

CORSO : ELEMENTI di MATEMATICA

a.a. 2017-18

ESERCIZI

⊙ INSIEMI NUMERICI, EQUAZIONI e DISEQUAZIONI

1) Accertatevi di saper svolgere in colonna e a mente (nei casi non troppo complicati) le somme, le sottrazioni, le moltiplicazioni e le divisioni tra numeri naturali (\mathbb{N}).

Eseguite le seguenti divisioni tra numeri naturali, eventualmente con il resto, esprimendo con un'uguaglianza il significato dell'operazione compiuta

i) $770 : 22$ ii) $409 : 16$ iii) $6888 : 56$

iv) $71876 : 35$

2) Scomponete i seguenti numeri in fattori primi:

i) $n=45$ ii) $n=75$ iii) $n=676$ iv) $n=935$

v) $n=224$

3) Determinate il MCD (massimo comun divisore) e il mcm (minimo comune multiplo) delle seguenti coppie di numeri naturali:

i) 12 e 15 ii) 36 e 48 iii) 45 e 75 iv) 120 e 110

v) 35 e 36 vi) 92 e 46 vii) 144 e 160

4) Dite se sono vere o false le seguenti affermazioni senza eseguire alcuna operazione:

- i) il numero $2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 7$ è divisibile per 10
- ii) il numero 115 è divisibile per 6
- iii) il numero $5 \cdot 11 \cdot 17 \cdot 29$ è divisibile per 13
- iv) il mcm di 4 e 25 è 100

5) Eseguite le seguenti operazioni tra numeri interi (\mathbb{Z})

- i) $(-1)(25)(-3) + 122 \times (-48)$
- ii) $\{ [(-124) \times 12] : (-8) \} - 5$
- iii) $[1024 - (-53)] : 25$
- iv) $722 : \{ - [12 + 5(-3)] \}$

6) Ordinate i seguenti numeri e segnatele sulla retta reale
 $-2, 23, 0, -8, 10, -3, 5, 7, 1$

7) Dite se le seguenti frazioni rappresentano oppure no lo stesso numero razionale e di quali numeri razionali si tratta.

- i) $\frac{15}{20}$ e $\frac{-9}{-12}$
- ii) $\frac{24}{-15}$ e $\frac{-40}{25}$
- iii) $\frac{0}{2}$ e $\frac{10}{12}$
- iv) $\frac{-6}{18}$ e $\frac{-8}{32}$

8) Ripassiamo le frazioni:

$$a) -\frac{21}{15} + 4 = \dots \quad b) -\frac{7}{5} + \frac{1}{4} = \dots \quad c) -\frac{3}{2} - 1 = \dots \quad d) -\frac{8}{9} + \frac{2}{3} = \dots$$

$$e) \frac{8}{12} \cdot \frac{3}{2} = \dots \quad f) \frac{6}{9} \cdot \frac{(-3)}{(-2)} = \dots \quad g) \left[\left(-\frac{1}{2}\right) + \frac{3}{4} \right] : \frac{5}{8} = \dots$$

$$h) \frac{\frac{6}{7} - 1}{\frac{7}{2}} = \dots \quad i) \left[\left(\frac{10}{9} \cdot \frac{3}{(-5)} \right) : 4 \right] + \frac{5}{12} - \frac{3}{18} = \dots$$

$$j) \frac{\frac{2}{\frac{1}{3}}}{\frac{2}{9}} = \dots \quad k) \left[\frac{2}{5} : \frac{1}{6} \right] : 6 = \dots$$

OSSERVAZIONE Ricordate che

- conviene prima semplificare le singole frazioni e poi procedere con le successive operazioni
- se si sommano o sottraggono più frazioni il denominatore è il m.c.m. dei denominatori

$$l) \frac{\frac{7}{2} - \frac{3}{4}}{\frac{6}{5} - \frac{12}{10}} = \dots \quad m) \frac{\frac{5}{3} - \frac{8}{9} + \frac{1}{15}}{\frac{1}{12} - \frac{3}{4}} = \dots \quad n) \frac{\frac{5}{3} - \frac{15}{9}}{\frac{5}{6} - \frac{8}{3}} = \dots$$

$$o) \frac{\left(\frac{24}{40} - \frac{40}{100} \right) - \left[-\frac{1}{15} - \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{5} \right) \right]}{\frac{17}{32} + \frac{7}{16} \cdot \left(\frac{13}{4} + \frac{50}{40} \right)} = \dots$$

$$p) \frac{\frac{3}{5} - 1}{\frac{4}{5}} \cdot \frac{\frac{88}{22} - \frac{13}{39} + \frac{35}{42}}{\frac{3}{4} - 2 \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4} \right)} = \dots$$

