Corso: ELEMENTI di MATEMATICA

Scheda di ESERCIZI N° 1

1) ORDINAMENTO di NUMERI

(Non utilizzate i numeri decimali)

a) Completate con $<$ oppure $>$ oppure $=$:

$\frac{11}{8} > \frac{15}{11}$ $\quad -\frac{13}{4} > -\frac{15}{4}$ $\quad \frac{\frac{3}{2}}{\frac{1}{3}+\frac{7}{6}} = 1$ $\quad -\frac{4}{9} < -\frac{3}{7}$ $\quad -\frac{24}{20} = -\frac{6000}{5000}$

b) Facendo uso solo delle proprietà delle frazioni, mettete in ordine crescente i numeri

$-\frac{13}{3} \quad -2 \quad -\frac{21}{5} \quad -3 \quad -\frac{9}{4}$

$-\frac{13}{3} < -\frac{21}{5} < -3 < -\frac{9}{4} < -2$

c) Mettete in ordine crescente i seguenti numeri:

$+\frac{1}{10} \quad -\frac{1}{10} \quad 4-\sqrt{15} \quad 0$

$-\frac{1}{10} < 0 < \frac{1}{10} < 4-\sqrt{15}$

d) Mettete in ordine crescente i seguenti numeri:

$-\frac{3}{5} \quad -\frac{3}{4} \quad 2-\sqrt{7} \quad 1-\sqrt{3} \quad -\frac{16}{25} \quad -\sqrt{2} \quad -1$

$-\sqrt{2} < -1 < -\frac{3}{4} < 1-\sqrt{3} < 2-\sqrt{7} < -\frac{16}{25} < -\frac{3}{5}$

2) il NUMERO 0

a) Completate: $0 \cdot \left(\frac{-7}{7}\right) = 0$ $\quad \frac{0}{5} = 0$ $\quad \frac{1-1}{3} = \frac{0}{3} = 0$ $\quad \frac{1}{2} \cdot 0 = 0$

$\frac{11}{0} =$ NON HA SENSO $\quad \frac{3}{\frac{1}{4}-\frac{4}{16}} =$ NON HA SENSO POICHÉ $\frac{1}{4}-\frac{4}{16} = \frac{1}{4}-\frac{1}{4} = 0$ $\quad 0 \cdot \ldots = \frac{3}{4}$ IMPOSSIBILE

3) OPERAZIONI con gli insiemi

a) Se $A = \left]-\frac{13}{3}, -2\right[$ e $B = \left[-\frac{21}{5}, -3\right] \cup \left]-\frac{9}{4}, +\infty\right[$ allora

$A \cup B = \left]-\frac{13}{3}, +\infty\right[$ $\quad A \cap B = \left[-\frac{21}{5}, -3\right] \cup \left]-\frac{9}{4}, -2\right[$

$A \setminus B = \left]-\frac{13}{3}, -\frac{21}{5}\right[$ $\quad B \setminus A = \left[-2, +\infty\right[$

$\cup \left]-3, -\frac{9}{4}\right]$

b) Se $A=\left[-\frac{4}{7},\frac{1}{2}\right[\cup\left]\frac{4}{3},4\right[$, $B=\left[-\frac{1}{2},2\right]$, $C=\left]-1,3\right[$, allora

$A\cap B=\left[-\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right[\cup\left]\frac{4}{3},2\right]$ $\quad A\cup C=\left]-1,4\right[$

$A\setminus\left]-\infty,\frac{11}{4}\right[=\left[\frac{11}{4},4\right[$ $\quad A\setminus B=\left[-\frac{4}{7},-\frac{1}{2}\right[\cup\left]2,4\right[$

$B\setminus A=\left[\frac{1}{2},\frac{4}{3}\right]$ $\quad A\setminus C=\left[3,4\right[$

$C\setminus A=\left]-1,-\frac{4}{7}\right[\cup\left[\frac{1}{2},\frac{4}{3}\right]$

