

SCHEDA di ESERCIZI N. 9

FUNZIONI (1^a parte)

es. 114) → 120) della DISPENSA di ESERCIZI su ELLY (pag. 103-104)

es. 131) → 135) " " " " " " (pag. 109-112)

⊙ Le disequazioni $f(x) > k$, $f(x) \geq k$, $f(x) < k$, $f(x) \leq k$ (risolte utilizzando il grafico) sono programma d'esame del solo Corso di Laurea in Matematica e verranno trattate nella

lezione del 2 ottobre 2018 (10.30-12.30).

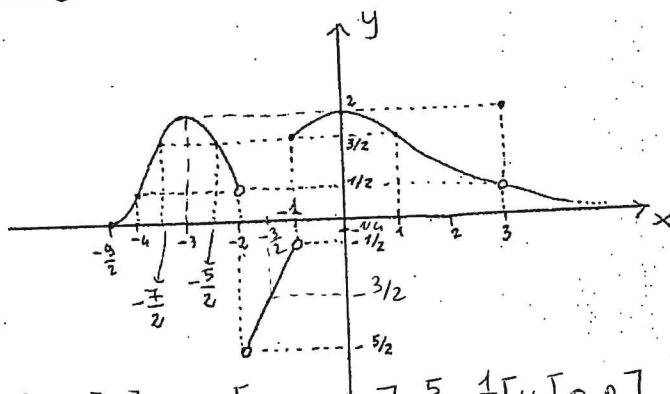
⊙ Non determinate MASSIMO, MINIMO e MASSIMI e MINIMI LOCALI.
ES. 1) Date le funzioni $f(x) = 2x^2 - 5x - 3$ e $g(x) = -\frac{8}{9}x^2 + \frac{8}{3}x + 6$,

(a pag 5)

scrivete l'espressione di

$$(f+g)(x) \quad (f-g)(x) \quad (-f)(x) \quad g(-x) \quad f(x-2) \quad g(3x) \\ g(f(x))$$

ES 2) Considerate la seguente funzione:



$$\text{dom } f = \left[-\frac{5}{2}, -\frac{1}{2}\right] \cup [-2, +\infty[\quad \text{Imm } f = \left]-\frac{5}{2}, -\frac{1}{2}\right] \cup [0, 2]$$

$$f\left(\left[-\frac{3}{2}, 0\right]\right) = \left[-\frac{3}{2}, -\frac{1}{2}\right] \cup \left[\frac{3}{2}, 2\right]$$

$$f(x) \leq \frac{1}{2} \text{ \u00e9 verificata per } x \in \left[-\frac{9}{2}, -4\right] \cup [-2, -1] \cup [3, +\infty[$$

$$\frac{3}{2} < f(x) \leq 2 \text{ \u00e9 verificata per } x \in \left]-\frac{7}{2}, -\frac{5}{2}\right] \cup [-1, 1] \cup \{3\}$$

