COGNOME ______________________

NOME ______________________

MATRICOLA |_|_|_|_|_|_|_|

CORSO SEGUITO Mat Fis

NON SCRIVETE QUI

1	2	3	4	5	6	7

UNIVERSITÀ DI PARMA — C.L. in MATEMATICA e FISICA

ESAME DI ELEMENTI DI MATEMATICA

A.A. 2019-2020 — PARMA, 15 NOVEMBRE 2019

ElMat-15|11|19-1-

Riempite immediatamente questo foglio scrivendo **in stampatello** cognome, nome e numero di matricola, e fate una barra sul Corso. Scrivete cognome e nome (in stampatello) su ogni foglio a quadretti.

Il tempo massimo per svolgere la prova è di due ore e mezza (CdL FISICA), due ore e cinquanta minuti (CdL MATEMATICA). Non potete uscire se non dopo avere consegnato il compito, al termine della prova.

Svolgete prima i calcoli in brutta, poi svolgete ordinatamente gli esercizi su un altro foglio protocollo a quadretti, infine **copiate le sole risposte** su questo foglio.

È obbligatorio consegnare sia il testo, sia tutti i fogli ricevuti; al momento della consegna, inserite tutti i fogli a quadretti dentro quello con il testo. Potete usare solo il materiale ricevuto e il vostro materiale di scrittura (in particolare è vietato usare appunti, calcolatrici, foglietti ecc.). Non usate il colore rosso.

Nell'apposito spazio, **dovete riportare la risposta**.

$28^2=784$

$29^2=841$

$38^2=1444$

$51^2=2601$

$67^2=4489$

1) **PARTE PRELIMINARE** Completate:

a) Se $f(x) = \dfrac{1}{2}\log(6x+4)^2 + \dfrac{1}{|x-1|+2-\sqrt{2}}\sqrt{9-16x^2}$ allora:

A pag. 1

$\operatorname{dom} f = \ldots \left[-\frac{3}{4}, -\frac{2}{3}\right[\cup \left]-\frac{2}{3}, \frac{3}{4}\right]$

b) Dati i due insiemi $A = [-6, -\frac{16}{7}[\cup [\frac{3}{4}, +\infty[$, $B =]-\sqrt{6}, 5-4\sqrt{3}]$, allora:

A pag. 1-2

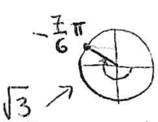
$A \cup B = \ldots [-6, 5-4\sqrt{3}] \cup [\frac{3}{4}, +\infty[$ $\quad A \setminus B = \ldots [-6, -\sqrt{6}] \cup [\frac{3}{4}, +\infty[$

(sono richiesti i calcoli di tutti i confronti necessari, senza utilizzare i numeri decimali).

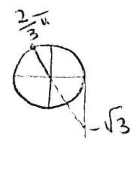
A pag. 2

c) $|f(x)| \le g(x) \iff \ldots -g(x) \le f(x) \le g(x) \iff \begin{cases} f(x) \le g(x) \\ f(x) \ge -g(x) \end{cases}$

$|x^2 - 40| \le 3x \iff \ldots x \in [5, 8]$

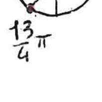


$-\frac{7}{6}\pi$ è come $\frac{5}{6}\pi$



d) $\operatorname{sen}(\frac{13}{4}\pi) = \ldots -\frac{\sqrt{2}}{2}$ $\quad \cos(-\frac{7}{6}\pi) = \ldots -\frac{\sqrt{3}}{2}$ $\quad \tan(\frac{2}{3}\pi) = \ldots -\sqrt{3}$

(è richiesto il disegno di ogni angolo). $\frac{13}{4}\pi - 2\pi = \frac{5}{4}\pi$



A pag. 2

e) $\log_3 \frac{2}{3} + e^{-\frac{1}{2}\log 9} + \log_{\frac{1}{4}} 16 + \log_3 \frac{1}{6} = \ldots -\frac{11}{3}$

ElMat-15/11/19-2-

f) L'equazione della circonferenza di centro $(\frac{3}{2}, -2)$ e raggio 4 è ... $(x-\frac{3}{2})^2+(y+2)^2=16$

A pag. 3

Disegnate con precisione la circonferenza sul foglio a quadretti.

g) Determinate e disegnate tutte le soluzioni $x \in [0, 2\pi]$ dell'equazione

a pag. 3

$(2 \operatorname{sen} x + \sqrt{3})(-3 \operatorname{sen} x - 3 \cos x)(4 \cos x + 5) = 0 \iff$ ... $x \in \left\{ \frac{3}{4}\pi, \frac{4}{3}\pi, \frac{5}{3}\pi, \frac{7}{4}\pi \right\}$

h) **(MAT)** Determinate tutte le soluzioni $x \in [0, 2\pi]$ della seguente disequazione

$(2 \operatorname{sen} x + \sqrt{3})(2 \cos x - 1) < 0$. $S = \left] \frac{\pi}{3}, \frac{4}{3}\pi \right[$

a pag. 3

i) Disegnate sul foglio a quadretti con precisione (dominio, equazione del grafico, tutti i passaggi necessari per la costruzione, intersezioni con gli assi coordinati, punti significativi, asintoti) il grafico delle seguenti funzioni:

$f(x) = \log(|x|)$, $\qquad g(x) = e^{-x}$.

