COGNOME ______________________

NOME ______________________

MATRICOLA |_|_|_|_|_|_|

CORSO di LAUREA Mat Fis

NON SCRIVETE QUI

1	2	3	4	5	6

A

UNIVERSITÀ DI PARMA — C.L. in MATEMATICA e FISICA

ESAME DI ELEMENTI di MATEMATICA

A.A. 2017-2018 — PARMA, 27 OTTOBRE 2017

ElMat_27/10/17-1A

Riempite immediatamente questo foglio scrivendo **in stampatello** cognome, nome e numero di matricola, e fate una barra sul Corso. Scrivete cognome e nome (in stampatello) su ogni foglio a quadretti.

Il tempo massimo per svolgere la prova è di un'ora e quaranta. Non potete uscire se non dopo avere consegnato il compito, al termine della prova.

Svolgete prima i calcoli in brutta, poi svolgete ordinatamente gli esercizi su un altro foglio protocollo a quadretti, infine **copiate le sole risposte** su questo foglio.

È obbligatorio consegnare sia il testo, sia tutti i fogli ricevuti; al momento della consegna, inserite tutti i fogli a quadretti dentro quello con il testo. Potete usare solo il materiale ricevuto e il vostro materiale di scrittura (in particolare è vietato usare appunti, calcolatrici, foglietti ecc.). Non usate il colore rosso.

1) Considerate l'insieme $A = \{x \in \mathbb{R} : \left|x^3 - 8x - \frac{3}{2}\right| \geq 3x^2 + \frac{3}{2} - x^3\}$. Allora:

$A = [-1, -\frac{1}{2}] \cup [0, \frac{8}{3}] \cup [3, +\infty[$

$A \setminus [-\frac{9}{17}, 4[= [-1, -\frac{9}{17}[\cup [4, +\infty[$

Svolgimento a pag. 4A

2a) Tutti gli angoli sono in radianti, e sono in $[0, 2\pi]$. Allora:

$\left(\sqrt{2}\,\mathrm{sen}\, x + 1\right) \cdot \left(2\cos x - 1\right) = 0 \iff \mathrm{sen}\, x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ o $\cos x = \frac{1}{2} \iff x = \frac{5}{4}\pi,\ x = \frac{7}{4}\pi,\ x = \pi/3,\ x = \frac{5}{3}\pi$

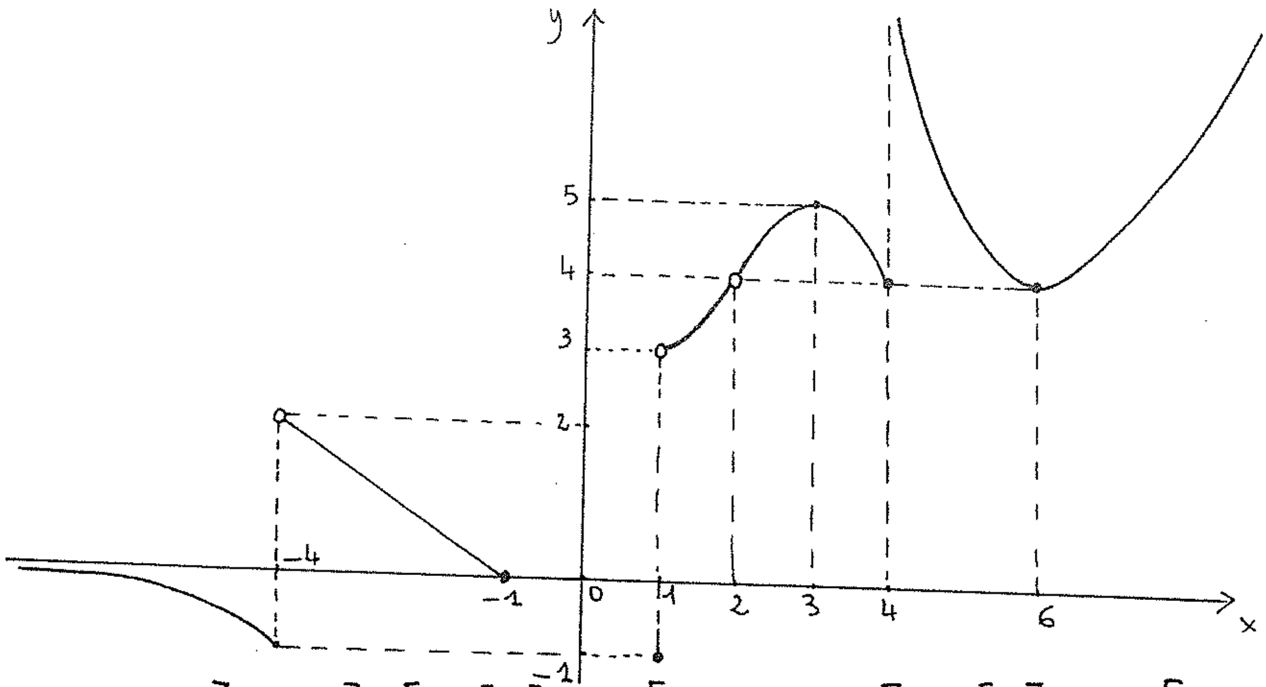
$\cos(3\pi) = -1$ $\qquad$ $\mathrm{sen}(-\frac{5}{6}\pi) = -\frac{1}{2}$ $\qquad$ $\tan(\frac{5}{3}\pi) = -\sqrt{3}$