$$f(-2) = -2 \notin \text{dom } f$$

$$f(3) = 2$$

$$f^{-1}(2) = \{-3, 0, 3\}$$

$$f^{-1}\left(-\frac{1}{4}\right) = \emptyset$$

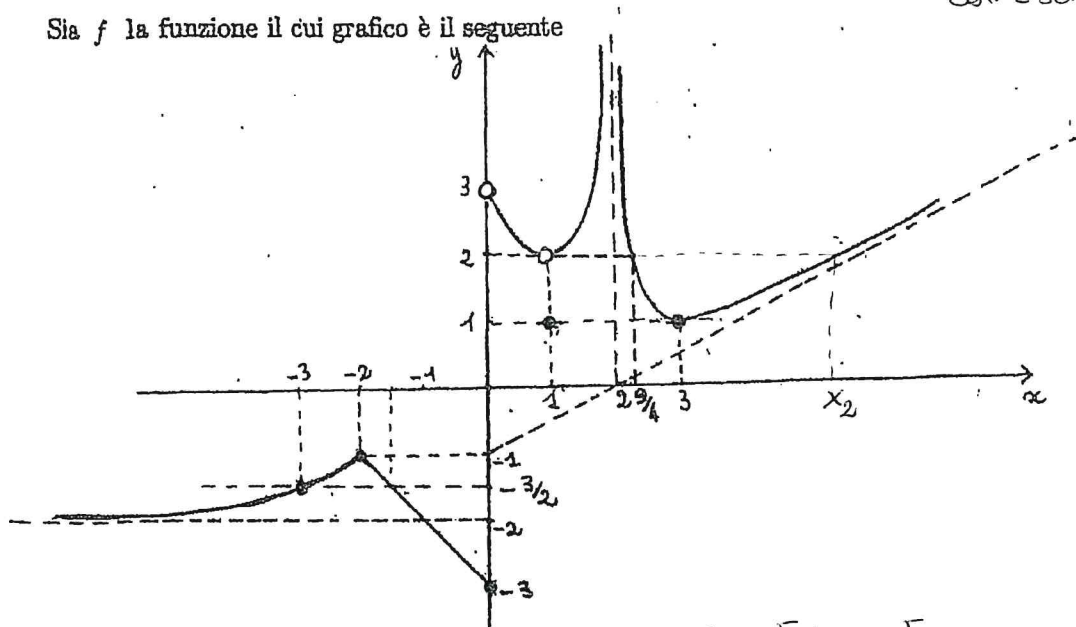
$$\text{retta per } \left(-1, -\frac{1}{2}\right) \text{ e } \left(-2, -\frac{5}{2}\right)$$

$$y = 2x + \frac{3}{2}$$

$$f\left(-\frac{3}{2}\right) = 2\left(-\frac{3}{2}\right) + \frac{3}{2} = -\frac{3}{2}$$

$$f\left(\left[-\frac{3}{2}, 0\right]\right) =$$

$$= \left[-\frac{3}{2}, -\frac{1}{2}\right] \cup \left[\frac{3}{2}, 2\right]$$

ES. 3) Sia f la funzione il cui grafico è il seguente

Complete $\text{dom} f =]-\infty, 2[\cup]2, +\infty[$, $\text{Im} f = [-3, -1] \cup [1, +\infty[$.

$$f(2) = \text{non esiste} \quad f(1) = 1$$

$$f^{-1}(1) = \{1, 3\}$$

$$f^{-1}\left(-\frac{3}{2}\right) = \left\{-3, -\frac{3}{2}\right\} \quad f(0) = -3$$

retta per $(-2, -1)$ e $(0, -3)$
 $y = -x - 3 \mid -\frac{3}{2} = -x - 3 \rightarrow x = -\frac{3}{2}$

n° delle soluzioni di $f(x) = k$ al variare di $k \in [0, 3]$: ...

$$k \in [0, 1[\text{ nessuna sol. }^{\text{ue}} \quad k = 3 \text{ 3 sol. }^{\text{ue}}$$

