

Tutorato – Esercitazione 2

1. Sia data la funzione

$$f(x) = \frac{\log^2 x - \log x}{\log \sqrt{x-1}}.$$

- (a) Determinare il dominio.
- (b) Cercare gli zeri della funzione.

2. Stabilire se sono vere o false le seguenti affermazioni:

- (a) le soluzioni della disequazione $(\frac{3}{4})^{x-1} < \frac{16}{9}$ sono $x < -1$;
- (b) le soluzioni della disequazione $(\frac{5}{6})^{2x} < 0$ sono $x < 0$;
- (c) $\nexists x \in \mathbb{R} : 5^x < -5$;

3. Si consideri la circonferenza di equazione $(x-1)^2 + y^2 - 7 = 0$. Determinare

- (a) il centro e il raggio della circonferenza;
- (b) se il punto $(0, -\sqrt{6})$ appartiene alla circonferenza;
- (c) l'equazione della retta tangente alla circonferenza in $(1 - \sqrt{7}, 0)$;
- (d) l'equazione della retta tangente alla circonferenza in $(1, \sqrt{7})$.

Disegnare con precisione la circonferenza e le due rette.

4. L'insieme di equazione $x^2 + 4x + 2y^2 - 4y - 10 = 0$ rappresenta ...
avente le seguenti caratteristiche: ...
Disegnare con precisione l'insieme trovato.

5. Date le rette di equazione $x + 2y + 4 = 0$ e $x + y + 3 = 0$, si determini:

- (a) il punto A di intersezione delle due rette;
- (b) l'equazione dell'iperbole equilatera passante per il punto A ;
- (c) l'equazione della parabola con vertice in A , e passante per $(0,0)$;

Disegnare sul piano tutte le curve sopracitate.

6. Data la funzione $f(x) = \log_2(|x-a| + 1)$,

- (a) determinare a in modo che la funzione abbia dominio \mathbb{R} e il suo grafico passi per $(0;1)$ e $(4;2)$;
- (b) trovare i punti di intersezione con gli assi cartesiani;
- (c) disegnare nel piano il grafico della funzione $f(x)$;

7. Siano date l'ellisse di equazione $\frac{x^2}{8} + \frac{y^2}{2} = 1$ e la parabola di equazione $y = \frac{3}{4}x^2 - 2$.

- (a) Disegnare le due curve.
- (b) Trovare i punti di intersezione tra le due curve.