9ª lezione, 13/10/17

es. $\sqrt{x} = \frac{5}{3} \iff \begin{cases} x \geq 0 & \text{affinché abbia senso} \\ 5/3 \geq 0 & \text{" \quad abbia una sol.}^{ne} \\ x = \left(\frac{5}{3}\right)^2 = \frac{25}{9} & \text{la sol.}^{ne} \end{cases} \iff \begin{cases} x \geq 0 \\ V \\ x = \frac{25}{9} \end{cases}$ Sol.^{ne} $\left\{x = \frac{25}{9}\right\}$

$\sqrt{x} = -3$ è IMPOSSIBILE perchè $f(x)=\sqrt{x}$ è una funzione a valori in $[0,+\infty[$.

La funzione $\sqrt{x} : [0,+\infty[\to [0,+\infty[$ è BIUNIVOCA, quindi

$$\boxed{a \geq 0, b \geq 0 \quad \sqrt{a} = \sqrt{b} \iff a = b} \quad (E5)$$

$$\boxed{\sqrt{a(x)} = \sqrt{b(x)}} \underset{(E5)}{\iff} \begin{cases} a(x) \geq 0 \\ b(x) \geq 0 \\ a(x) = b(x) \end{cases}$$

$a(x) \geq 0$, $b(x) \geq 0$] SONO ENTRAMBE CONDIZIONI di ESISTENZA! se non sono verificate l'eq.^{ne} non ha significato

es. $\sqrt{2x+3} = \sqrt{1-3x} \iff \begin{cases} 2x+3 \geq 0 \\ 1-3x \geq 0 \\ 2x+3 = 1-3x \end{cases} \iff \begin{cases} x \geq -\frac{3}{2} \\ x \leq \frac{1}{3} \\ 5x = -2 \end{cases} \iff \begin{cases} x \in \left[-\frac{3}{2}, \frac{1}{3}\right] \\ x = -\frac{2}{5} \end{cases}$ accettabile perchè $-\frac{2}{5} > -1 > -\frac{3}{2}$

Sol.^{ne} $x = -\frac{2}{5}$

$$\boxed{\sqrt{a(x)} = b(x)} \iff \begin{cases} a(x) \geq 0 \\ b(x) \geq 0 \\ a(x) = (b(x))^2 \end{cases}$$

$a(x) \geq 0$ → CONDIZIONE di ESISTENZA (se non è verificata l'eq.^{ne} non ha significato)

$b(x) \geq 0$ → affinché l'eq.^{ne} POSSA avere SOLUZIONI (se non è verificata l'eq.^{ne} è IMPOSSIBILE)

$a(x) = (b(x))^2$ eq.^{ne} (E4) valida solo se $a(x) \geq 0, b(x) \geq 0$

es. $\sqrt{2x+5} = x+1 \iff \begin{cases} 2x+5 \geq 0 & \text{cond. esistenza} \\ x+1 \geq 0 & \text{(altrimenti l'eq.}^{ne} \text{ è IMP)} \\ 2x+5 = (x+1)^2 & \text{le possibili sol.}^{ni} \end{cases}$

$\iff \begin{cases} x \geq -\frac{5}{2} \\ x \geq -1 \\ x^2 = 4 \end{cases} \iff \begin{cases} x \in [-1, +\infty[\\ x = \pm 2 \end{cases}$ $x = -2$ NON ACC.

Sol.^{ne} $\boxed{x = 2}$

OSS. se $x = 2 \to \sqrt{9} = 3 = 2+1$

se $x = -2 \to \sqrt{1} = 1 \neq -2+1 = -1$

DISEQUAZIONI con POTENZE e RADICI

13/10/17

Osserviamo innanzitutto che

se una funzione f è STRETTAMENTE CRESCENTE

allora $a < b \iff f(a) < f(b)$

$a \leq b \iff f(a) \leq f(b)$

Dim. Abbiamo che $a < b \iff f(a) < f(b)$ per la Def. di STRETTAM. CRESCENTE.