2b) Completate: $\log_e e^5 = 5$; $\qquad e^{2x+3} = 4\,e^{x - \log 4} \iff e^{2x+3} = 4 \cdot e^x \cdot \frac{1}{e^{\log 4}} \iff$

$\iff e^{2x+3} = 4 \cdot e^x \cdot \frac{1}{4} = e^x \iff 2x+3 = x \iff x = -3$

e^x BIUNIVOCA

3) Considerate la funzione f che ha il seguente grafico:



dom f = $]-\infty,-1] \cup [1,2[\cup]2,+\infty[$ Imm f = $[-1,2[\cup]3,+\infty[$

max f = $\nexists$ (punti di max: —)

min f = -1 (punti di min: $x=-4$ $x=1$)

punti di massimo locale: $x=3$ punti di minimo locale: $x=-4$ $x=-1$ $x=1$ $x=4$ $x=6$

$\frac{4}{3} \in]0,2[$

$f(1) = -1$ $f(2) = \nexists$ $2 \notin \mathrm{dom} f$ $f^{-1}(\frac{4}{3}) = \{x=-3\}$ $f^{-1}(4) = \{x=4, x=6\}$

retta $y = -\frac{2}{3}x - \frac{2}{3}$ $\frac{4}{3} = -\frac{2}{3}x - \frac{2}{3}$ $\frac{2}{3}x = -2$ $x=-3$

Il numero delle soluzioni dell'equazione $f(x) = 5$ è: 3

Def. $x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) > f(x_2)$

Dite se è VERO o FALSO (motivando la risposta) che

a) f è strettamente decrescente su $[-4, -1]$ F $x=-4 < x=-1$ ma $f(-4) = -1 < f(-1) = 0$

b) f è strettamente crescente su $[1, 2[\cup]2, 3]$. V f è crescente su $[1,2[$ e su $]2,3]$ ($x_1 < x_2 \Leftrightarrow f(x_1) < f(x_2)$) e in più $\forall x_1 \in [1,2[$ e $\forall x_2 \in]2,3]$ $f(x_2) > f(x_1)$

4a) Se $f(x) = \dfrac{1}{(x-3)^2} \sqrt{\log(\frac{3}{2} - \frac{3}{2}x) - \log(x^2-3) + \log(x^2-3x+3)}$ allora:

dom f = $[-3, -\sqrt{3}[$ Svolgim. a pag. 4A-5A

4b) Considerate l'insieme $\mathbf{A} = [-3\,, -\sqrt{2}[$: dite (motivando la risposta) se è VERA o FALSA la seguente proposizione

$$\forall \mathrm{x} \qquad [\mathrm{x} \in \mathbf{A} \Rightarrow \mathrm{x}^2 \geq 4]$$

Negate la proposizione assegnata e stabilite se la negazione ottenuta è una proposizione

VERA o FALSA (motivando la risposta). Svolgimento a pag. 5A

---

5) Disegnate con precisione sul foglio a quadretti il grafico della seguente funzione, specificando tutti i passaggi necessari per la costruzione di ogni tratto:

Svolgimento a pag 5A-6A

$$f(x) = \begin{cases} \left| -\frac{1}{7}x^2 - x \right| & \text{se } x \leq -1 \\ -\log(1+x) & \text{se } -1 < x \leq \mathrm{e}-1 \\ -1 + \sqrt{6-x} & \text{se } 2 \leq x \leq 6. \end{cases}$$

Specificate il dominio e l'immagine di f e risolvete l'equazione $f(x) = -\dfrac{1}{2}$.

---

6) L'insieme di equazione $x^2 + 4y^2 + 2x - 16y - 19 = 0$ rappresenta:

un'ellisse avente ... $C(-1,2)$ e semiassi $a=6$, $b=3$.

Disegnate con precisione l'insieme trovato. Disegno a pag. 6A e calcoli

---

ELEMENTI di MATEMATICA - Prof.ssa COSCIA A.

Soluzione del COMPITO del 27 ottobre 2017

$\boxed{\text{FILA A}}$

ES.1) A: $\quad |x^3-8x-\frac{3}{2}| \geq 3x^2+\frac{3}{2}-x^3 \iff$

$|a|\geq b \iff a\leq -b$ o $a\geq b$

$\iff \cancel{x^3}-8x-\cancel{\frac{3}{2}} \leq -3x^2-\cancel{\frac{3}{2}}+\cancel{x^3}$ o $x^3-8x-\frac{3}{2}\geq 3x^2+\frac{3}{2}-x^3$

$\iff 3x^2-8x\leq 0$ o $2x^3-3x^2-8x-3\geq 0$

$x(3x-8)\leq 0 \qquad x=-1$ è radice del polinomio $P(-1)=-2-3+8-3=0$

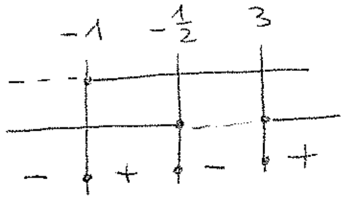
$\iff x\in[0,\frac{8}{3}]$ o $(x+1)(2x^2-5x-3)\geq 0$