A pag. 6

A pag. 4

2) $\sqrt{f(x)} > g(x) \iff$ ... $\begin{cases} f(x) \geq 0 \\ g(x) \geq 0 \\ f(x) > (g(x))^2 \end{cases}$ o $\begin{cases} f(x) \geq 0 \\ g(x) < 0 \end{cases}$

$\sqrt{4x^2 - 3} > 2x + 4 \iff$ ... $x \in \left] -\infty, -\frac{19}{16} \right[$

---

3) a) Disegnate con precisione sul foglio a quadretti il grafico della seguente funzione (in parte disegnata nella parte preliminare punto i)), specificando l'equazione del grafico di ogni tratto, tutti i passaggi necessari per la costruzione di ogni tratto, le coordinate dei punti di intersezione con gli assi cartesiani, gli asintoti e eventuali altri punti significativi:

A pag 7-8

$$f(x) = \begin{cases} -\frac{1}{2}x - 3 & \text{se } -7 \leq x < -3 \\ -\log(|x|) & \text{se } -e \leq x < 0 \\ |e^{-(x-2)} - 1| & \text{se } x \geq 0 \end{cases}$$

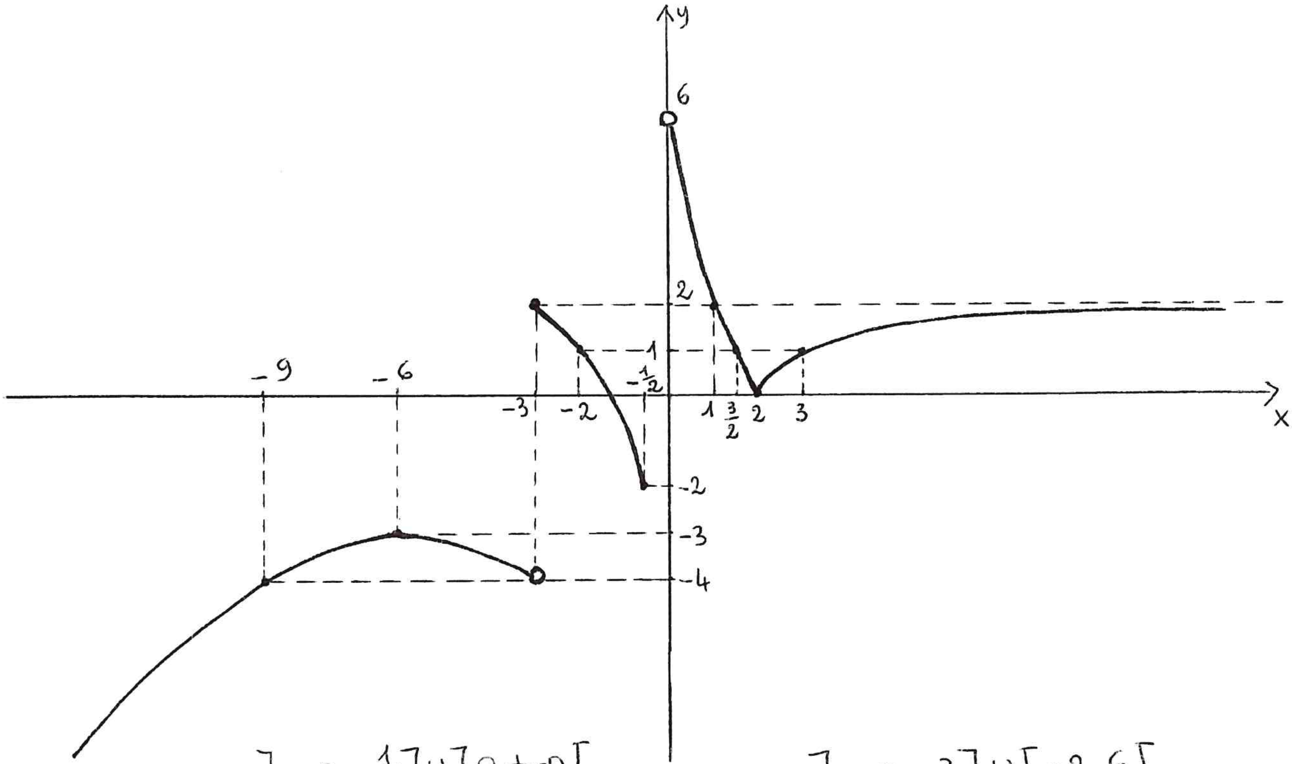
dom f = $[-7,-3[\cup [-e,+\infty[$ $\qquad$ Imm f = $\left]-\frac{3}{2}, +\infty\right[$

$f(-\frac{1}{e^2}) = 2$ $\qquad$ $f^{-1}(1) = \left\{-\frac{1}{e}, 2-\log 2\right\}$

b) Disegnate con precisione il grafico della funzione $g(x) = f(-x)$, specificandone il dominio e giustificando il grafico ottenuto.

---

4) Considerate la funzione f che ha il seguente grafico:



$\operatorname{dom} f =]-\infty, -\frac{1}{2}] \cup]0,+\infty[$ Imm $f =]-\infty,-3] \cup [-2,6[$

$f(-\frac{1}{4}) = \nexists$ $\quad$ $-\frac{1}{4} \notin \operatorname{dom} f$ $\qquad f(-3) = 2 \qquad f^{-1}(1) = \{-2, \frac{3}{2}, 3\}$

Determinate sul foglio a quadretti il numero delle soluzioni dell'equazione

$f(x) = k$ per $k \in [0,6]$. $k=0$ 2 sol.ni ; $0<k<2$ 3 sol.ni ; $k=2$ 2 sol.ni ; $2<k<6$ 1 sol.ne ; $k=6$ 0 sol.ni

La funzione f è iniettiva per $x \in]-\infty, -3[$: VERO o FALSO

MOTIVAZIONE: $\forall y \in]-4,-3[\ \exists \ x_1, x_2 \in]-\infty,-3[\ : \ x_1 \neq x_2$ e $f(x_1)=f(x_2)=y$

Precisamente $x_1 \in]-9,-6[$ e $x_2 \in]-6,-3[$

Determinate $f([1,3[) = [0,2]$

5) Disegnate con precisione sul foglio a quadretti l'insieme di equazione $4x^2 + 5y^2 = 20$, dopo aver spiegato che cosa rappresenta e le sue caratteristiche.

A pag. 4-5

(MAT) Determinate le intersezioni della figura precedente con la parabola di vertice $(0,2)$ passante per $(-2,-2)$ dopo averne determinato l'equazione; individuate le intersezioni anche sul disegno.