Inoltre se f è strettam crescente $\Rightarrow$ f è iniettiva e abbiamo già visto che le funzioni iniettive verificano $f(a)=f(b) \iff a=b$.

Mettendo insieme le due proprietà si ottiene il risultato.

Pertanto, essendo sia $f(x)=x^3$ che $f(x)=\sqrt[3]{x}$ STRETTAMENTE CRESCENTI su $\mathbb{R}$, abbiamo che

$\underline{\forall a,b \in \mathbb{R}}$

(D1) $a \leq b \iff a^3 \leq b^3$ $\quad (a<b \iff a^3<b^3)$

(D2) $a \leq b \iff \sqrt[3]{a} \leq \sqrt[3]{b}$ $\quad (a<b \iff \sqrt[3]{a}<\sqrt[3]{b})$

$\boxed{x^3 \leq a^3} \iff x \leq a$ per (D1)

$\boxed{x^3 \leq b}$ si deve scrivere b come a^3 e ricondurre l'eq.^{ne} a quella precedente (decomporre b in fattori)

es. $x^3 > -27 \underset{(-27)=(-3)^3}{\iff} x^3 > (-3)^3 \iff x > -3$ (D1)

$\boxed{\sqrt[3]{x} \leq \sqrt[3]{a}} \iff x \leq a$ per (D2)

$\boxed{\sqrt[3]{x} \leq b}$ si deve scrivere b come $\sqrt[3]{a}$ e ricondurre l'eq.^{ne} a quella precedente $(b=\sqrt[3]{b^3} \rightarrow a=b^3)$

es. $\sqrt[3]{x} \leq 4 \underset{4=\sqrt[3]{64}}{\iff} \sqrt[3]{x} \leq \sqrt[3]{64} \iff x \leq 64.$

Se non si riesce a scrivere $4=\sqrt[3]{64}$ si possono seguire altre due strade: 1ª) usare l'eq.^{ne} $\sqrt[3]{x}=4$: $\sqrt[3]{x}=4 \iff x=4^3=64$ da cui $\sqrt[3]{64}=4$ e poi fare come prima

2ª) $\sqrt[3]{x} \leq 4 \underset{\text{(D1) con } a=\sqrt[3]{x} \text{ e } b=4}{\iff} (\sqrt[3]{x})^3 \leq 4^3 \iff x \leq 64$

poiché $(\sqrt[3]{x})^3=x \quad \forall x \in \mathbb{R}$

13/10/17

$\boxed{(a(x))^3 \le (b(x))^3} \iff a(x) \le b(x)$ per (D1)

es. $(x-1)^3 \ge (2x)^3 \overset{(D1)}{\iff} x-1 \ge 2x \iff x \le -1$

$\boxed{\sqrt[3]{a(x)} \le \sqrt[3]{b(x)}} \iff a(x) \le b(x)$ per (D2)

es. $\sqrt[3]{x} > \sqrt[3]{2x-3} \underset{(D2)}{\iff} x > 2x-3 \iff x < 3$

Le funzioni $f(x) = x^2$ e $g(x) = \sqrt{x}$ sono STRETTAMENTE CRESCENTI su $[0,+\infty[$, allora

$$\left.\begin{array}{ll}(D3) & a^2 \le b^2 \iff a \le b \\ (D4) & \sqrt{a} \le \sqrt{b} \iff a \le b\end{array}\right) \begin{array}{l} a \ge 0,\ b \ge 0 \\ \text{cioè } \forall a,b \in [0,+\infty[\end{array}$$

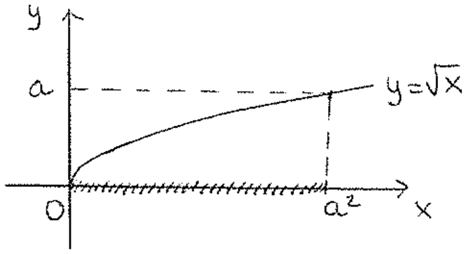
$\boxed{\sqrt{x} \le a}$ CONDIZIONE di ESISTENZA $\boxed{x \ge 0}$ (se $x<0$, la disequazione non ha significato)