$F_1 = x+1\geq 0 \quad x\geq -1$

$F_2 = 2x^2-5x-3\geq 0 \quad x\leq -\frac{1}{2}$ o $x\geq 3$

$x_1=-\frac{1}{2}$

$x_2=3$



$\iff x\in[0,\frac{8}{3}]$ o $x\in[-1,-\frac{1}{2}]\cup[3,+\infty[$

$A=[-1,-\frac{1}{2}]\cup[0,\frac{8}{3}]\cup[3,+\infty[$

$A\setminus[-\frac{9}{17},4[\;=[-1,-\frac{9}{17}[\cup[4,+\infty[$

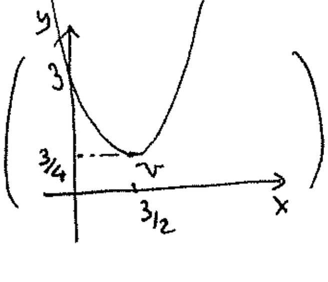
$-\frac{9}{17}<-\frac{1}{2} \iff \frac{9}{17}>\frac{1}{2} \iff 18>17$ VERO

ES.4) a) $\operatorname{dom} f=\{x\in\mathbb{R}:\ (x-3)^2\neq 0,\ \frac{3}{2}-\frac{3}{2}x>0,\ x^2-3>0,$
$\log(\frac{3}{2}-\frac{3}{2}x)-\log(x^2-3)\geq 0,\ x^2-3x+3>0\}$

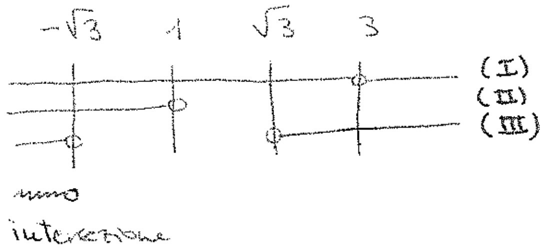
$$\begin{cases}(x-3)^2\neq 0 & (I)\\ \frac{3}{2}-\frac{3}{2}x>0 & (II)\\ x^2-3>0 & (III)\\ \log(\frac{3}{2}-\frac{3}{2}x)\geq\log(x^2-3) & (IV)\\ x^2-3x+3>0 & (V)\end{cases}\qquad \begin{cases}x\neq 3\\ x<1\\ x<-\sqrt{3} \text{ o } x>\sqrt{3}\\ \frac{3}{2}-\frac{3}{2}x\geq x^2-3\\ \forall x\in\mathbb{R}\end{cases}$$

poichè il logaritmo in base $e>1$ è strettam. crescente

$\Delta=9-12<0$
e in questo caso il trinomio ha sempre il segno del 1° coeff



$$\begin{cases} x<-\sqrt{3} \\ x^2+\frac{3}{2}x-\frac{9}{2}\le 0 \\ \forall x\in\mathbb{R} \end{cases}$$



$$\begin{cases} x<-\sqrt{3} \\ x_1=-3 \quad x\in\left[-3,\frac{3}{2}\right] \\ x_2=\frac{3}{2} \end{cases}$$

essendo $-3<-\sqrt{3}<\frac{3}{2}$ poichè $-\sqrt{3}\in\,]-2,-1[$

otteniamo $\boxed{\mathrm{dom}\, f=[-3,-\sqrt{3}[}$

$2x^2+3x-9=0$

$x_{1,2}=\frac{-3\pm\sqrt{9+72}}{4}=\frac{-3\pm 9}{4} \nearrow -3 \quad \searrow \frac{3}{2}$

4b) $A=[-3,-\sqrt{2}[$

La proposizione $P=$ "$\forall x\ [x\in A \Rightarrow x^2\ge 4]$" è FALSA: infatti non tutti i numeri di A hanno quadrato ≥ 4 - Ad es. $x=-\frac{3}{2}\in A$ ma

$(-3\le -\frac{3}{2}<-\sqrt{2}$ poichè $\frac{3}{2}>\sqrt{2} \Leftrightarrow 3>2\sqrt{2} \Leftrightarrow 9>8)$
(ovvia)

$x^2=\frac{9}{4}<4$ - In realtà $\forall x\in\,]-2,-\sqrt{2}[$ si ha $x\in A$ e $x^2<4$.

NEGAZIONE NON $P=$ "$\exists x:\ x\in A$ e $x^2<4$" che è VERA -

Come appena osservato la proposizione NON P è verificata da $x=-\frac{3}{2}$ ma anche da ogni $x\in\,]-2,-\sqrt{2}[$.

5) $\mathrm{dom}\, f=\,]-\infty, e-1]\cup[2,6]$

1° tratto $y=\left|-\frac{1}{7}x^2-x\right|$ è il valore assoluto di $y=-\frac{1}{7}x^2-x$ che rappresenta una parabola di $V\left(-\frac{7}{2},\frac{7}{4}\right)$ $\left(x_V=-\frac{b}{2a}=\frac{1}{-2/7}=-\frac{7}{2}\right.$,

$\left.y_V=-\frac{1}{7}\frac{49}{4}+\frac{7}{2}=-\frac{7}{4}+\frac{7}{2}=\frac{7}{4}\right)$, rivolta verso il basso e passante per $(0,0)$ e per $(-7,0)$ per simmetria - Se $x=-1 \rightarrow y=-\frac{1}{7}+1=\frac{6}{7}$ -

se $x=-9$ $y=\left|-\frac{18}{7}\right|=\frac{18}{7}$

Poi $y=\left|-\frac{1}{7}x^2-x\right|=\begin{cases} -\frac{1}{7}x^2-x & -7\le x\le -1 \\ \underbrace{\frac{1}{7}x^2+x}_{\text{simmetrico rispetto all'asse } x} & x<-7 \end{cases}$