A pag. 5

6) Determinate tutte le soluzioni della disequazione $\dfrac{e^{2x} - 3e^x + 2}{\log(9-x^2)} > 0$.

Risposta: $x \in]-2\sqrt{2}, 0[\cup]\log 2, 2\sqrt{2}[$

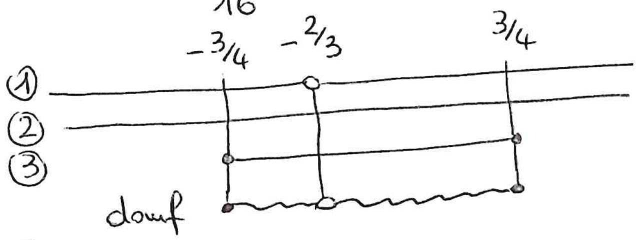
ELEMENTI di MATEMATICA – 15 NOVEMBRE 2019

SOLUZIONE

Es 1) a) $\text{dom} f = \{x \in \mathbb{R} : (6x+4)^2 > 0, \ |x-1| + 2 - \sqrt{2} \neq 0, \ 9 - 16x^2 \geq 0\}$

$$\begin{cases} (6x+4)^2 > 0 \\ |x-1| + 2 - \sqrt{2} \neq 0 \\ 9 - 16x^2 \geq 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} \forall x : 6x+4 \neq 0 \\ \forall x \text{ perchè } |x-1| \geq 0 \ \forall x \text{ e } 2-\sqrt{2} > 0 \ \ (*) \\ \qquad (2 = \sqrt{4} > \sqrt{2}) \\ x^2 \leq \frac{9}{16} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \forall x \neq -\frac{2}{3} \\ \forall x \\ -\frac{3}{4} \leq x \leq \frac{3}{4} \end{cases}$$



$-\frac{3}{4} < -\frac{2}{3} \iff \frac{3}{4} > \frac{2}{3} \iff 9 > 8$

$\text{dom} f = [-\frac{3}{4}, -\frac{2}{3}[\cup]-\frac{2}{3}, \frac{3}{4}]$.

(*) in alternativa $|x-1| = \sqrt{2} - 2 < 0$ quindi nessuna sol.^{ne}

b) Separiamo i numeri negativi dai numeri positivi :

$5 - 4\sqrt{3} > 0 \iff 5 > 4\sqrt{3} \iff 25 > 16 \cdot 3 \iff 25 > 48$ Falso

$(\cdot)^2$ sono entrambi positivi

quindi $5 - 4\sqrt{3} < 0$

Numeri negativi : $-6 \quad -\frac{16}{7} \quad -\sqrt{6} \quad 5 - 4\sqrt{3}$

Numeri positivi : $3/4$

$-6 = -\sqrt{36} < -\sqrt{6}$ in realtà $2 < \sqrt{6} < 3$ $(2 = \sqrt{4}, 3 = \sqrt{9})$ $\boxed{-6 < -\sqrt{6}}$

anche $2 = \frac{14}{7} < \frac{16}{7} < 3 = \frac{21}{7} \Rightarrow \boxed{-6 < -\frac{16}{7}}$

Confrontiamo $-\sqrt{6} \overset{?}{<} -\frac{16}{7} \iff \sqrt{6} > \frac{16}{7} \iff 7\sqrt{6} > 16 \iff 49 \cdot 6 > 256$

$(\cdot)^2$ sono entrambi positivi

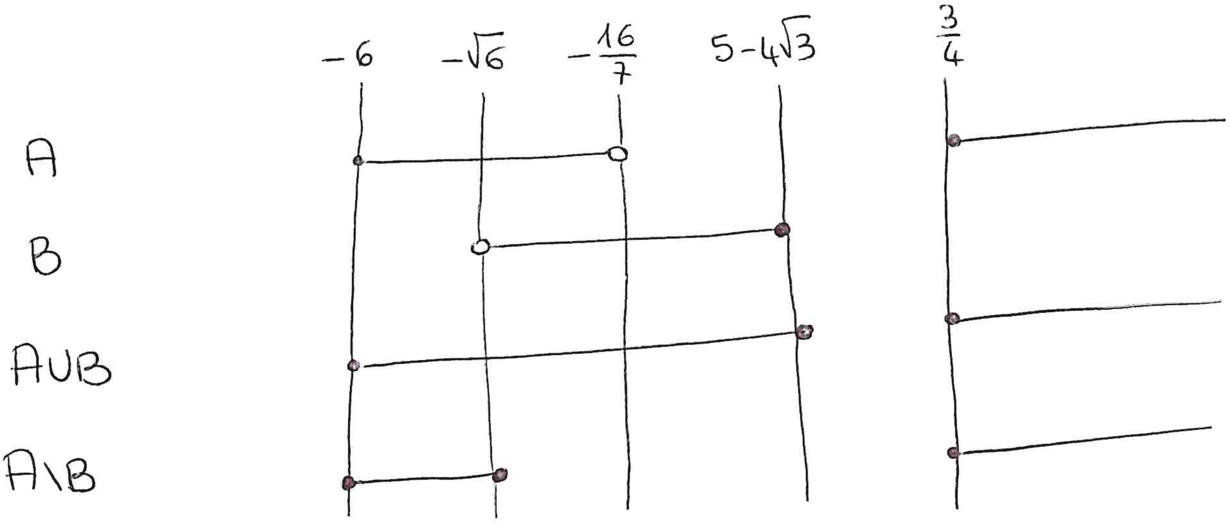
$\iff 294 > 256$ Vero $\boxed{-\sqrt{6} < -\frac{16}{7}}$

$-\frac{16}{7} \overset{?}{<} 5 - 4\sqrt{3} \iff \frac{16}{7} > 4\sqrt{3} - 5 \iff \frac{16}{7} + 5 > 4\sqrt{3} \iff \frac{51}{7} > 4\sqrt{3} \iff 51 > 28\sqrt{3}$