$a<0$ la diseq.ne è IMPOSSIBILE ($\sqrt{x} \ge 0\ \forall x \in [0,+\infty[$)

$a=0$ la diseq.ne è $\sqrt{x} \le 0$ che ha come unica sol.ne $x=0$

$a>0$ la dis.ne è $\sqrt{x} \le a \iff 0 \le x \le a^2$

(D3) + COND. di ESIST.



oppure (essendo $\underset{\substack{\vee \\ 0}}{a} = \sqrt{a^2}$)

$\sqrt{x} \le a \iff \sqrt{x} \le \sqrt{a^2} \iff 0 \le x \le a^2$

(D4) + COND ESIST.

es. $\sqrt{x} \le 3 \iff \begin{cases} x \ge 0 & \text{cond. di ESISTENZA} \\ 3 \ge 0 & \text{affinché esistano delle sol.ni} \\ x \le 9 & \text{vincolo sulle sol.ni} \end{cases} \begin{cases} x \ge 0 \\ \vee \\ x \le 9 \end{cases}$ Sol.ni $x \in [0,9]$

$\boxed{\sqrt{x} \ge a}$ CONDIZIONE di ESISTENZA $\boxed{x \ge 0}$

$a<0$ la disequazione è sempre VERA perchè $\sqrt{x} \ge 0\ \forall x \in [0,+\infty[$

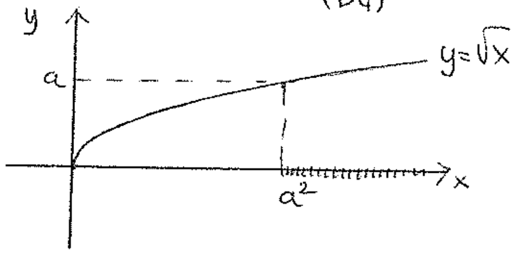
$\Rightarrow$ Sol.ni $x \in [0,+\infty[$

$a \ge 0$ la dis.ne è $\sqrt{x} \ge a \underset{(D3)}{\iff} x \ge a^2$

oppure essendo $a = \sqrt{a^2}$ $\sqrt{x} \ge a \iff \sqrt{x} \ge \sqrt{a^2} \underset{(D4)}{\iff} x \ge a^2$

es. $\sqrt{x} > -2$ vera $\forall x \in [0,+\infty[$

$\sqrt{x} > 2 \iff \begin{cases} x \ge 0 \\ 2>0 \text{ Vera} \\ x>4 \end{cases}$ Sol.ni $]4,+\infty[$



13/10/17

es. $\sqrt{x} < 0$ mai verificata

$\sqrt{x} > 0 \quad \forall x \in]0,+\infty[$

$$\boxed{\sqrt{a(x)} \le \sqrt{b(x)}} \iff \left\{ \begin{array}{ll} a(x) \ge 0 & \left.\right) \text{condizioni di} \\ b(x) \ge 0 & \left.\right) \text{ESISTENZA} \\ a(x) \le b(x) & \text{per (D4)} \end{array} \right.$$

$$\boxed{\sqrt{a(x)} \le b(x)} \iff \left\{ \begin{array}{ll} a(x) \ge 0 & \text{COND. di ESISTENZA} \\ b(x) \ge 0 & \text{affinchè POSSANO esserci delle sol.}^{ni} \\ a(x) \le (b(x))^2 & \text{per (D3) (applichiamo il } (\cdot)^2 \text{ a} \\ & \quad \text{entrambi i membri} \\ & \quad \text{e } (\sqrt{a(x)})^2 = a(x) \text{)} \end{array} \right.$$

oppure per (D4) con $b(x) = \sqrt{(b(x))^2}$ -

ES. $\sqrt{x+2} \le x+1 \iff \left\{ \begin{array}{l} x+2 \ge 0 \\ x+1 \ge 0 \\ x+2 \le (x+1)^2 \end{array} \right. \iff \left\{ \begin{array}{l} x \ge -2 \\ x \ge -1 \\ x^2+x-1 \ge 0 \end{array} \right.$