$$k \in [1, 2] \text{ 2 sol. }^{\text{ue}}$$

$$k \in]2, 3[\text{ 4 sol. }^{\text{ue}}$$

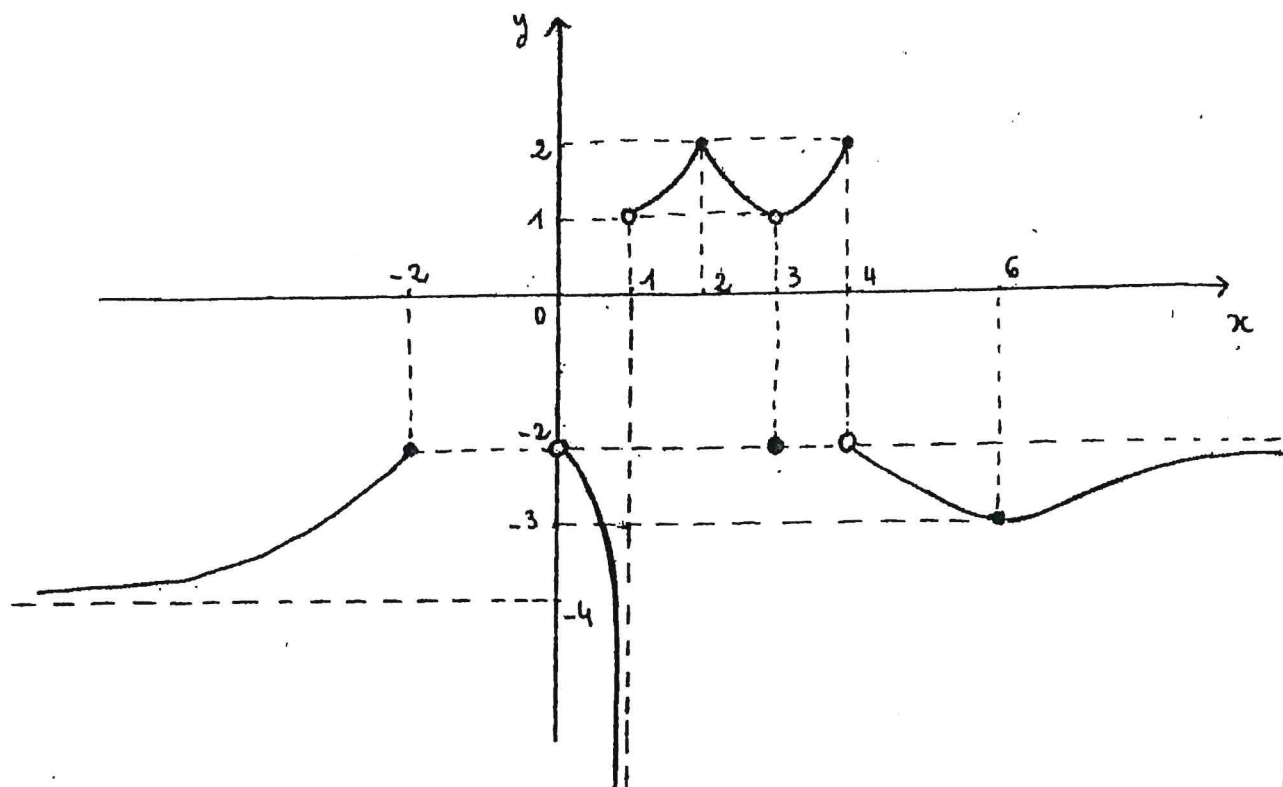
n° sol. ^{ue} dell'eq. $f(x) = 2$: sono 2 una è $x_1 = \frac{9}{4}$, l'altra
 con $x_2 > 3$

$$\text{Determinare } f([0, 2[) = \dots \{1\} \cup]2, +\infty[$$

le sol. ^{ue} della diseq. $f(x) < 2$ sono $x \in]-\infty, 0] \cup \{1\} \cup]\frac{9}{4}, x_2[$

Es. 4) Sia f la funzione il cui grafico è il seguente

Sol. ^{ui} Sch 9 - 3 -



Completate

$\text{dom} f =]-\infty, -2] \cup]0, 1[\cup]1, +\infty[$, $\text{Im} f =]-\infty, -2] \cup]1, 2]$

$$f(1) = \text{non esiste} \quad f(4) = 2 \quad f^{-1}(-2) = \{-2, 3\} \quad f^{-1}(1) = \emptyset$$

(apag 5) Dite se sono VERE o FALSE le seguenti affermazioni (MOTIVANDO LA RISPOSTA):

- (V) $\odot$ f è INIETTIVA su $]0, 1[$ (F) $\odot$ f è STRETTAMENTE DECRESCENTE su $[4, +\infty[$
 (F) $\odot$ f è INIETTIVA su $]1, 4]$

$K \leq -4$ 1 sol.^{ue}

n° delle soluzioni dell'eq.^{me} $f(x) = K$ per $K \in]-\infty, -2]$: $-4 < K < -2$ 2 sol.^{ue}
 $K = -2$ 1 sol.^{ue}

Determinate $f([3, 6]) = \dots [-3, -2] \cup]1, 2]$

$\boxed{\rightarrow}$ Svolgete tutti gli esercizi di questo tipo dei COMPITI dell'a.a. 2017-18 (su ELLY).