$\iff 2601 > 784 \cdot 3 \iff 2601 > 2352$ Vero $\boxed{-\frac{16}{7} < 5 - 4\sqrt{3}}$

$(\cdot)^2$ sono entrambi positivi

L'ordine trovato è : $-6 \quad -\sqrt{6} \quad -\frac{16}{7} \quad 5-4\sqrt{3} \quad \frac{3}{4}$



$A\cup B = [-6, 5-4\sqrt{3}] \cup [\frac{3}{4}, +\infty[$

$A\setminus B = [-6, -\sqrt{6}] \cup [\frac{3}{4}, +\infty[$

c) $|x^2-40| \le 3x \iff -3x \le x^2-40 \le 3x \iff$

$$\begin{cases} x^2-3x-40 \le 0 \\ x^2+3x-40 \ge 0 \end{cases} \iff \begin{cases} -5 \le x \le 8 \\ x \le -8 \ \underline{o} \ x \ge 5 \end{cases} \iff \boxed{x \in [5,8]}$$

$x^2-3x-40=0 \quad x_{1,2} = \frac{3\pm\sqrt{9+160}}{2} = \frac{3\pm 13}{2} \nearrow x_1=-5 \quad \searrow x_2 = 8$

$x^2+3x-40=0 \quad x_{1,2} = \frac{-3\pm 13}{2} \nearrow x_1=-8 \quad \searrow x_2=5$

e) $\log_3 \frac{2}{3} + e^{-\frac{1}{2}\log 9} + \log_{\frac{1}{4}} 16 + \log_3 \frac{1}{6} =$

$= \log_3 \frac{2}{3} + \log_3 \frac{1}{6} + e^{\log 9^{-\frac{1}{2}}} + \log_{\frac{1}{4}} \left(\frac{1}{4}\right)^{-2} =$

$= \log_3 \left(\frac{\cancel{2}^{1}}{3}\cdot\frac{1}{\cancel{6}_{3}}\right) + e^{\log\frac{1}{3}} + (-2) =$

$\downarrow$

$\log_a a^x = x \ \forall x \ \forall a>0, a\neq 1$

$= \log_3 \frac{1}{9} + \frac{1}{3} - 2 =$

$= \log_3 3^{-2} + \frac{1}{3} - 2 = -2 + \frac{1}{3} - 2 = \boxed{-\frac{11}{3}}$

$\alpha \log x = \log x^{\alpha} \quad \forall x>0 \quad \forall \alpha\in\mathbb{R}$

$16 = \left(\frac{1}{4}\right)^{-2}$

$9^{-1/2} = \frac{1}{\sqrt{9}} = \frac{1}{3}$

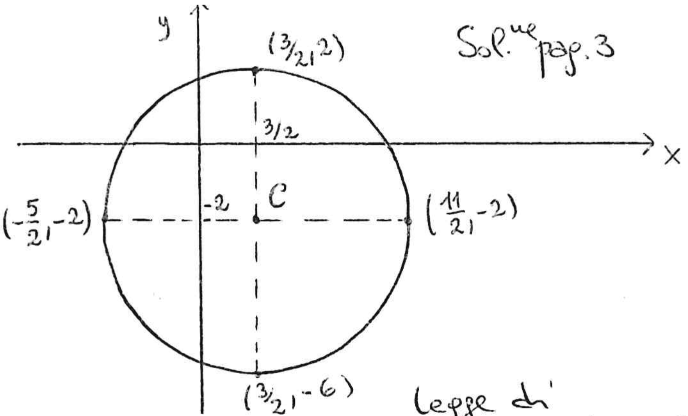
$\log_a x_1 + \log_a x_2 = \log_a (x_1\cdot x_2) \quad \forall x_1>0 \ x_2>0$

$e^{\log x} = x \quad \forall x>0$

Sol.^{ne} pag. 3

f) $(x-x_c)^2+(y-y_c)^2=R^2$

$(x-\frac{3}{2})^2+(y+2)^2=16$



g) $(2\,\text{sen}x+\sqrt{3})\cdot(-3\,\text{sen}x-3\cos x)(4\cos x+5)=0 \iff$ legge di annullamento del prodotto

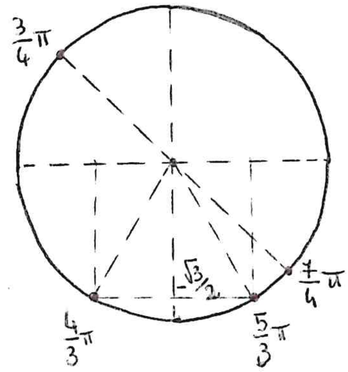
$2\,\text{sen}x+\sqrt{3}=0$ ① $\underline{o}$ $-3\,\text{sen}x-3\cos x=0$ ② $\underline{o}$ $4\cos x+5=0$ ③

① $\text{sen}x=-\frac{\sqrt{3}}{2} \iff x=\frac{4}{3}\pi \ \underline{o}\ x=\frac{5}{3}\pi$

② $\text{sen}x+\cos x=0$ possiamo supporre $\cos x\neq 0$ in quanto $x=\frac{\pi}{2}$ e $x=\frac{3}{2}\pi$ non sono sol.^{ni} dell'eq.^{ne} ($x=\frac{\pi}{2}\to 1=0$, $x=\frac{3}{2}\pi\to -1=0$)

Allora dividiamo per $\cos x$ ottenendo

$\tan x+1=0 \iff \tan x=-1 \iff x=\frac{3}{4}\pi \ \underline{o}\ x=\frac{7}{4}\pi$



③ $\cos x=-\frac{5}{4}$ non ha sol.^{ni} poichè $-1\leq\cos x\leq 1\ \forall x$ e $-\frac{5}{4}<-1$.