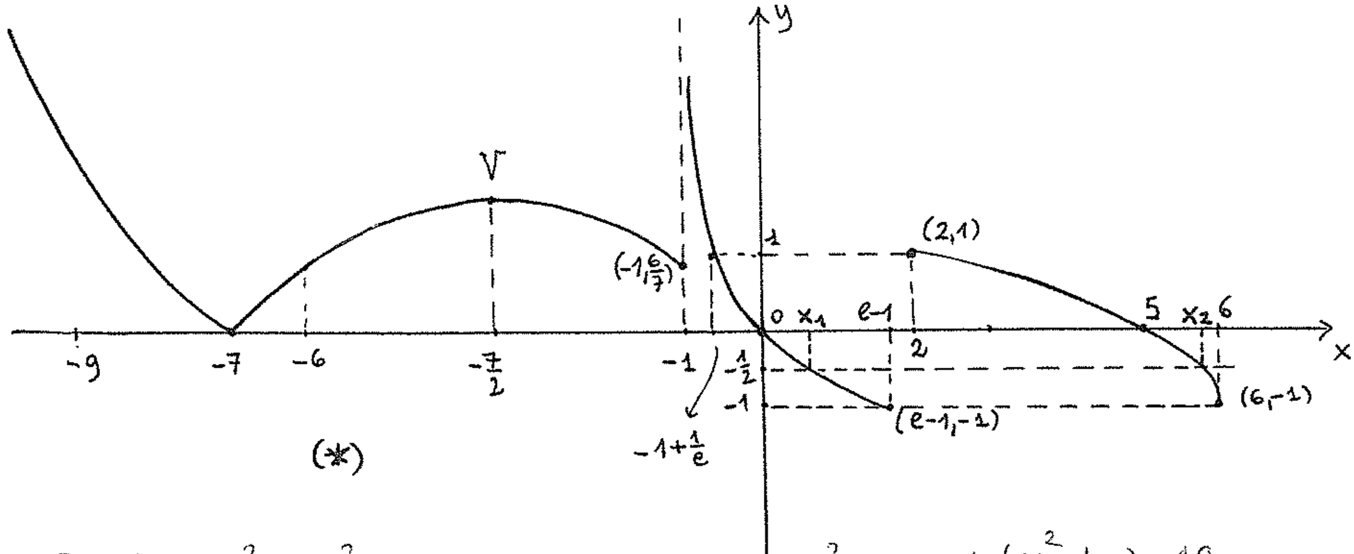
cioè la parte di grafico con $y<0$ va ribaltata rispetto all'asse x

2° tratto: $y = -\log(1+x)$ (C.E. $x > -1$) grafico del logaritmo

$y = \log x$ spostato a sinistra di 1 e poi simmetrizzato rispetto all'asse x (o viceversa) – $y(0)=0$ $y(-1+\frac{1}{e}) = +1$ $y(1) = -\log 2$ $y(e-1) = -1$

3° tratto $y = -1+\sqrt{6-x}$ (C.E. $x \leq 6$) $y = -1+\sqrt{-(x-6)}$ grafico della radice $y=\sqrt{x}$ simmetrizzato rispetto all'asse y ($y=\sqrt{-x}$) poi spostato a destra di 6 e in basso di 1. (Oppure $y=\sqrt{x}$ a sinistra di 6 ($y=\sqrt{x+6}$) e poi simmetrizzato risp. all'asse y ($y=\sqrt{-x+6}$) e in basso di 1

$y(2)=1$ $y(3) = -1+\sqrt{3}$ $y(4) = -1+\sqrt{2}$ $y(5)=0$ $y(6)=-1$



ES.6) $x^2+4y^2+2x-16y-19=0$ $x^2+2x+4(y^2-4y)-19=0$

$(x+1)^2+4(y-2)^2 = 19+1+16 = 36$

$\frac{(x+1)^2}{36}+\frac{(y-2)^2}{9} = 1$ ellisse di $C(-1,2)$ e semiassi $a=6$, $b=3$

Disegno a pag. 7A

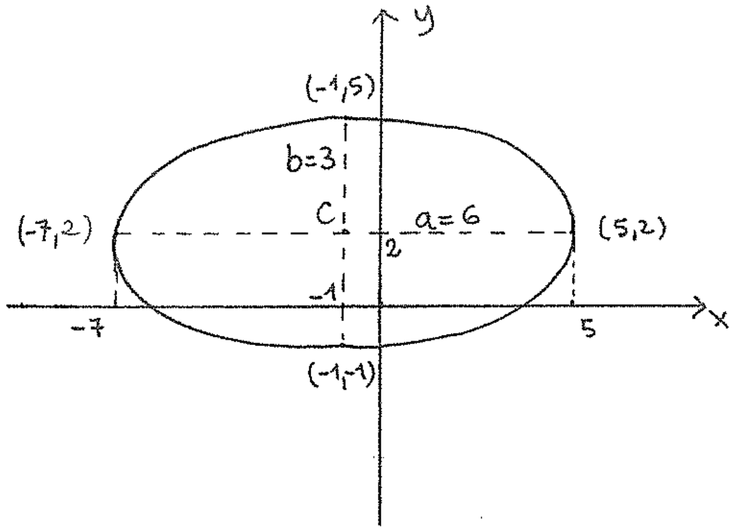
(*) $\text{Im} f = [-1, +\infty[$

$\boxed{f(x) = -\frac{1}{2}}$ dal grafico si vede che ci sono 2 sol.^{ni} (infatti $|\dots| = -\frac{1}{2}$ è impossibile)