$\iff \left\{ \begin{array}{l} x \ge -1 \\ x \in \left]-\infty, \underbrace{\frac{-1-\sqrt{5}}{2}}_{<-1}\right] \cup \left[\underbrace{\frac{-1+\sqrt{5}}{2}}_{>0}, +\infty\right[\end{array} \right.$ SOL.^{ni} $x \in \left[\frac{-1+\sqrt{5}}{2}, +\infty\right[$

$$\boxed{\sqrt{a(x)} \ge b(x)} \iff \left\{ \begin{array}{ll} a(x) \ge 0 & \text{COND di ESIST} \\ b(x) < 0 & \text{per avere la} \\ & \text{dis.}^{ne} \text{ sempre VERA} \\ & \text{dove è definita} \end{array} \right. \quad \underline{o} \quad \left\{ \begin{array}{ll} a(x) \ge 0 & \text{COND. di ESIST.} \\ b(x) \ge 0 & \\ a(x) \ge (b(x))^2 & \\ \text{(per(D3) o (D4))} & \end{array} \right.$$

ES. $\sqrt{x^2+4} > x+1 \iff \left\{ \begin{array}{ll} x^2+4 \ge 0 & \text{COND di ESIST.} \\ x+1 < 0 & 2^\circ m < 0 \rightarrow \text{Dis.}^{ne} \text{ vera} \end{array} \right. \quad \underline{o} \quad \left\{ \begin{array}{l} x^2+4 \ge 0 \\ x+1 \ge 0 \\ x^2+4 > (x+1)^2 \end{array} \right.$

$\iff \left\{ \begin{array}{l} \forall x \\ x < -1 \end{array} \right. \quad \underline{o} \quad \left\{ \begin{array}{l} \forall x \\ x \ge -1 \\ 2x < 3 \end{array} \right. \iff x \in]-\infty, -1[\quad \underline{o} \quad \left\{ \begin{array}{l} x \ge -1 \\ x < \frac{3}{2} \end{array} \right.$

$\iff x \in]-\infty, -1[\ \underline{o} \ x \in \left[-1, \frac{3}{2}\right[$ SOL.^{ni} $\boxed{x \in \left]-\infty, \frac{3}{2}\right[}$

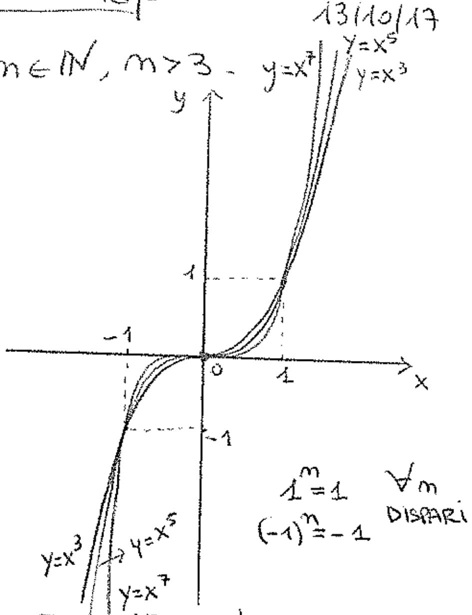
$\boxed{a^2 \le b^2} \iff b^2 - a^2 \ge 0 \iff (b-a)(b+a) \ge 0$ e studiare

la DISEQ.^{ne} PRODOTTO

(oppure $a^2 \le b^2 \iff |a| \le |b|$ si veda più avanti il
VALORE ASSOLUTO)

13/10/17

Consideriamo ora la funzione $\boxed{\text{POTENZA } n\text{-esima}}$ di x: $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definita da $f(x) = x^n$ con $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 3$.



$1^n = 1$ $\forall n$ DISPARI
$(-1)^n = -1$

Tutte le POTENZE di indice DISPARI hanno lo stesso andamento della funzione $f(x) = x^3$, tenendo conto che al crescere di n x^n diminuisce per $0 < x < 1$ e aumenta per $x > 1$. Ad es. la funzione x^5 è tale che $0 < x^5 < x^3 < 1$ per $x \in]0,1[$ e $x^5 > x^3 > 1$ per $x > 1$. Per $x < 0$ si procede per simmetria.