$S=\{\frac{3}{4}\pi,\frac{4}{3}\pi,\frac{5}{3}\pi,\frac{7}{4}\pi\}$.

h) (MAT) $(2\,\text{sen}x+\sqrt{3})\cdot(2\cos x-1)<0$ è una DIS.^{ne} PRODOTTO, dobbiamo studiare il segno dei 2 fattori

$F_1=2\,\text{sen}x+\sqrt{3}>0$ $\quad F_1=0$ (esercizio g) se $x=\frac{4}{3}\pi\ \underline{o}\ x=\frac{5}{3}\pi$)

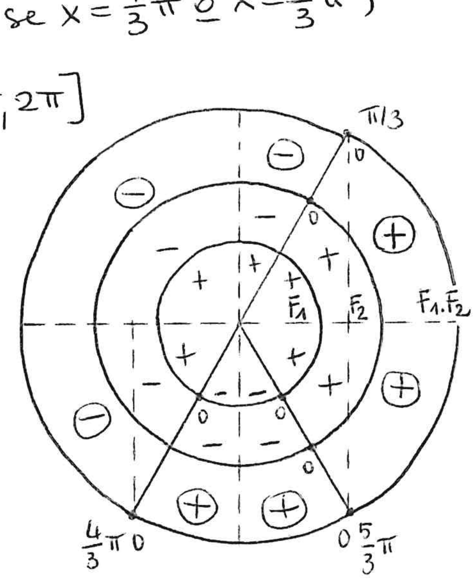
$F_1>0 \iff \text{sen}x>-\frac{\sqrt{3}}{2} \iff x\in[0,\frac{4}{3}\pi[\,\cup\,]\frac{5}{3}\pi,2\pi]$

$F_2=2\cos x-1>0$ $\quad F_2=0 \iff \cos x=\frac{1}{2}$

$\iff x=\frac{\pi}{3}\ \underline{o}\ x=\frac{5}{3}\pi$

$F_2>0 \iff \cos x>\frac{1}{2} \iff x\in[0,\frac{\pi}{3}[\,\cup\,]\frac{5}{3}\pi,2\pi]$

$S=]\frac{\pi}{3},\frac{4}{3}\pi[$



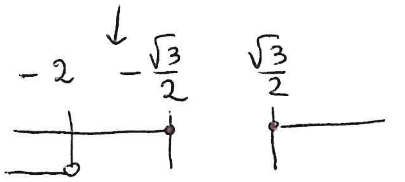
Sol.^{ne} pag. 4

es. 2) $\sqrt{4x^2-3} > 2x+4 \iff \begin{cases} 4x^2-3\geq 0 \\ 2x+4<0 \end{cases}$ o $\begin{cases} 4x^2-3\geq 0 \\ 2x+4\geq 0 \\ 4x^2-3>(2x+4)^2 \end{cases}$

$\iff \begin{cases} x\leq -\frac{\sqrt3}{2} \text{ o } x\geq \frac{\sqrt3}{2} \\ x<-2 \end{cases}$ o $\begin{cases} x\leq -\frac{\sqrt3}{2} \text{ o } x\geq \frac{\sqrt3}{2} \\ x\geq -2 \\ \cancel{4x^2}-3>\cancel{4x^2}+16x+16 \end{cases}$

$-2<-\frac{\sqrt3}{2}$ (*) $\iff 4>\sqrt3 \iff 16>3$

$\iff \boxed{x<-2}$ o $\begin{cases} x\leq -\frac{\sqrt3}{2} \text{ o } x\geq \frac{\sqrt3}{2} \\ x\geq -2 \\ x<-\frac{19}{16} \end{cases}$



$-2=-\frac{32}{16}<-\frac{19}{16}$

$-\frac{19}{16}<-\frac{16}{16}=-1<-\frac{\sqrt3}{2}$ (*)

oppure

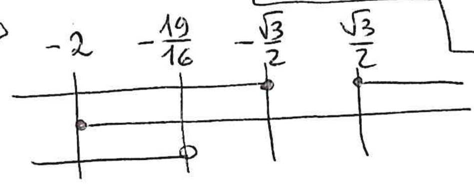
$-\frac{19}{16}<-\frac{\sqrt3}{2} \iff$

$\frac{19}{16}>\frac{\sqrt3}{2} \iff 38>16\sqrt3$

$\iff 1444>256\cdot 3$ (V)
$\; = 768$

anche $19>8\sqrt3 \iff 361>64\cdot 3=192$ (V)

$\iff x<-2$ o $-2\leq x<-\frac{19}{16}$

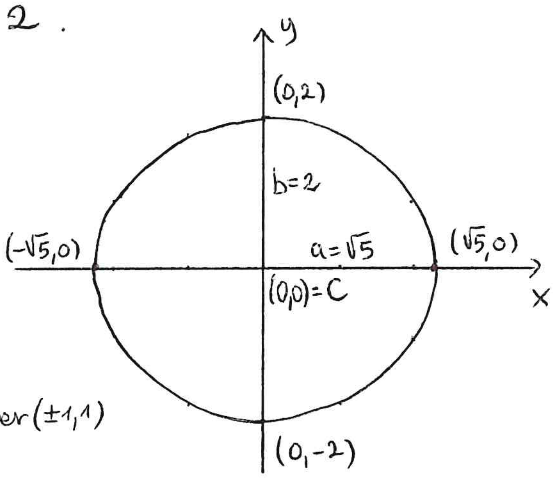


$\iff \boxed{x\in\,]-\infty, -\frac{19}{16}[}$

(*) si può anche osservare che $-\frac{\sqrt3}{2}>-1$ in quanto $\frac{\sqrt3}{2}<1 \iff \sqrt3<2$ vero

es. 5) $4x^2+5y^2=20$ è una ELLISSE di Eq.^{ne} $\frac{x^2}{5}+\frac{y^2}{4}=1$

di $C(0,0)$ e semiassi $a=\sqrt5$ $b=2$.



