

DISEQUAZIONI, INSIEMI, PROPOSIZIONI e PREDICATI

1) Risolvete il SISTEMA

$$\begin{cases} \frac{5}{2}x - 1 \leq \frac{3}{x+2} \\ 2x^3 - 4x - x^2 + 3 < 0 \end{cases}$$

2) Considerate i due insiemi:

$$A = \left\{ x \in \mathbb{R} : \frac{(x-2)(x^2-3x+2)}{x^4+x^3-x-1} \geq 0 \right\}$$

$$B = \left\{ x \in \mathbb{R} : \frac{1}{x^2} \geq 0, \frac{x^2+1}{10} + \frac{x}{x-6} \geq 0 \right\}$$

Determinate  $A, B, A \cup B, A \cap B$ , specificando  $\min(A \cap B)$  e  $\max(A \cap B)$  se ESISTONO.

Poi dite se sono V o F le seguenti proposizioni (giustificando la risposta)

i)  $\forall x (x \geq 4 \wedge x \in B) \Rightarrow x > 6$     iv)  $\forall x x \in A \cap B \Rightarrow x > 0$

ii)  $\forall x x \in A \Rightarrow x^2 \geq 1$

iii)  $\forall x x \in A \cap B \Rightarrow x \in A$ .

Negate ogni proposizione stabilendo se è V o F e controllando che la risposta sia in accordo con quella precedente.

3) Come es. 2) con gli insiemi:

$$A = \{ x \in \mathbb{R} : x^2 + 4 < 0 \} \quad B = \left\{ x \in \mathbb{R} : \frac{1}{x} > \frac{2}{x} \right\}$$

$$C = \{ x \in \mathbb{R} : x^4 - 5x^2 + 4 < 0, x < 0 \}$$

e le proposizioni:

i)  $\forall x x \in A \Rightarrow x \in B$

iv)  $\forall x x \in C \Rightarrow x^2 \leq 4$

ii)  $\forall x x \in C \Rightarrow x \in B$

iii)  $\forall x x \in C \Rightarrow x \in A$

4) Considerate i seguenti predicati:

$$P(x) = "2x(x+1) - (x+1) \geq 2x^2"$$

$$Q(x) = "(x^3 - 13x + 7x^2)^2 > 0"$$

i) Determinate per quali  $x$   $P(x)$  è vero

ii) Determinate per quali  $x$   $Q(x)$  è vero

iii) Dite se sono V o F le seguenti proposizioni (giustificando la risposta)

a)  $\exists x : (x > 0) \wedge (P(x) \wedge Q(x))$     b)  $\exists x : (x < 0) \wedge (P(x) \wedge Q(x))$

c)  $\forall x \quad P(x) \supseteq Q(x)$     d)  $\forall x \quad \text{non } P(x) \supseteq Q(x)$

Negate ogni proposizione stabilendo se è V o F e controllando che la risposta sia coerente con quella precedente.