Quindi ogni $f(x) = x^n$ (n dispari) è BIUNIVOCA: $\mathbb{R} \to \mathbb{R}$ ed ammette FUNZIONE INVERSA che si chiama RADICE n-esima:

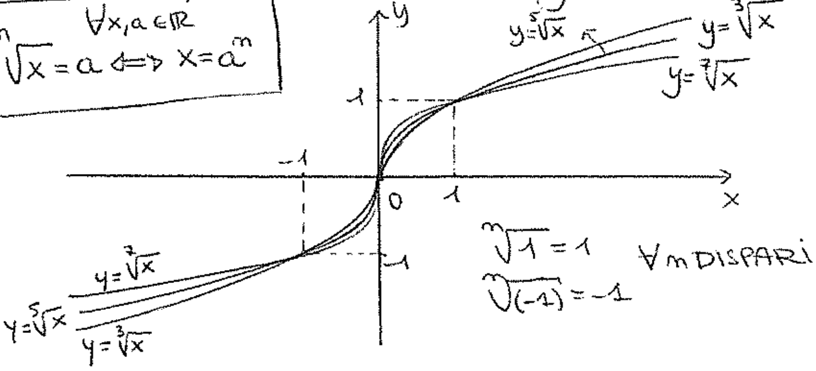
[$\sqrt[n]{x} : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ è la funzione che ad ogni numero reale x associa l'unico numero reale la cui potenza n-esima è x. $\boxed{n \text{ DISPARI}}$

Pertanto avremo $(\sqrt[n]{x})^n = x$ e $\sqrt[n]{x^n} = x$ $\forall x \in \mathbb{R}$, $\forall n \geq 3$, $\boxed{n \text{ DISPARI}}$.

La funzione $\sqrt[n]{x}$ è BIUNIVOCA e CRESCENTE, il suo grafico $y = \sqrt[n]{x}$ è l'insieme SIMMETRICO rispetto alla bisettrice $y = x$ del grafico $y = x^n$.

$$\boxed{\begin{array}{c} \forall x, a \in \mathbb{R} \\ \sqrt[n]{x} = a \Leftrightarrow x = a^n \end{array}}$$

es. $\sqrt[5]{32} = 2$ perchè $32 = 2^5$
$\sqrt[5]{(-243)} = -3$ perchè $(-3)^5 = -243$



$\sqrt[n]{1} = 1$ $\forall n$ DISPARI
$\sqrt[n]{(-1)} = -1$

Invece nel caso in cui n sia PARI la funzione $f(x) = x^n$ ha lo stesso andamento della funzione $f(x) = x^2$, con $\text{Im} f = [0, +\infty[$, $f^{-1}(0) = \{0\}$, $\forall y > 0$ $\exists$ 2 numeri reali $x_1 < 0 < x_2$: $x_1^n = x_2^n = y$ (2 controimmagini per ogni $y > 0$).

Se n è pari la funzione $x^n : [0, +\infty[\to [0, +\infty[$ risulta strettamente crescente e biunivoca. Pertanto ammette

13/10/17

funzione inversa, detta sempre RADICE n-esima :

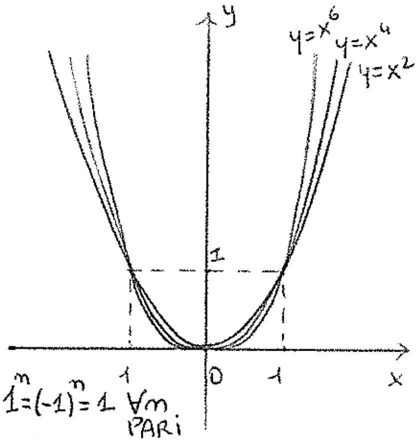
$\sqrt[n]{x} : [0,+\infty[\to [0,+\infty[$ è la funzione che ad ogni numero reale $x \geq 0$ associa l'unico numero reale ≥ 0 la cui potenza n-esima è x.