(MAT) Eq.^{ne} della parabola

$y=a(x-x_V)^2+y_V$ $V=(0,2)$

$y=ax^2+2$ per $(-2,-2)$

$-2=4a+2 \to 4a=-4$ $a=-1$

eq.^{ne} $\boxed{y=-x^2+2}$ $V(0,2)$ verso il basso per $(\pm1,1)$
$\cap$ asse y $x=\pm\sqrt2$

$\cap$ ellisse parabola (**) $\begin{cases} 4x^2+5y^2=20 \\ y=-x^2+2 \end{cases}$ $\begin{cases} 4x^2+5(-x^2+2)^2=20 \\ \dots \end{cases}$

(**) in alternativa dalla 1^a $x^2=5-\frac54 y^2$ e poi nella 2^a

$5y^2-4y-12=0$ da cui

$y=2$ o $y=-\frac65$ e poi

$\downarrow$ $x=0$ $\qquad$ $\downarrow$ $x^2=\frac{16}{5}$ $x=\pm\frac{4}{\sqrt5}$

Sol.^{ne} pag. 5

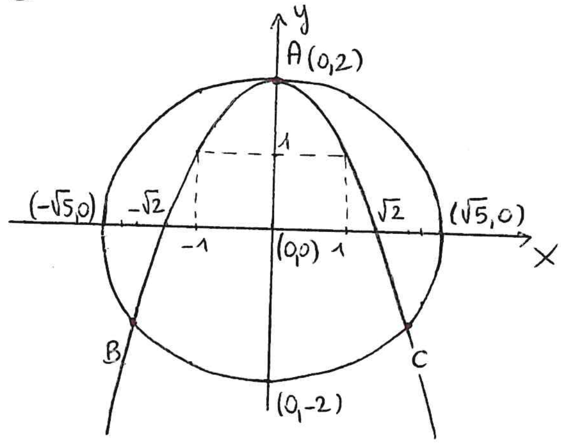
$$\begin{cases} 4x^2+5(x^4+4-4x^2)=20 \\ \dots \end{cases} \quad \begin{cases} 5x^4-16x^2=0 \\ \dots \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2(5x^2-16)=0 \\ \dots \end{cases} \quad \begin{cases} x=0 \ \underline{o} \ x^2=\frac{16}{5} \\ y=-x^2+2 \end{cases} \quad \begin{cases} x=0 \ \underline{o} \ x=\frac{4}{\sqrt5} \ \underline{o} \ x=-\frac{4}{\sqrt5} \\ y=2 \qquad y=-\frac{16}{5}+2=-\frac{6}{5} \end{cases}$$

3 PUNTI di INTERSEZIONE $\underset{A}{(0,2)}$ $\underset{C}{\left(\frac{4}{\sqrt5},-\frac{6}{5}\right)}$ $\underset{B}{\left(-\frac{4}{\sqrt5},-\frac{6}{5}\right)}$

$\frac{4}{\sqrt5}=\frac{4}{5}\sqrt5 \simeq 0{,}8\cdot 2{,}24 \approx 1{,}79$

$-\frac{6}{5}=-1{,}2$



es. 6) C.E. $\begin{cases} 9-x^2>0 \\ \log(9-x^2)\neq 0 \end{cases}$

$$\begin{cases} x^2<9 \\ 9-x^2\neq 1 \end{cases} \quad \begin{cases} -3<x<3 \\ x^2\neq 8 \end{cases} \quad \begin{cases} -3<x<3 \\ x\neq \pm 2\sqrt2 \end{cases} \quad 2\sqrt2=\sqrt8<\sqrt9=3$$

C.E. $x\in\,]-3,-2\sqrt2[\,\cup\,]-2\sqrt2,2\sqrt2[\,\cup\,]2\sqrt2,3[$

$N=e^{2x}-3e^x+2>0$ pongo $t=e^x$ $\quad t^2-3t+2>0 \quad (t-1)(t-2)>0$

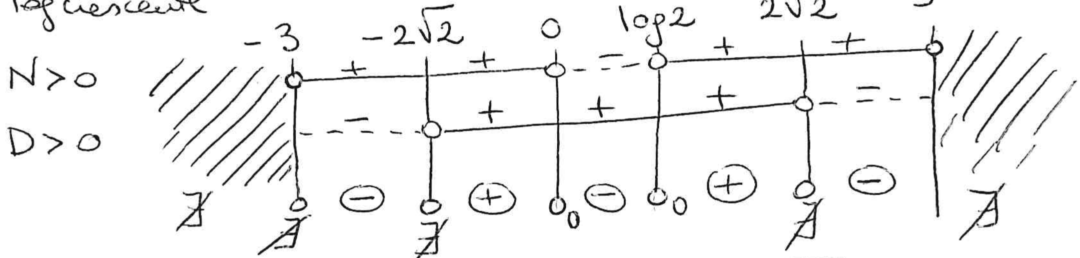
$t<1 \ \underline{o} \ t>2 \ \Rightarrow \ e^x<1 \ o \ e^x>2 \ \Leftrightarrow \ x<0 \ \underline{o} \ x>\log 2$

$\left(e^x<1 \Leftrightarrow x<0 \right.$, $e^x>2 \Leftrightarrow e^x>e^{\log 2}$ $\Leftrightarrow$ $\left. x>\log 2 \right)$
e^x crescente $\qquad e^x$ crescente

$\boxed{N>0 \quad x<0 \ \underline{o} \ x>\log 2}$ $\quad \log 2\simeq 0{,}7$

$\boxed{D>0} \Leftrightarrow \log(9-x^2)>0=\log 1$

$\underset{\log \text{ crescente}}{\Leftrightarrow}$ $9-x^2>1 \Leftrightarrow x^2<8 \Leftrightarrow \boxed{-2\sqrt2<x<2\sqrt2}$



$\frac{N}{D}>0 \Leftrightarrow \boxed{x\in\,]-2\sqrt2,0[\,\cup\,]\log 2,2\sqrt2[}$