4) FRAZIONI e POTENZE

a)

Calcolate: $\frac{3}{2}-\frac{7}{10}+\frac{1}{6}=\frac{29}{30}$ $\quad \dfrac{\frac{4}{5}\cdot\left(-\frac{5}{3}\right)\cdot\frac{70}{20}}{\frac{2}{5}-\frac{5}{15}}=\ldots -70$

b)

$$\frac{1}{4}+\frac{1/2}{1/4}-\left(\frac{3}{4}:\frac{3}{2}-\frac{1}{3}\right)+\frac{\frac{5}{6}\cdot\frac{6}{3}-\frac{1}{3}}{\frac{2}{3}}=\frac{49}{12}$$

c) $5^2\cdot5^3=5^5$ $\quad \frac{5^4}{5^2}=25$ $\quad (5^2)^3=5^6$ $\quad 5^{-3}=\frac{1}{5^3}=\frac{1}{125}$

Scrivete sempre quale proprietà delle potenze state usando.

$\left(\frac{1}{2}\right)^3\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^4\cdot\left(\frac{1}{4}\right)=\frac{1}{2^9}$ $\quad \left(\frac{20}{9}\right)^3\cdot\left(\frac{3}{4}\right)^3=\frac{125}{27}$

$\left(\frac{5}{7}\right)^3\cdot\left(\frac{7}{3}\right)^4\cdot\left(\frac{4}{5}\right)^5=\frac{256\cdot7}{25\cdot81}$ $\quad \left(\frac{3^3}{2^2}\right)^4:\left(\frac{3^6}{2^4}\right)^4=\frac{2^8}{3^{12}}$

$-(49)^3\cdot\left(-\frac{3}{7}\right)^4\cdot\left(\frac{-4}{9}\right)^3\cdot\left(\frac{3}{-4}\right)^2=4\cdot49=196$ $\quad \dfrac{\frac{2}{3}+\frac{1}{6}}{\frac{3}{5}-5\left(\frac{2}{3}\right)^3\cdot\left(\frac{3}{10}\right)^2-\frac{14}{30}}=\ldots$ SENZA SENSO

$$\frac{2^3-2^4+2\cdot(-2)^2}{\frac{3}{5}-\frac{1}{7}}=0$$

$$\frac{\left(-\frac{3}{4}\right)^3}{\frac{1}{4}} = -\frac{27}{16} \qquad (4^2 \cdot 4^4)^3 = 4^{18} \qquad \left(\frac{3}{2}\right)^{-3} \frac{\left(\frac{2}{5}\right)^5}{\left(\frac{4}{15}\right)^5} = \frac{9}{4}$$

$$\frac{\frac{3^5}{2} \cdot \left(-\frac{1}{3}\right)^3 + \left[\frac{3^5}{2^4} \cdot \frac{3^2}{2} \cdot \left(-\frac{3}{2}\right)^{-4}\right]}{\left[-\frac{2}{3} \cdot \left(3 - \frac{3}{4}\right) + \frac{1}{2}\right]^2} = 9$$

$$\frac{5^n}{n^n} = \left(\frac{5}{n}\right)^n \qquad \left(n^{\alpha+2}\right)^2 \cdot n^{\alpha} = n^{3\alpha+4} \qquad \frac{n^{\alpha+3}}{n^{2\alpha-1}} = n^{-\alpha+4}$$

5) CALCOLO LETTERALE

a) Sviluppate:

$$\left(\frac{1}{2}x - 3\right)^2 = \frac{1}{4}x^2 + 9 - 3x \qquad \left(\frac{1}{3} - 2x\right)^3 = \ldots -8x^3 + \frac{1}{27} + 4x^2 - \frac{2}{3}x$$