$\boxed{n \text{ PARI}}$

Avremo $(\sqrt[n]{x})^n = x$ e $\sqrt[n]{x^n} = x \iff x \geq 0$

$\forall n \geq 2$, $\boxed{n \text{ PARI}}$.

Se n è PARI la funzione $\sqrt[n]{x} : [0,+\infty[\to [0,+\infty[$ è BIUNIVOCA e STRETTAMENTE CRESCENTE e il suo grafico è l'INSIEME SIMMETRICO rispetto alla bisettrice $y=x$ del grafico di $f(x)=x^n$ solo su $[0,+\infty[$.



$1^n = (-1)^n = 1$ $\forall n$ PARI

Al crescere di n x^n è più piccolo per $-1<x<1$ e più grande per $x<-1 \cup x>1$

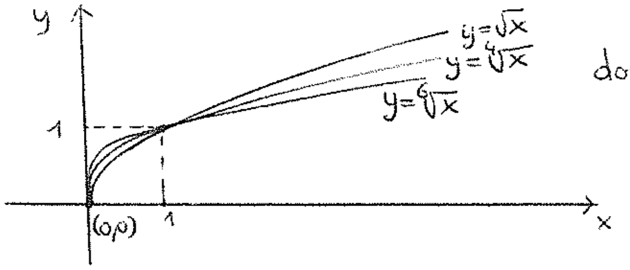
$$\boxed{\begin{array}{c} a \geq 0 \; x \geq 0 \\ \sqrt[n]{x} = a \iff x = a^n \\ \hline \sqrt[n]{x^n} = |x| \; \forall x \in \mathbb{R} \end{array}}$$

es. $\sqrt[4]{16} = 2$ perchè $2^4 = 16$

$\sqrt[4]{4} = \sqrt{2}$ perchè $(\sqrt{2})^4 = 4$

oppure $\sqrt[4]{4} = 4^{\frac{1}{4}} = (2^2)^{1/4} = 2^{\frac{1}{2}} = \sqrt{2}$

$\sqrt[n]{1} = 1$ $\forall n$ PARI



$\text{dom}\sqrt[n]{x} = [0,+\infty[$ n PARI

Per le EQ.ni e DIS.ni valgono esattamente le stesse proprietà, ad esempio :

$\sqrt[5]{x} = a \iff x = a^5$ es. $\sqrt[5]{x} = 3 \iff x = 3^5 = 243$

$(a(x))^4 = (b(x))^4 \iff a(x) = b(x)$ o $a(x) = -b(x)$

$$\sqrt[4]{x} = a \iff \begin{cases} x \geq 0 \\ a \geq 0 \\ x = a^4 \end{cases}$$

$\sqrt[5]{a(x)} \leq \sqrt[5]{b(x)} \iff a(x) \leq b(x)$

$$\sqrt[4]{a(x)} \leq b(x) \iff \begin{cases} a(x) \geq 0 \\ b(x) \geq 0 \\ a(x) \leq (b(x))^4 \end{cases}$$

$$\sqrt[4]{a(x)} \geq b(x) \iff \begin{cases} a(x) \geq 0 \\ b(x) < 0 \end{cases} \underline{o} \begin{cases} a(x) \geq 0 \\ b(x) \geq 0 \\ a(x) \geq (b(x))^4 \end{cases}.$$

13/10/17

Funzione $\boxed{\text{VALORE ASSOLUTO}}$

La funzione $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definita da

$$f(x)=\begin{cases} x & x \geq 0 \\ -x & x<0 \end{cases}$$

si chiama funzione VALORE ASSOLUTO e si indica con $\boxed{f(x)=|x|}$.

E' possibile, e molto utile nelle dimostrazioni, definire

$|x| = \max\{x,-x\}$.