1^a sol.^{ne} $-\log(1+x) = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow \log(1+x) = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \log(1+x) = \log\sqrt{e}$ $\overset{\log \text{ biunivoca}}{\Leftrightarrow} 1+x = \sqrt{e} \Leftrightarrow \boxed{x_1 = \sqrt{e}-1}$

2^a sol.^{ne} $-1+\sqrt{6-x} = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow \sqrt{6-x} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} 6-x \geq 0 \\ \frac{1}{2} \geq 0 \\ 6-x = \frac{1}{4} \end{cases}$ $\begin{cases} x \leq 6 \\ x = 6-\frac{1}{4} = \frac{23}{4} \end{cases}$

$\Leftrightarrow \boxed{x_2 = \frac{23}{4}}$


y
(-1,5)
b=3
C
a=6
(-7,2)
(5,2)
2
-1
-7
5
x
(-1,-1)

COGNOME ________________	NON SCRIVETE QUI
NOME ________________	B
MATRICOLA └┴┴┴┴┴┘	1 2 3 4 5 6
CORSO di LAUREA Mat Fis	

UNIVERSITÀ DI PARMA — C.L. in MATEMATICA e FISICA

ESAME DI ELEMENTI di MATEMATICA

A.A. 2017-2018 — PARMA, 27 OTTOBRE 2017

ElMat-27/10/17-1B

Riempite immediatamente questo foglio scrivendo **in stampatello** cognome, nome e numero di matricola, e fate una barra sul Corso. Scrivete cognome e nome (in stampatello) su ogni foglio a quadretti.

Il tempo massimo per svolgere la prova è di un'ora e quaranta. Non potete uscire se non dopo avere consegnato il compito, al termine della prova.

Svolgete prima i calcoli in brutta, poi svolgete ordinatamente gli esercizi su un altro foglio protocollo a quadretti, infine **copiate le sole risposte** su questo foglio.

È obbligatorio consegnare sia il testo, sia tutti i fogli ricevuti; al momento della consegna, inserite tutti i fogli a quadretti dentro quello con il testo. Potete usare solo il materiale ricevuto e il vostro materiale di scrittura (in particolare è vietato usare appunti, calcolatrici, foglietti ecc.). Non usate il colore rosso.

---

1) Considerate l'insieme $A = \{x \in \mathbb{R} : \left|x^3 - 11x - 2\right| \geq 5x^2 + 2 - x^3\}$. Allora:

$A = \ldots [-1, -\frac{1}{2}] \cup [0, \frac{11}{5}] \cup [4, +\infty[$

$A \setminus [\frac{15}{7}, 5[= \ldots [-1, -\frac{1}{2}] \cup [0, \frac{15}{7}[\cup [5, +\infty[$ Svolgim. a pag. 4B

2a) Tutti gli angoli sono in radianti, e sono in $[0, 2\pi]$. Allora:

$\left(\sqrt{2}\,\mathrm{sen}\,x - 1\right) \cdot \left(2\cos x + 1\right) = 0 \iff \mathrm{sen}\,x = \frac{\sqrt{2}}{2}$ o $\cos x = -\frac{1}{2} \iff x = \frac{\pi}{4}$, $x = \frac{3}{4}\pi$, $x = \frac{2}{3}\pi$, $x = \frac{4}{3}\pi$