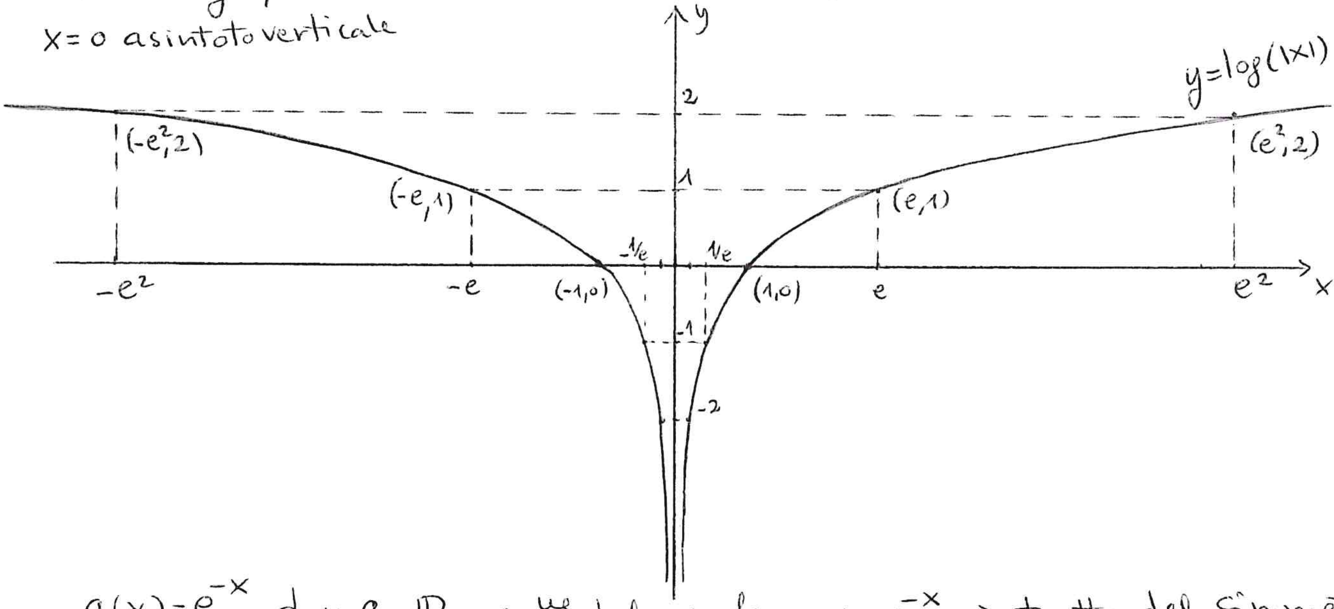
i) $f(x)=\log(|x|)$ $\text{dom} f=\{x\in\mathbb{R}: |x|>0\}=\mathbb{R}\setminus\{0\}=$
$=]-\infty,0[\cup]0,+\infty[$

eq.^{ne} del grafico $y=\log(|x|)$

Per def. di $|x|$ risulta $y=\begin{cases}\log x & x>0\\ \log(-x) & x<0\end{cases}$ quindi il grafico coincide con quello del logaritmo per $x>0$, mentre risulta essere il suo simmetrico rispetto all'asse y per $x<0$.

$\cap$ asse y ϕ $\cap$ asse x : $(\pm1,0)$ altri punti $(\pm e,1)$ $(\pm e^2,2)$ $(\pm\frac{1}{e},-1)$ $(\pm\frac{1}{e^2},-2)$

$x=0$ asintoto verticale

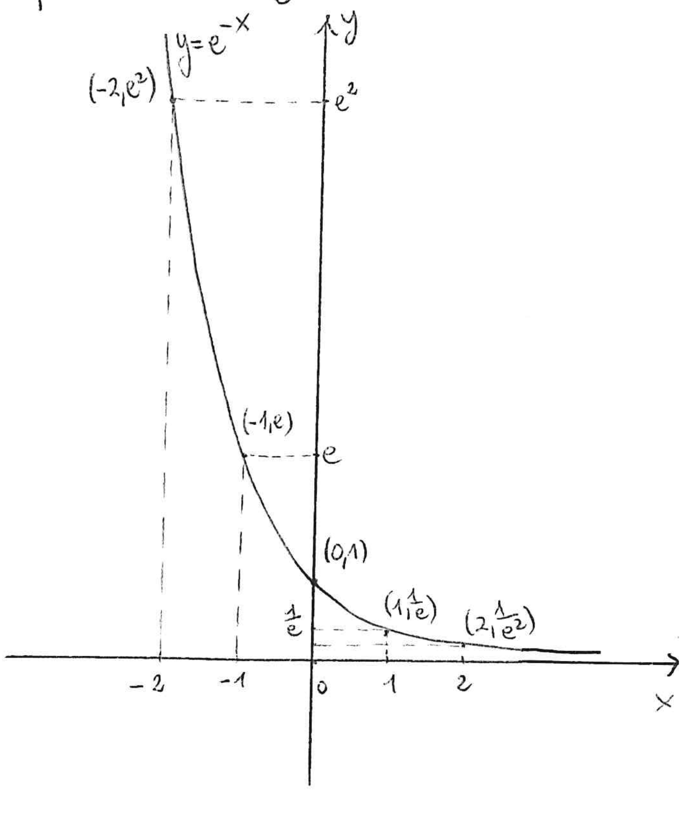


$g(x)=e^{-x}$ $\text{dom}\, g=\mathbb{R}$ eq.^{ne} del grafico $y=e^{-x}$ si tratta del simmetrico del grafico $y=e^x$ dell'esponenziale rispetto all'asse y.

$\cap$ asse x ϕ $y=0$ ASINTOTO orizz.