ES. 5) Utilizzando il grafico,

determinate l'immagine della funzione $f: [0, 3] \rightarrow \mathbb{R}$ definita da

(a pag. 5)

$$f(x) = -\frac{4}{3}x^2 + \frac{8}{3}x + 1.$$

$$y_{mf} = \left[-3, \frac{7}{3}\right]$$

ES 6) Disegnate con cura e indicando tutte le coordinate necessarie il grafico della funzione

$$f(x) = \begin{cases} \frac{4}{5}x^2 + \frac{12}{5}x - \frac{6}{5} & \text{se } -4 \leq x < 0 \\ \sqrt{x} & \text{se } 0 \leq x \leq 4 \\ -\frac{2}{5}x + \frac{18}{5} & \text{se } x > 4. \end{cases}$$

Poi determinate:

$$\text{dom} f = \dots [-4, +\infty[$$

$$y_{mf} = \dots]-\infty, 2]$$

1° tratto
parabola $y = \frac{4}{5}x^2 + \frac{12}{5}x - \frac{6}{5}$

$$x = -4 \quad y = 2$$

$$V\left(-\frac{3}{2}, -3\right)$$

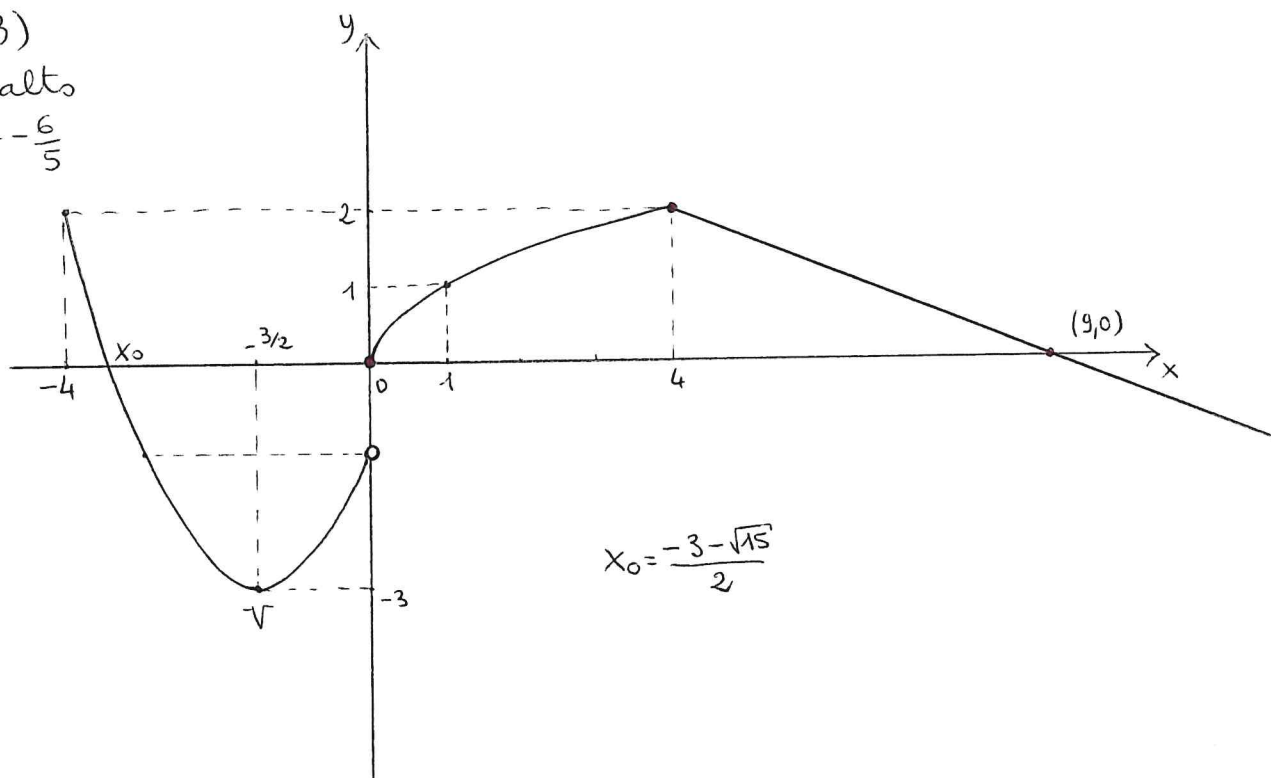
verso l'alto
 $x = 0 \quad y = -\frac{6}{5}$