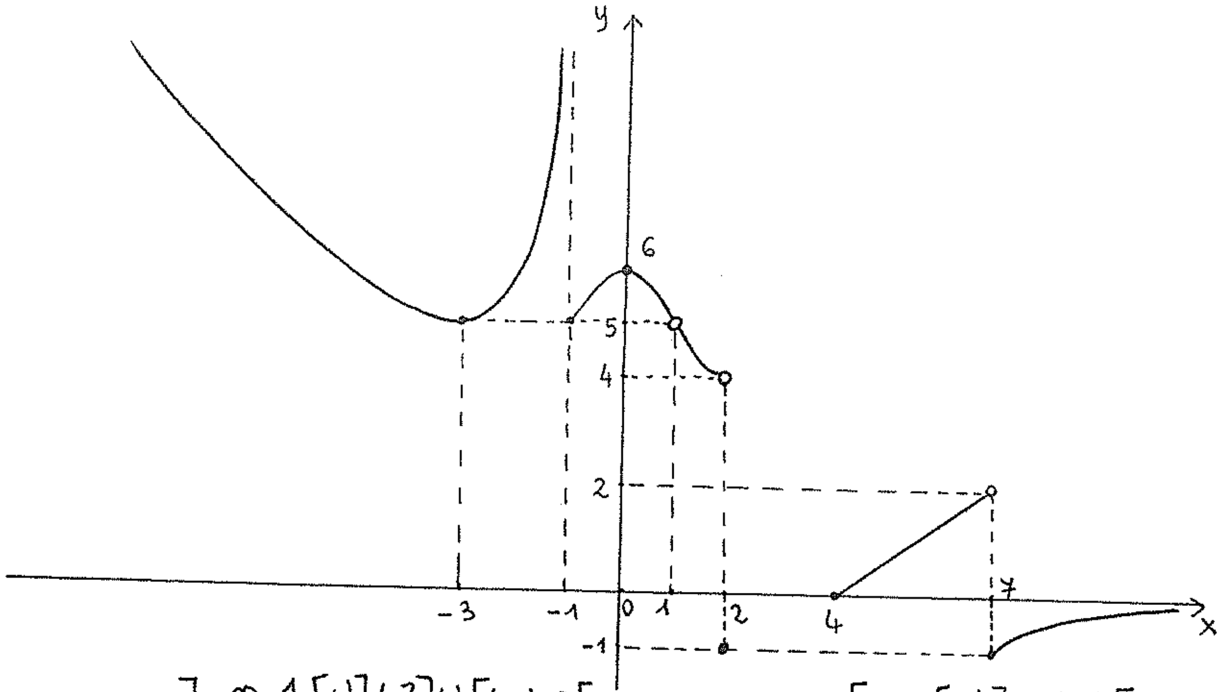
$\mathrm{sen}(-\frac{4}{3}\pi) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ $\quad \tan(\frac{5}{6}\pi) = -\frac{\sqrt{3}}{3}$ $\quad \cos(3\pi) = -1$

2b) Completate: $\log_e e^4 = 4$; $\quad e^{3x+2} = 2\,e^{x - \log 2} \iff e^{3x+2} = 2 \cdot e^x \cdot \frac{1}{e^{\log 2}} = 2 \cdot e^x \cdot \frac{1}{2}$

$\iff e^{3x+2} = e^x$

$\iff 3x+2 = x \iff x = -1$
e^x biunivoca

3) Considerate la funzione f che ha il seguente grafico:



dom f = $]-\infty, 1[\cup]1,2] \cup [4,+\infty[$ Imm f = $[-1,2[\cup]4,+\infty[$

max f = $\nexists$ (punti di max: —)

min f = -1 (punti di min: $x=2$ $x=7$)

punti di massimo locale: $x=0$ punti di minimo locale: $x=-3$ $x=-1$ $x=2$ $x=4$ $x=7$

$\frac{4}{3} \in]0,2[$

$f(1) = \nexists$ $f(2) = -1$ $f^{-1}(\frac{4}{3}) = 6$ $f^{-1}(5) = \{-3,-1\}$

retta $y = \frac{2}{3}x - \frac{8}{3}$ $\frac{4}{3} = \frac{2}{3}x - \frac{8}{3}$

$\frac{2}{3}x = 4$ $x=6$

Il numero delle soluzioni dell'equazione $f(x) = \frac{11}{2}$ è: 4

$\frac{11}{2} = 5{,}5$

Dite se è VERO o FALSO (motivando la risposta) che

a) f è strettamente crescente su $[4, 7]$ F $x=4 < x=7$ ma $f(4)=0 > f(7)=-1$

Def. $x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) < f(x_2)$

b) f è strettamente decrescente su $[0, 1[\cup]1, 2]$. V f è decrescente su $[0,1[$ e su $]1,2]$ $(x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) > f(x_2))$ e in più $\forall x_1 \in [0,1[$ e $\forall x_2 \in]1,2]$ $f(x_2) > f(x_1)$

4a) Se $f(x) = \dfrac{1}{(x-2)^2}\sqrt{\log(\frac{2}{3}-\frac{2}{3}x) - \log(x^2-2) + \log(x^2-2x+2)}$ allora:

dom f = $[-2, -\sqrt{2}[$

Svolgimento a pag. 4B-5B

4b) Considerate l'insieme $\mathbf{A} = [-3, -\sqrt{2}[$: dite (motivando la risposta) se è VERA o FALSA la seguente proposizione

$\forall x \qquad [x \in A \Rightarrow x^2 \geq 4]$

Negate la proposizione assegnata e stabilite se la negazione ottenuta è una proposizione

VERA o FALSA (motivando la risposta).

---

5) Disegnate con precisione sul foglio a quadretti il grafico della seguente funzione, specificando tutti i passaggi necessari per la costruzione di ogni tratto:

Svolgimento a pag 5B-6B

$$f(x) = \begin{cases} -1+\sqrt{-1-x} & \text{se } -5 \leq x \leq -1 \\ -\log(1+x) & \text{se } -1 < x \leq \mathrm{e}-1 \\ \left|-\dfrac{1}{9}x^2 + x\right| & \text{se } x \geq 2. \end{cases}$$

Specificate il dominio e l'immagine di f e risolvete l'equazione $f(x) = -\dfrac{1}{2}$.