$\cap$ asse y $(0,1)$

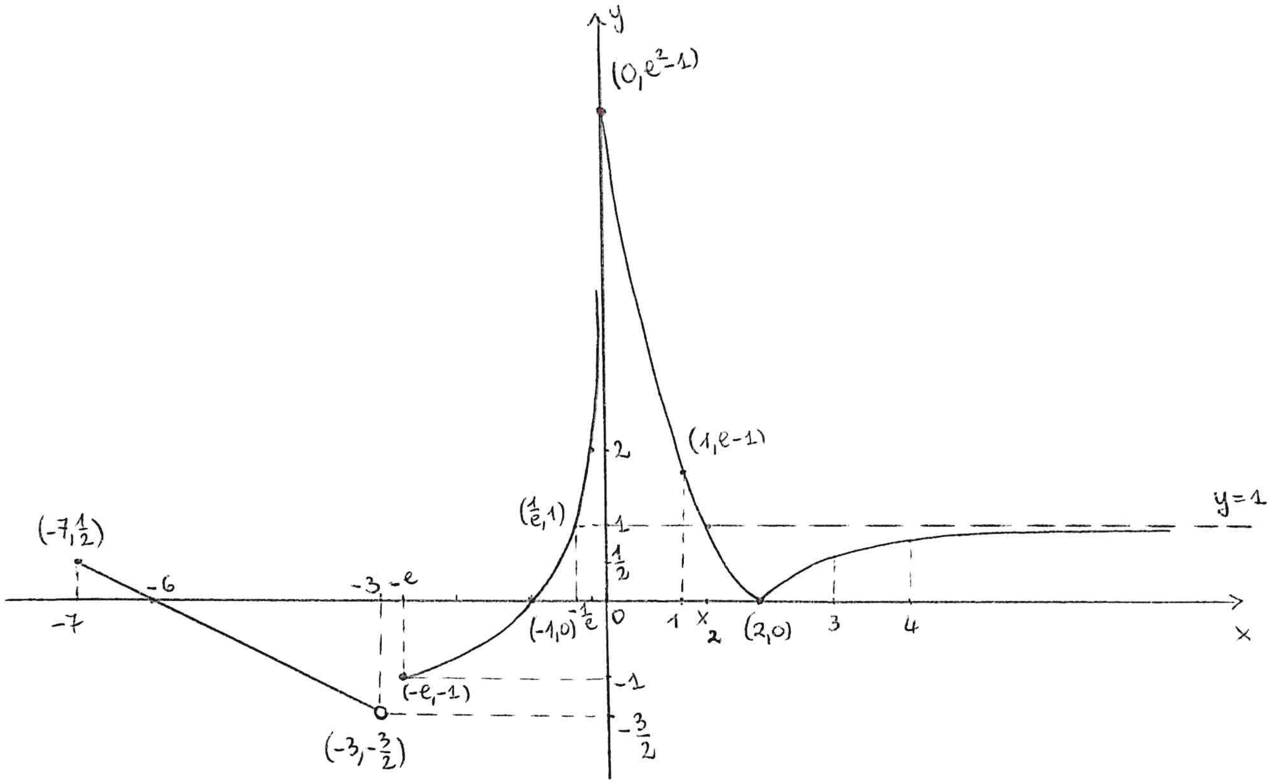
altri punti $(-1,e)$ $(-2,e^2)$
$(1,1/e)$ $(2,\frac{1}{e^2})$



es. 3) a) <u>1° tratto</u> eq.^{ne} $y=-\frac{1}{2}x-3$ si tratta di una retta per $(-7,\frac{1}{2})$ $(-6,0)$ $(-3,-\frac{3}{2})$

<u>2° tratto</u> eq.^{ne} $y=-\log(|x|)$ è il grafico della funzione f del punto i) considerato solo per $-e\le x<0$ e di cui si considera il simmetrico rispetto all'asse x _ $x=0$ ASINTOTO VERT., PUNTI $(-e,-1)$ $(-1,0)$ $(-\frac{1}{e},1)$ $(-\frac{1}{e^2},2)$

<u>3° tratto</u> eq.^{ne} $y=|e^{-(x-2)}-1|$ si tratta del grafico della funzione g del punto i) così trasformato: $y=e^{-(x-2)}$ spostato a destra di 2 (passa per $(0,e^2),(1,e),(2,1),(3,\frac{1}{e}),(4,\frac{1}{e^2})$), $y=e^{-(x-2)}-1$ abbassato di 1 (passa per $(0,e^2-1),(1,e-1),(2,0),(3,\frac{1}{e}-1),(4,\frac{1}{e^2}-1)$, asintoto orizzontale $y=-1$), $y=|e^{-(x-2)}-1|$ applicato il $|\cdot|$ cioè simmetria rispetto all'asse x dei punti con $y<0$ (passa per $(3,1-\frac{1}{e}),(4,1-\frac{1}{e^2})$, $y=1$ asintoto orizzontale).



$f(-\frac{1}{e^2})=-\log(|-\frac{1}{e^2}|)=-\log(\frac{1}{e^2})=-(-2)=2$

$\downarrow$

$-e<-\frac{1}{e^2}<0$

$f^{-1}(1)$ ce ne sono due: una nel 2° tratto ed una nel 3°

<u>2° tratto</u> $-\log(|x|)=1\Leftrightarrow\log(|x|)=-1\Leftrightarrow|x|=\frac{1}{e}\Leftrightarrow x=\pm\frac{1}{e}$ ma in $-e\le x<0$ c'è solo $\boxed{x_1=-\frac{1}{e}}$

3° tratto $\quad |e^{-(x-2)}-1| = 1 \iff e^{-(x-2)}-1=-1$ o $e^{-(x-2)}-1=1$

$\iff e^{-(x-2)}=0$ o $e^{-(x-2)}=2 \iff$ IMPOSS ($e^a>0\ \forall a$) o $-(x-2)=\log 2$

$\iff x-2=-\log 2 \iff x = 2-\log 2 \simeq 1{,}3$ visto che $\log 2 \simeq 0{,}7$.

$x_2 = 2-\log 2$

3b) $g(x)=f(-x)$ eq.ne del grafico $y=g(x)=f(-x)$

si tratta del simmetrico del grafico di f rispetto all'asse y.

dom $g =]-\infty, +e] \cup]3,7]$ $\quad x=0$ asintoto verticale

$y=1$ asintoto orizzontale