Sviluppate:

$$\frac{2}{3}(b^6 - c^3) - \frac{2}{3}b^3(b+c)^3 + \frac{3}{4}c \cdot \left(\frac{8}{9}b^3c^2 + \frac{8}{9}c^2 + \frac{8}{3}b^4c\right) = \ldots -2b^5c$$

$$\frac{-\left(\frac{1}{2}a + \frac{3}{2}b\right)^2 - \left(\frac{3}{2}a + \frac{1}{2}b\right)\left(\frac{3}{2}a - \frac{1}{2}b\right) + 2b^2}{-\frac{5}{2}a} = \ldots \frac{5a+3b}{5} = a + \frac{3}{5}b$$

b) Semplificate se possibile, altrimenti dite che è impossibile:

$$\frac{(b+c)^2}{b^2+c^2} = \text{NO} \qquad \frac{5a+5b}{10a} = \frac{1}{2} + \frac{b}{2a}$$

$$\frac{a+b}{c} - \frac{bc}{c^2} = \frac{a}{c} \qquad \frac{2a+2b}{a+b} = 2 \qquad \frac{3a^2+ab}{3a^2} = 1 + \frac{b}{3a}$$

$$\frac{(a+b)^2}{a^2+b^2} = \text{NO} \qquad \frac{2a+2b}{2a} = 1 + \frac{b}{a}$$

6) CALCOLI con i RADICALI

$\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{2}} = \sqrt{3}$ $\qquad \sqrt{2}\cdot\sqrt{8} = 4$ $\qquad \sqrt{2}\cdot\sqrt{40} = 4\sqrt{5}$

$3\sqrt{2} + 2\sqrt{2} = 5\sqrt{2}$ $\qquad (3\sqrt{2})\cdot(2\sqrt{2}) = 12$

$2\cdot\frac{\sqrt{30}}{\sqrt{5}} + 3\sqrt{6} = 5\sqrt{6}$ $\qquad \sqrt{3}\cdot\sqrt{3} = 3$

$(\sqrt{2})^{-1}\cdot\sqrt{8} = 2$ $\qquad \frac{\sqrt{12}}{2} - 4\sqrt{3} = -3\sqrt{3}$

$\frac{\sqrt{75}}{5} = \sqrt{3}$ $\qquad 7\sqrt{3} - 4\sqrt{3} = 3\sqrt{3}$

$7\sqrt{3} + 4\sqrt{2} = 7\sqrt{3}+4\sqrt{2}$ $\qquad \sqrt{25-16} = 3$ $\qquad \sqrt{100-49} = \sqrt{51}$

7) EQ.^{NI} di 1° grado, EQ.^{NI} PRODOTTO, EQ.^{NI} FRATTE

Risolvete:

$\frac{x-2}{3} + 2 - 0\cdot 2x = \frac{1}{5}(x+4)$ $\qquad$ Risposta: $x = -4$

$\frac{1}{3} + \frac{3x-4}{10} + \frac{3}{2} = \frac{2(4-2x)}{5} + \frac{3}{2}x$ $\qquad$ Risposta: $x = -\frac{5}{12}$

$\left(\frac{5x-5}{10/3}\right)\left(\frac{2}{3} + \frac{5}{2}x\right) = 0$ $\qquad$ Risposta: $x = 1$ o $x = -\frac{4}{15}$

$\frac{1}{4} + \frac{4x-3}{10} + \frac{28000}{14000} = \frac{5}{2}x - \frac{3(3x-4)}{6}$ $\qquad$ Risposta: $x = -\frac{1}{12}$

$(7+x)(4x-3)\left(2x - \frac{1}{5}\right) = 0$ $\qquad$ Risposta: $x = -7$ o $x = \frac{3}{4}$ o $x = \frac{1}{10}$

$$\frac{\frac{3x+5}{2} - \frac{8x-5}{7}}{3x+1} = 0$$ Risposta $x = -9$

$$\left(\frac{-x-3}{6/5}\right)\cdot\left(\frac{1}{2}x-1\right)\cdot\left(\frac{3}{2}+\frac{7}{4}x\right) = 0$$