9) Ordinate i seguenti numeri e segnateci sulla retta reale

i) $\frac{1}{3}$ $\frac{2}{5}$ $\frac{6}{5}$ 1 $\frac{4}{5}$ 0 $-\frac{3}{5}$ -3 $-\frac{2}{3}$ $\frac{4}{16}$ -2

ii) -7 $\frac{7}{2}$ $\frac{5}{3}$ $\frac{1}{10}$ $-\frac{4}{3}$ 0 2 -2 $-\frac{6}{5}$ $-\frac{3}{2}$ -4 - El. Mat.

10) Esercizi 2.2, 2.7 del libro

11) Dite (senza calcolatrici) quali disequazioni sono vere, giustificando la risposta

$$-\frac{4}{5} < -\frac{5}{4} \quad \frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{5}}{1 - \frac{3}{10}} \geq 1 \quad 2 \leq \frac{15}{8} \quad -\frac{1}{6} < -\frac{4}{24}$$

12) Un incendio distrugge 450 piante, pari ai $\frac{45}{100}$ degli alberi di una foresta. Da quante piante era inizialmente composta la foresta?

13) Alla prima di uno spettacolo teatrale sono occupati i $\frac{9}{10}$ dei 1360 posti disponibili. La platea, composta da 680 poltrone, è tutta occupata. Il costo del biglietto per la platea ammonta a 45 € e quello della galleria a 38,45 €. Qual è l'incasso totale?

14) Tre corsi di Laurea sono frequentati complessivamente da 780 studenti. Il corso A ha $\frac{1}{4}$ degli studenti, il corso B ha i $\frac{27}{52}$, il corso C gli studenti rimanenti. Qual è il corso con più studenti? Quanti studenti in ogni corso?

15) Acquistando una bicicletta del costo di € 351,50 con il 15% di sconto, quanto spendiamo?

16) Eseguite le seguenti operazioni tra numeri decimali

- i) $0,7 - 0,1$ ii) $7,83 - 0,01$ iii) $5,09 - 0,001$ iv) $6,021 + 0,1$
 v) $7,5 + 0,9$ vi) $23,4 - 0,9$ vii) $3,547 - 0,78$ viii) $3,07 + 1,8$
 ix) $0,540 - 0,142$ x) $6,4 - 0,5$ xi) $45,18 - 23,23$

17) Trasformate le seguenti frazioni in numeri decimali

- i) $\frac{1}{2}$ ii) $\frac{2}{10}$ iii) $\frac{3}{8}$ iv) $\frac{1}{3}$ v) $\frac{5}{8}$ vi) $\frac{5}{9}$
 vii) $\frac{5}{11}$ viii) $\frac{7}{13}$

18) Trasformate i seguenti numeri decimali in frazioni

- i) $0,6$ ii) $0,875$ iii) $0,\bar{7}$ iv) $0,\overline{27}$ v) $2,\overline{36}$

19) Ordinate i seguenti numeri e segnateci sulla retta reale

- i) $\frac{9}{8}$ $5,\bar{2}$ $-0,1$ -2 1 $\frac{15}{4}$ $1,25$ $-2,\bar{3}$

- $\frac{4}{10}$ $0,\overline{81}$ $-\frac{1}{3}$ 4 $-\frac{9}{4}$

- ii) $\frac{3}{2}$ $-\frac{26}{9}$ 2π $-2,8$ $6,\bar{3}$ $1,4$ -3 $5,375$ $6,\bar{2}$

- -2 $-\frac{3}{2}$ $\frac{13}{7}$ $-\frac{16}{5}$ $\frac{21}{11}$ $-\frac{34}{21}$

20) Acquistiamo un camioncino del costo di € 48000 con le seguenti modalità di pagamento:
35% di acconto + 6 rate da 4.800€, su ciascuna delle quali viene aggiunto un interesse dell'11%.
Quanto paghiamo in più rispetto al costo iniziale?

21) Nel negozio A sui prodotti viene applicato uno sconto del 20%, mentre nel negozio B del 15%.

Dite in quale dei due negozi è più conveniente acquistare i vari prodotti:

Bagno schiuma

A	B
€ 2.50	€ 2.40
€ 3.60	€ 3.50
€ 3.20	€ 3.02
€ 1.20	€ 1.25

Deodorante

Shampoo

Sapone

In quali casi non serve fare il conto?