---

6) L'insieme di equazione $4x^2 + y^2 - 8x + 4y - 28 = 0$ rappresenta:

un'ellisse avente centro $C(1,-2)$ e semiassi $a=3, b=6$

Disegnate con precisione l'insieme trovato. Disegno e calcoli a pag. 6B

$\boxed{\text{FILA B}}$

es. 1) $A: \quad |x^3-11x-2| \geq 5x^2+2-x^3 \iff$

$|a|\geq b \iff a\leq -b$ o $a \geq b$

$\cancel{x^3}-11x-\cancel{2} \leq -5x^2-\cancel{2}+\cancel{x^3}$ o $x^3-11x-2 \geq 5x^2+2-x^3$

$\iff 5x^2-11x \leq 0$ o $2x^3-5x^2-11x-4 \geq 0$

$x(5x-11)\leq 0$ $\qquad$ $x=-1$ è radice del polinomio: $P(-1)=-2-5+11-4=0$

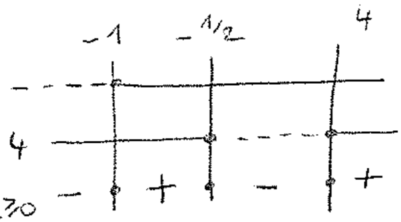
$\iff x\in[0,\frac{11}{5}]$ o $(x+1)(2x^2-7x-4)\geq 0$

$F_1 = x+1 \geq 0 \quad x\geq -1$

$F_2 = 2x^2-7x-4 \geq 0 \quad x\leq -\frac{1}{2}$ o $x\geq 4$

$x_1=-\frac{1}{2}$

$x_2 = 4$



$\iff x\in[0,\frac{11}{5}]$ o $x\in[-1,-\frac{1}{2}]\cup[4,+\infty[$

$A=[-1,-\frac{1}{2}]\cup[0,\frac{11}{5}]\cup[4,+\infty[$

$A\setminus[\frac{15}{7},5[= [-1,-\frac{1}{2}]\cup[0,\frac{15}{7}[\cup[5,+\infty[\qquad \frac{15}{7}<\frac{11}{5} \iff 75<77$ vero

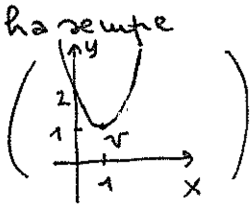
ES. 4) a) $\text{dom} f = \{x\in\mathbb{R}: (x-2)^2\neq 0, \frac{2}{3}-\frac{2}{3}x>0, x^2-2>0, \log(\frac{2}{3}-\frac{2}{3}x)-\log(x^2-2)\geq 0, x^2-2x+2>0\}$

$$\begin{cases} (x-2)^2\neq 0 & (I) \quad x\neq 2 \\ \frac{2}{3}-\frac{2}{3}x>0 & (II) \quad x<1 \\ x^2-2>0 & (III) \quad x<-\sqrt{2} \text{ o } x>\sqrt{2} \\ \log(\frac{2}{3}-\frac{2}{3}x)\geq\log(x^2-2) & (IV) \quad \frac{2}{3}-\frac{2}{3}x\geq x^2-2 \\ x^2-2x+2>0 & (V) \quad \forall x\in\mathbb{R} \end{cases}$$

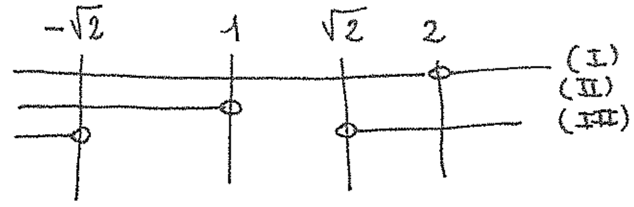
perchè il logaritmo in base $e>1$ è strettam crescente

$\Delta = 4-8=-4<0$

e in questo caso il trinomio ha sempre il segno del 1° coefficiente



$$\begin{cases} x<-\sqrt{2} \\ x^2+\frac{2}{3}x-\frac{8}{3}\leq 0 \\ \forall x\in\mathbb{R} \end{cases}$$



nessuna intersezione

$$\begin{cases} x<-\sqrt{2} \\ 3x^2+2x-8\leq 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} x<-\sqrt{2} \\ -2\leq x\leq \frac{4}{3} \end{cases} \qquad \boxed{\mathrm{dom}f=[-2,-\sqrt{2}[}$$

essendo $-2<-\sqrt{2}<\frac{4}{3}$

$(-\sqrt{2}\in\,]-2,-1[\,)$

$$x_{1,2}=\frac{-1\pm\sqrt{1+24}}{3}=\frac{-1\pm 5}{3} \begin{matrix}\nearrow x_1=-2 \\ \searrow x_2=\frac{4}{3}\end{matrix}$$

4b) si veda FILA A, pag. 5A

5) $\mathrm{dom}f=[-5,e-1]\cup[2,+\infty[$

<u>1° tratto</u> $y=-1+\sqrt{-1-x}$ (c.e. $x\leq -1$) $y=-1+\sqrt{-(x+1)}$ grafico della radice $y=\sqrt{x}$ simmetrizzato rispetto all'asse y ($y=\sqrt{-x}$) e poi spostato a sinistra di 1 e in basso di 1. In alternativa $y=\sqrt{x}$ a destra di 1 ($y=\sqrt{x-1}$) e poi simmetrizzato risp. all'asse y ($y=\sqrt{-x-1}$) e in basso di 1.