Risposta $x = -3$ o $x = 2$ o $x = -\frac{6}{7}$

$$\frac{x\left(\frac{1}{4}x+1\right)+\frac{1}{3}\left(x-\frac{3}{4}x^2+12\right)}{9+3x} = 0$$ Risposta $S = \emptyset$

8) EQ.^{NI} di 2° grado, EQ.^{NI} PRODOTTO, EQ.^{NI} FRATTE

Risolvete:

$5x + 4 - 6x^2 = 0$ Risposta: $x = -\frac{1}{2}$ o $x = \frac{4}{3}$

$-40x - 25x^2 - 16 = 0$ Risposta: $x = -\frac{4}{5}$

$3x^2 + 9 = 7x$ Risposta: $S = \emptyset$

$25 - \frac{x^2}{1/9} = 0$ Risposta: $x = \frac{5}{3}$ o $x = -\frac{5}{3}$

$(5x - 4)\left(x - \frac{1}{2}\right) = 2$ Risposta: $x = 0$ o $x = \frac{13}{10}$

$-3x^2 - 9 = 0$ Risposta: Impossibile

$2x^2 + 6x = 0$ Risposta $x = 0$ o $x = -3$

$(2x+1)^2 = 9$ Risposta $x = 1$ o $x = -2$

$6x^2 - 16x = 0$ Risposta $x = 0$ o $x = \frac{8}{3}$

$\left(\frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{3}x\right) \cdot \left(\frac{9x^2 - 1}{x}\right) = 0$ Risposta $x = \frac{2}{3}$ o $x = \frac{1}{3}$ o $x = -\frac{1}{3}$

$(2x-3)^2 \cdot \left(\frac{1}{9}(2x-1)^2 - 4\right) \cdot \left(\frac{3x^2 - 4x - 7}{2x+2}\right) = 0$ Risposta ....

$x = \frac{3}{2}$ o $x = -\frac{5}{2}$ o $x = \frac{7}{2}$ o $x = \frac{7}{3}$

$\left(\frac{2x^2 + 3x - 9}{x}\right) \cdot \left(\frac{1}{4}x^2 - 2x + 1\right) = 0$ Risposta ....

$x = -3$ o $x = \frac{3}{2}$ o $x = 4 - 2\sqrt{3}$ o $x = 4 + 2\sqrt{3}$

QUESITI

Q1) Se $\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{r}$ (con $p, q, r \neq 0$) allora p vale

A) $\frac{rq}{q-r}$ B) $r - q$ C) $\frac{1}{r} - \frac{1}{q}$ D) $\frac{r}{q}$ E) $q + r$

Q2) Per $x \neq 0$ e $x \neq 1$ l'espressione $\frac{x+2}{x^2 - x} - \frac{x+1}{1-x}$ vale

A) $\frac{-x^2 + 2x + 2}{x^2 - x}$ B) $\frac{x^2 + 2}{x^2 - x}$ C) $\frac{1}{x^2 - x}$ D) $\frac{2 - x^2}{x^2 - x}$ E) $\frac{x^2 + 2x + 2}{x^2 - x}$

Q3) La media aritmetica tra due numeri s e t è $\frac{2}{3}$. Se $s = 10$ allora t vale

A) $-\frac{26}{3}$ B) 20 C) $-\frac{20}{3}$ D) $\frac{30}{26}$ E) $\frac{17}{4}$

Q4) Una sola delle seguenti equazioni ha sol.^{ni} reali. Quale?

A) $x^2-3x+3=0$ B) $x^2-5x+5=0$ C) $x^2-5x+7=0$ D) $x^2-4x+5=0$

E) $x^2-4x+6=0$

Molti altri quesiti a pag. 16-17-18 della DISPENSA di ESERCIZI caricata su ELLY e anche pag. 20-21 fino a xii).

Esercizi V/F a pag. 18-19.

Esercizi su tutto da pag 1 a pag. 11.