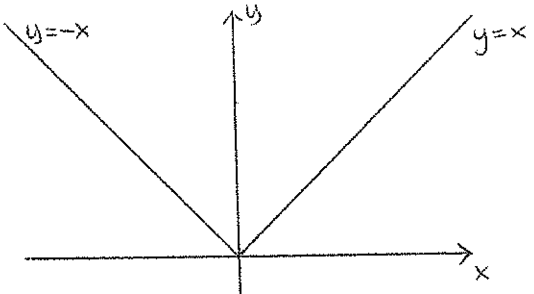


GRAFICO
$y=|x|$

$|0|=0$ $|3|=3$ $|-2|=2$

$\text{Im}\,|x| = [0,+\infty[$,
la funzione non è
INIETTIVA e
$\forall y>0$ $\exists$ due numeri reali $x_1=-y$ e $x_2=y$ tali che $|x_1|=|x_2|=y$ (cioè due controimmagini di y.

La funzione $|x|$ è definita su tutto $\mathbb{R}$ ($\text{dom}\,|x|=\mathbb{R}$) e $\boxed{|x|\geq 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}}$.

OSS. Il $|-a|$ NON è in generale a, questo vale solo se $a\geq 0$: $|-a|=\begin{cases} a & a\geq 0 \\ -a & a<0 \end{cases}$

$|a|=|-a| \quad \forall a\in\mathbb{R}$

$\boxed{\text{EQ.}^{\text{NI}}}$

$\boxed{|x|=a}$

$a>0$ 2 SOL.$^{\text{ni}}$ $x=\pm a$

$a=0$ 1 SOL.$^{\text{ne}}$ $x=0$

$a<0$ nessuna sol.$^{\text{ne}}$ (l'eq.$^{\text{ne}}$ è IMPOSSIBILE)

es. $|x|=3$ SOL.$^{\text{ni}}$ $x=\pm 3$

$|x|=-1$ nessuna sol.$^{\text{ne}}$

$\boxed{|a(x)|=|b(x)|} \iff a(x)=b(x)$ o $a(x)=-b(x)$

es. $|5x-7|=|6-3x| \iff 5x-7=6-3x$ o $5x-7=3x-6$

$\iff 8x=13$ o $2x=1$ SOL.$^{\text{ni}}$ $x=\frac{13}{8}$, $x=\frac{1}{2}$

se $x=\frac{13}{8}$ viene $\left|\frac{9}{8}\right|=\left|\frac{9}{8}\right|$, mentre se $x=\frac{1}{2}$ viene $\left|-\frac{9}{2}\right|=\left|\frac{9}{2}\right|$

13/10/17

$$\boxed{|a(x)| = b(x)} \iff \begin{cases} b(x) \geq 0 \text{ affinché possano esserci delle sol.}^{ni} \\ a(x) = b(x) \ \underline{o} \ a(x) = -b(x) \end{cases}$$

es. $$|4x+1| = 1-3x \iff \begin{cases} 1-3x \geq 0 \\ 4x+1 = 1-3x \ \underline{o} \ 4x+1 = 3x-1 \end{cases}$$

$$\iff \begin{cases} x \leq \frac{1}{3} \\ 7x = 0 \ \underline{o} \ x = -2 \\ x = 0 \end{cases} \qquad \text{Sol.}^{ni} \ \underset{|-7| = 7}{\underset{\downarrow}{x=-2}}, \ \underset{|1| = 1}{\underset{\downarrow}{x=0}}$$

DISEQUAZIONI

Ragioniamo ad esempio su $\boxed{|x| \leq 2}$ - Quali sono i numeri il cui valore assoluto è minore o uguale a 2? se $x \geq 0$ vanno bene i numeri $0 \leq x \leq 2$ ($\text{se } x > 2 \Rightarrow |x| = x > 2$), mentre se $x < 0$ vanno bene i numeri $-2 \leq x < 0$ ($\text{se } x < -2 \Rightarrow |x| = -x > 2$) - Quindi le sol.^{ni} sono $\boxed{-2 \leq x \leq 2}$ -

Si DIMOSTRA che vale sempre

$$\boxed{|a(x)| \leq b(x) \iff -b(x) \leq a(x) \leq b(x)}$$

dove entrambe le condizioni devono essere verificate contemporaneamente e quindi $-b(x) \leq a(x) \leq b(x) \iff$ SISTEMA $\begin{cases} a(x) \leq b(x) \\ a(x) \geq -b(x) \end{cases}$.

