2-4x-6$
- per $(1,0)$ di $V(\frac{3}{2},\frac{1}{4})$ R. $y=-x^2+3x-2$
- passante per l'origine con $V(1,-2)$ R. $y=2x^2-4x$
- di vertice $V(\frac{1}{3},-\frac{16}{3})$ che incontra l'asse y nel punto di ordinata -5 R. $y=3x^2-2x-5$
- di vertice $V(4,2)$ passante per il punto di intersezione delle rette di equazioni $5x-2y-10=0$ e $3x+2y+2=0$ R. $y=-\frac{1}{2}x^2+4x-6$
- avente come asse $x=\frac{1}{2}$ e passante per i due punti in cui la retta $y=-2x+6$ incontra gli assi cartesiani. R. $y=-x^2+x+6$
- passante per $(1,-2)$, con asse $x=2$ e vertice appartenente alla retta di eq.^{ne} $x+2y+4=0$. R. $y=x^2-4x+1$
- con la concavità verso il basso, passante per l'origine e per $(1,\frac{7}{8})$, con il vertice sulla retta $y=2x-6$. R. $y=-\frac{1}{8}x^2+x$.

ES.7) (ELLISSI / IPERBOLI)

a) Stabilisci quali delle seguenti equazioni rappresentano una parabola, una circonferenza, un'ellisse, un'iperbole o altro.
Scrivi le ellissi in forma canonica individuando poi il centro e i semiassi:

- $x^2+3y^2=1$
- $x^2=9y^2+1$
- $4x^2+25y^2+1=0$
- $x^2+4x^2=9$
- $1-x^2+25y^2=0$
- $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4}=\frac{1}{3}$
- $4-x^2-16y^2=0$
- $y^2=\frac{15-5x^2}{3}$
- $y=x^2+8x+3$

b) Determinate i punti di intersezione, se ce ne sono tra le seguenti ellissi e rette:

- $4x^2+9y^2=36 \quad x-y-7=0$ R. $\varnothing$
- $16x^2+25y^2=100 \quad x-2=0$ R. $(2,-\frac{6}{5}),(2,\frac{6}{5})$
- $x^2+4y^2=40 \quad x+6y-20=0$ R. $(2,3)$

c) Determinate l'eq.^{ne} dell'ellisse

- di centro $(0,0)$, passante per $(0,-3)$ e con semiasse relativo all'asse x di misura $2\sqrt{3}$ R. $\frac{x^2}{12}+\frac{y^2}{9}=1$
- di centro $(0,0)$, passante per $(\sqrt{3},\frac{1}{2})$ e $(-1,\frac{\sqrt{3}}{2})$ R. $\frac{x^2}{4}+y^2=1$
- di centro $(-1,3)$, passante per $(-3,3)$ e $(-1,4)$ R. $\frac{(x+1)^2}{4}+\frac{(y-3)^2}{1}=1$
- di centro $(1,-1)$, avente il semiasse relativo alla y pari a 3 e il semiasse relativo alla x uguale ai $\frac{5}{3}$ di quello relativo alla y. R. $\frac{(x-1)^2}{25}+\frac{(y+1)^2}{9}=1$
- avente ordinata del centro pari a 1, semiasse relativo alla x di misura 3, passante per $(-1,1-4\sqrt{2})$, ascissa del centro pari all'opposto del doppio dell'ordinata del centro R. $\frac{(x+2)^2}{9}+\frac{(y-1)^2}{36}=1$

d) Disegnatele seguenti iperboli (specificando i punti di intersezione con gli assi e le equazioni degli asintoti).

- $\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{16}=1$
- $\frac{y^2}{4}-x^2=1$
- $\frac{4}{9}y^2-\frac{x^2}{9}=1$

e) Determinate, se esistono, i punti di intersezione tra le seguenti iperboli e rette:

- $3x^2-4y^2=12 \quad x+y-1=0$ R. $(4,-3)$
- $4x^2-9y^2=36 \quad 4x-3y-12=0$ R. $(3,0)(5,\frac{8}{3})$
- $x^2-4y^2=20 \quad 3x+2y=0$ R. $\varnothing$

f) Determinate l'eq.^{ne} dell'iperbole passante per $(\sqrt{5},0)$ e $(-\frac{5}{21},-1)$.
R. $\frac{x^2}{5}-\frac{y^2}{4}=1$