$y(-1)=-1$ $y(-2)=0$ $y(-5)=1$ $y(-3)=-1+\sqrt{2}$

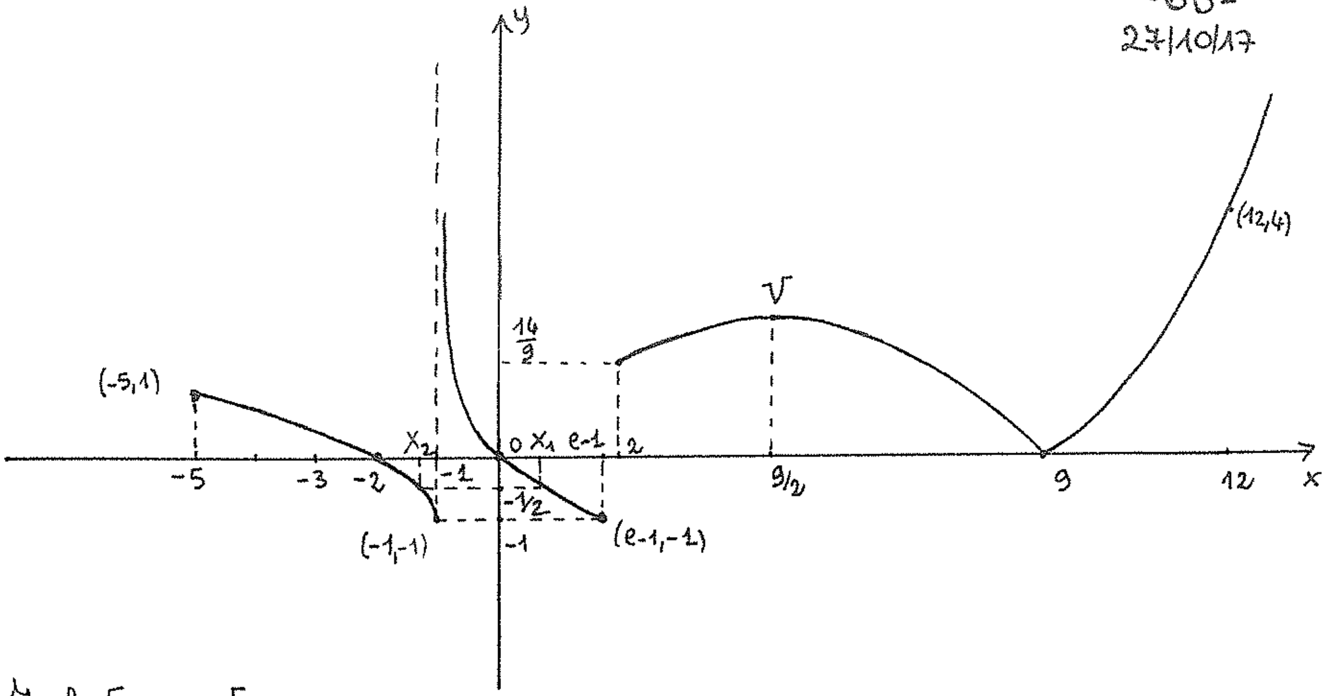
<u>2° tratto</u> $y=-\log(1+x)$ si veda fila A pag. 6A

<u>3° tratto</u> $y=\left|-\frac{1}{9}x^2+x\right|$ è il valore assoluto di $y=-\frac{1}{9}x^2+x$ che è una parabola di $V\left(\frac{9}{2},\frac{9}{4}\right)$ $\left(x_V=-\frac{b}{2a}=-\frac{1}{-2/9}=\frac{9}{2},\ y_V=-\frac{1}{9}\cdot\frac{81}{4}+\frac{9}{2}=-\frac{9}{4}+\frac{9}{2}=\right.$ $\left.=9/4\right)$, rivolta verso il basso e passante per $(0,0)$ e per $(9,0)$ per simmetria.

Se $x=2$ $y=\frac{14}{9}$, se $x=12$ $y=|-4|=4$. Poi

$$y=\left|-\frac{1}{9}x^2+x\right|=\begin{cases} -\frac{1}{9}x^2+x & 2\leq x\leq 9 \\ \underbrace{\frac{1}{9}x^2-x}_{\text{simmetrico risp. asse x}} & x>9 \end{cases}$$

cioè la parte di grafico con $y<0$ va ribaltata risp. asse x.



$\mathcal{I}m f = [-1, +\infty[$

$\boxed{f(x) = -\frac{1}{2}}$ dal grafico si vede che ci sono 2 sol.^{ni} (infatti $|\dots| = -\frac{1}{2}$ è impossibile)

1^a sol.^{ne} $-\log(1+x) = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow \log(1+x) = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \log(1+x) = \log\sqrt{e}$

$\Leftrightarrow$ log biunivoca $1+x = \sqrt{e} \Leftrightarrow \boxed{x_1 = \sqrt{e} - 1}$

2^a sol.^{ne} $-1 + \sqrt{-1-x} = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow \sqrt{-1-x} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} -1-x \geq 0 \\ \frac{1}{2} \geq 0 \\ -1-x = \frac{1}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{matrix} x \leq -1 \\ x = -1-\frac{1}{4} \end{matrix}$

$\Leftrightarrow \boxed{x_2 = -\frac{5}{4}}$

ES.6) $4x^2 + y^2 - 8x + 4y - 28 = 0 \qquad 4x^2 - 8x + y^2 + 4y = 28$

$4(x-1)^2 + (y+2)^2 = 28 + 4 + 4 = 36$

$\frac{(x-1)^2}{9} + \frac{(y+2)^2}{36} = 1$ ellisse di $C(1,-2)$ e semiassi $a = 3$ $b = 6$