2° tratto
 $y = \sqrt{x}$

3° tratto

$$y = -\frac{2}{5}x + \frac{18}{5} \text{ retta per } (4, 2) \text{ e } (9, 0)$$

$$m = -\frac{2}{5}$$



$$\text{ES.1)} \quad (f+g)(x) = f(x) + g(x) = 2x^2 - 5x - 3 - \frac{8}{9}x^2 + \frac{8}{3}x + 6$$

$$= \frac{10}{9}x^2 - \frac{7}{3}x + 3$$

$$(f-g)(x) = f(x) - g(x) = 2x^2 - 5x - 3 + \frac{8}{9}x^2 - \frac{8}{3}x - 6 = \frac{26}{9}x^2 - \frac{23}{3}x - 9$$

$$(-f)(x) = -f(x) = -2x^2 + 5x + 3$$

$$g(-x) = -\frac{8}{9}(-x)^2 + \frac{8}{3}(-x) + 6 = -\frac{8}{9}x^2 - \frac{8}{3}x + 6$$

$$f(x-2) = 2(x-2)^2 - 5(x-2) - 3 = 2(x^2 - 4x + 4) - 5x + 10 - 3 = 2x^2 - 13x + 15$$

$$g(3x) = -\frac{8}{9}(3x)^2 + \frac{8}{3}(3x) + 6 = -\frac{8}{9} \cdot 9x^2 + 8x + 6 = -8x^2 + 8x + 6$$

$$g(f(x)) = -\frac{8}{9}(2x^2 - 5x - 3)^2 + \frac{8}{3}(2x^2 - 5x - 3) + 6 = -\frac{8}{9}(4x^4 + 25x^2 + 9 - 20x^3$$

$$+ 30x - 12x^2) + \frac{16}{3}x^2 - \frac{40}{3}x - 8 + 6 = -\frac{32}{9}x^4 + \frac{160}{9}x^3 - \frac{104}{9}x^2 - \frac{80}{3}x - 8$$

$$+ \frac{16}{3}x^2 - \frac{40}{3}x - 2 = -\frac{32}{9}x^4 + \frac{160}{9}x^3 - \frac{56}{9}x^2 - 40x - 10.$$

ES.4) $\odot$ VERO f è INIETTIVA su $]0,1[$ in quanto è STRETTAMENTE DECRESCENTE

$\odot$ FALSO $1 < k < 2$ ha 3 controimmagini e $k=2$ ha 2 con-
 f NON È INIETTIVA su $]1,4[$ hoimmagini: ades. $f^{-1}(2) = \{2, 4\}$

$\odot$ FALSO f NON È STRETTAM. DECRESCENTE su $[4, +\infty[$

in quanto ad es. $x_1 > 6 \quad \underline{\underline{f(x_1) > f(6) = -3}}$
 (infatti è stre tt. DECRESC su $[4, 6]$ e STRETT. CRESC su $[6, +\infty[)$

ES.5) Il grafico è la parabola $y = -\frac{4}{3}x^2 + \frac{8}{3}x + 1$ da considerarsi per

$x \in [0, 3]$ $V(1, \frac{7}{3})$ verso il basso per $(0, 1)$
 $(2, 1)$

in $x=3$ $y=-3$

$$M_{\text{inf}} f = [-3, \frac{7}{3}]$$