22) Eseguite le seguenti operazioni con numeri decimali

i) $133,28 + 45,967$ ii) $76.003,4 - 9987,341$

iii) $45,28 \times 0,9$ iv) $0,687 \times 7$ v) $2361,7 \times 10$

vi) $273,28 \times 100$ vii) $789,5 : 10$ viii) $367,8 : 1000$

ix) $456,4 : 7$ x) $46,731 : 1,74$ xi) $336,47 : 0,07$

23) Ripassiamo le potenze:

$$a) \frac{5^4}{5^2} = \dots \quad 5^2 \cdot 5^3 = \dots \quad (5^2)^3 = \dots \quad 5^{-3} = \dots$$

utilizzate le proprietà delle potenze: $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$ $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$

$$(a^m)^n = a^{m \cdot n} \quad a^{-m} = \frac{1}{a^m} \quad \left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m} \quad (a \cdot b)^m = a^m \cdot b^m$$

$$b) 5^2 \left[\left(\frac{1}{5}\right)^{-3} \cdot \left(\frac{1}{5^4}\right) - 2 \cdot (5^{-2}) \right] = \dots$$

$$c) \frac{3^3}{3} - 5 \cdot (2)^{-2} + 6 \cdot (-1)^3 + 5 \cdot (-2)^{-4} = \dots$$

$$d) -(25)^3 \cdot \left(-\frac{3}{5}\right)^4 \cdot \left(\frac{-4}{9}\right)^3 \cdot \left(\frac{-3}{-4}\right)^2 = \dots$$

$$e) \frac{3}{5} - 5 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^3 \cdot \left(\frac{3}{10}\right)^2 - \frac{14}{30} = \dots$$

$$f) -4^2 - (-4)^2 - (-2)^3 - (-2)^4 - 1^4 = \dots$$

$$g) -\frac{2^6}{8 \cdot 3^2} \cdot \left(-\frac{3}{2}\right)^2 + \left(-\frac{2}{3}\right)^3 \cdot 3^2 = \dots$$

$$h) \left[\frac{5^2}{3^2} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3 \cdot 4^2 \right]^3 \cdot \left(\frac{5}{3}\right)^{-3} \cdot \frac{9}{25} = \dots$$

$$i) -\frac{2^5}{4 \cdot 3^2} \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^2 + \left(\frac{-2}{-3}\right)^3 - \left(-\frac{2}{3}\right)^4 - \left(\frac{2^3}{(-2)^3} - 1^4\right) = \dots$$

$$j) \left[\left(\frac{3}{4}\right)^{-3} : \left(\frac{2}{3}\right)^5 \right]^2 \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^{-2} = \dots$$

$$k) \left[(-2)^5 : \frac{1}{4} \right] - \left[5^2 + 10^2 \right] \quad l) 3^{-2} + \left(-\frac{1}{3}\right)^3 + (-1)^4$$

$$m) \left\{ \left[-4^6 : (-2)^{10} \right] - \left[\left(-\frac{1}{3}\right)^3 : \left(-\frac{1}{3}\right)^4 \right] + \left[\frac{1}{2^6} : \left(-\frac{1}{4}\right)^4 \right] \right\} : \left[-\frac{3}{2^4} + \left(-\frac{3}{4}\right)^2 \right]$$

$$n) \left\{ \left[-\left(\frac{1}{9}\right)^{-4} : \left(-\frac{1}{3}\right)^{-7} \right] + \left[\left(-\frac{1}{4}\right)^2 : \left(-\frac{1}{2}\right)^5 \right] + \left[\left(\frac{1}{5}\right)^{-3} : (-5)^4 \right] \right\} : \left[\left(-\frac{4}{3}\right)^{-2} - \frac{3}{2^4} \right]$$

24) Calcolate i seguenti numeri scrivendo il risultato sia come frazione che come numero decimale se non si tratta di un n° INTER

i) 6×10^3 ii) 9×10^0 iii) 2×10^4 iv) 5×10^5 v) 14×10^4

vi) 5×10^{-2} vii) 12×10^{-1} viii) 40×10^{-4}

25) Scrivete i seguenti numeri utilizzando potenze di 10

i) 900 ii) 452'000 iii) 170'000 iv) $\frac{1}{5}$ v) $\frac{1}{4}$ vi) 0.7

vii) 3'600'000 viii) 0.01 ix) 0.003 x) $\frac{3}{100}$ xi) $\frac{6}{25}$

26) Determinate tutti i divisori di $m=40$

27) Dite quali tra i seguenti numeri naturali sono il quadrato di un altro numero naturale