<u>ESEMPI</u> $|x| \leq 2 \iff -2 \leq x \leq 2$

$|x| \leq -1 \iff 1 \leq x \leq -1$ ma NON ESISTE nessun numero che sia contemporaneamente ≥ 1 e ≤ -1 NESSUNA SOL.^{ne}

essendo $|x| \geq 0 \ \forall x \in \mathbb{R}$ la disequazione è IMPOSSIBILE nessuna soluzione

$\boxed{|x| \leq a}$ $a < 0$ è IMPOSSIBILE

$|3x-7|\le x \iff -x\le 3x-7\le x \iff \begin{cases}3x-7\le x\\ 3x-7\ge -x\end{cases} \iff \begin{cases}2x\le 7\\ 4x\ge 7\end{cases}$

$\iff \begin{cases}x\le \frac{7}{2}\\ x\ge \frac{7}{4}\end{cases}$ SOL.^{ni} $x\in\left[\frac{7}{4},\frac{7}{2}\right]$

$|x|\ge 0$ $\forall x\in\mathbb{R}$

$|x|>0$ $\forall x\in\mathbb{R}\setminus\{0\}$

$|x|<0$ nessuna sol.^{ne}

$|x|\le 0$ 1 sol.^{ne} $x=0$

Analogamente $|a(x)|<b(x) \iff -b(x)<a(x)<b(x)$

Ragioniamo ora su $\boxed{|x|\ge 3}$. Quali sono i numeri il cui valore assoluto è maggiore o uguale a 3? Se $x\ge 0$ vanno bene i numeri $x\ge 3$ (se $0\le x<3 \Rightarrow |x|=x<3$), mentre se $x<0$ vanno bene i numeri $x\le -3$ (se $-3<x<0 \Rightarrow |x|=-x>3$).

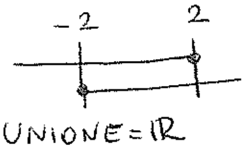
Quindi le sol.^{ni} sono $\boxed{x\le -3 \text{ o } x\ge 3}$.

Si dimostra anche in questo caso che vale sempre

$$\boxed{|a(x)|\ge b(x) \iff a(x)\le -b(x) \text{ o } a(x)\ge b(x)}$$

ESEMPI $|x|\ge 4 \iff x\le -4$ o $x\ge 4$ SOL.^{ni} $x\in\,]-\infty,-4]\cup[4,+\infty[$

$|x|\ge -2 \iff x\le 2$ o $x\ge -2$



SOL.^{ni} $\forall x\in\mathbb{R}$

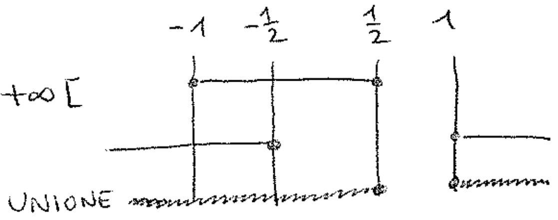
essendo $|x|\ge 0$ $\forall x\in\mathbb{R}$
la disequazione $|x|\ge -2$ è SEMPRE VERA

In generale $|x|\ge a$ con $a<0$ è VERA $\forall x\in\mathbb{R}$.

$|2x^2-1|\ge x \iff 2x^2-1\le -x$ o $2x^2-1\ge x \iff 2x^2+x-1\le 0$ o $2x^2-x-1\ge 0$

$\iff x_{1,2}=\dfrac{-1\pm\sqrt{9}}{4} \begin{matrix}\nearrow -1\\ \searrow \frac{1}{2}\end{matrix}$ o $x_{1,2}=\dfrac{1\pm\sqrt{9}}{4} \begin{matrix}\nearrow 1\\ \searrow -\frac{1}{2}\end{matrix}$

$x\in\left[-1,\frac{1}{2}\right]$ $x\in\left]-\infty,-\frac{1}{2}\right]\cup[1,+\infty[$



$\iff x\in\left]-\infty,\frac{1}{2}\right]\cup[1,+\infty[$