i) 144 ii) 179 iii) 225 iv) 625 v) 121

vi) 164

28) Risolviamo le equazioni di 1° grado:

a) $5 - 2x = -x + \frac{1}{3}$ b) $3x - 4 = \frac{x}{4} + 1$ c) $\frac{2x}{5} = 1$

d) $5x - 6 = x + 2(2x - 3)$ e) $2 - 4x = -2(5 + 2x)$

f) $1 - \frac{x}{6} = \frac{3}{2}x + 2$ g) $\frac{\frac{x}{3}}{\frac{4}{5}} = x + 2$ h) $\frac{\frac{3}{4}}{x} = 3$

i) $\frac{x-2}{3x} = 5$ j) $\frac{4x}{1-x} = 3$

k) $\frac{\frac{2x+8}{3} - \frac{x-5}{2}}{\frac{13}{6}} = 0$ l) $\frac{2-3x}{4} + \frac{1}{8} - 2x = \frac{27}{8} - \frac{5}{4}x$

m) $5 \cdot \frac{(5-3x)}{6} + \frac{1}{8} - \frac{7}{6}x = 2 - \frac{5}{4}x$

29) Ripassate i metri, decimetri, centimetri, millimetri, decametri, ettometri, chilometri (m, dm, cm, mm, dam, hm, Km) e risolvetete le seguenti equivalenze

$562 \text{ m} = \text{Km} \dots$	$39 \text{ dam} = \text{cm} \dots$	$0,07 \text{ Km} = \text{dm} \dots$
$25,8 \text{ hm} = \text{m} \dots$	$12,3 \text{ m} = \text{mm} \dots$	$805 \text{ dm} = \text{hm} \dots$
$0,3 \text{ Km} = \text{dam} \dots$	$709 \text{ dam} = \text{hm} \dots$	$0,59 \text{ cm} = \text{mm} \dots$
$8 \text{ m} = \text{dm} \dots$	$20,6 \text{ hm} = \text{dam} \dots$	$485 \text{ cm} = \text{m} \dots$
$18 \text{ cm} = \text{dm} \dots$	$21,6 \text{ m} = \text{Km} \dots$	$3,02 \text{ hm} = \text{m} \dots$
$700 \text{ mm} = \text{cm} \dots$	$0,3 \text{ dam} = \text{dm} \dots$	$86 \text{ Km} = \text{dam} \dots$
$0,03 \text{ hm} = \text{cm} \dots$	$59,3 \text{ cm} = \text{m} \dots$	$300 \text{ mm} = \text{dm} \dots$

30) Eseguite le seguenti addizioni e sottrazioni:

$5 \text{ mm} + 3 \text{ dm} = \text{dm} \dots$	$90,3 \text{ dam} - 62,4 \text{ m} = \text{m} \dots$
$0,6 \text{ hm} + 21 \text{ dam} = \text{dam} \dots$	$2348 \text{ cm} - 6840 \text{ mm} = \text{cm} \dots$
$52,6 \text{ m} + 6 \text{ dam} = \text{m} \dots$	$92 \text{ hm} - 540 \text{ dam} = \text{dam} \dots$
$3 \text{ Km} + 26 \text{ hm} = \text{Km} \dots$	$60 \text{ m} - 92 \text{ dm} = \text{dm} \dots$

31) Ricordiamo brevemente (le funzioni VALORE ASSOLUTO e RADICE saranno trattate più ampiamente durante lo studio delle FUNZIONI) che

○ il valore assoluto di un numero $a \in \mathbb{R}$ è $|a| = \begin{cases} a & \text{se } a \geq 0 \\ -a & \text{se } a < 0 \end{cases}$

○ la radice di un numero $a \in \mathbb{R}$:

→ è definita solo se $a \geq 0$: \sqrt{a} $a \geq 0$

→ è quel numero ≥ 0 il cui quadrato è a : $\sqrt{a} = b$ $a \geq 0$ $b \geq 0$
 \Downarrow
 $a = b^2$

→ $\sqrt{0} = 0$ $\sqrt{2^2} = 2$ $\sqrt{(-2)^2} = 2$

→ in generale $\sqrt{a^2} = |a|$ e NON È CORRETTO semplificare la radice con la potenza

→ non esiste nessuna formula per $\sqrt{a^2 - b^2}$: la radice non si distribuisce (es. $\sqrt{5^2 - 4^2} = \sqrt{25 - 16} = \sqrt{9} = 3$ e non $5 - 4 = 1$)

Risolviamo le equazioni di 2° grado (e scriviamo la decomposizione del polinomio di 2° grado in due fattori, ove possibile)

a) $x^2 + 3x - 10 = 0$ b) $x^2 - 2x = 0$ c) $x^2 + 4x + 5 = 0$

d) $\frac{1}{2}x^2 + 4x + 8 = 0$ e) $7x^2 = -4x$ f) $12x^2 - 7x = -1$

g) $3x^2 - 10x + \frac{25}{3} = 0$ h) $x^2 - 4x - 12 = 0$ i) $-x^2 + 6x - 13 = 0$

j) $2x^2 + 12x + 18 = 0$ k) $x^2 - 9 = 0$ l) $x^2 + 1 = 0$ m) $4x^2 - 25 = 0$

32) Risolviamo le seguenti equazioni PRODOTTO e FRATTE:

-11-
El. Mat.

a) $(4x+8) \cdot (5x-1) = 0$ b) $(3x+1)(10x+4) = 4$

c) $(8-3x^2-2x)(6x+10) = 0$ d) $\left(\frac{x-5}{2} + \frac{7}{6}x\right) \cdot \left(\frac{\frac{1}{2} - \frac{7}{2}x}{4}\right) (2x^2-4) = 0$

e) $\frac{3x+2}{5-3x} = 0$ f) $\frac{2x+2}{(x^2+2x+1)} = 0$ g) $\frac{3x^2-5x-2}{3x-1} = 0$

h) $\frac{3x^2-5x-2}{6x+2} = 0$

33) In una gara i concorrenti devono percorrere 3 volte la pista formata da un rettilineo di 1876 m e da un tratto a curve di 26,57 km. Quanti Km deve percorrere ogni concorrente?

34) Un pullman deve percorrere in 3 tappe un giro di Km 1250. Il primo giorno percorre 435 km, il secondo 6278 km, ma il terzo giorno il pullman si guasta dopo appena 5620 dam. Quanti Km restano ancora da percorrere?

35) Nel corso delle elezioni, in un seggio di una grande città, dovevano presentarsi 36'000 votanti, ma 9'000 non si sono presentati. Quale è stata la percentuale dei votanti?

36) Percorriamo 2450 m in 3 tappe: nella prima i $\frac{3}{5}$ del percorso, nella seconda i $\frac{5}{7}$ del percorso ^{rimanente dopo} la 1^a tappa. Quanti metri dobbiamo percorrere nella terza?

37) Risolviamo le disequazioni di 1° grado:

a) $1+x < 7x+5$ b) $x + \frac{7}{3} - \frac{1}{2}x \leq 2x+1$

c) $\frac{2x-1}{4} - \frac{1}{3}x + \frac{(x+1)}{2} \geq 1$ d) $3 > 5 + 2(2-x)$

e) $\frac{x}{5} - \frac{(x+\frac{1}{3})}{4} < \frac{1-2x}{5}$ f) $\frac{2-3x}{5} - [4 - \frac{3}{5}x - \frac{4}{5}(x-1)] \leq \frac{1}{5} - \frac{3}{10}x$

g) $\frac{2-3x}{4} + \frac{1}{8} - 2x < \frac{27}{8} - \frac{5}{4}x$

h) $4(1-x) - \frac{1}{4}(x-2) \geq -\frac{27}{4}x - 1$

i) $\frac{\frac{3x+9}{2} - \frac{x-5}{3}}{\frac{17}{6}} < 0$

j) $(\frac{1}{2}-1)^{-1}x > \frac{3}{2}x$

k) $ax < 3$ distinguendo i vari casi

38) Risolviamo le seguenti disequazioni di 2° grado

(alcune disequazioni, più varie altre, sono risolte di nuovo più avanti con il metodo delle parabole)

Es. 2.11 a) del libro Es. 2.20 a) b) c) del libro

i) $3x^2 > 0$ ii) $4x^2 \leq 0$ iii) $(5x)^2 \geq 0$

iv) $(-2x)^2 \geq 0$ v) $2x^2 < 0$ vi) $-6x^2 < 0$

vii) $-x^2 + 13x + 2 > -3x^2 + x - 14$ viii) $x^2 \geq 100$

ix) $4x^2 + 3x - 3 < x^2 - 3x + 6$ x) $x^2 \leq 25$

xi) $x^2 + 1 \geq 0$ xii) $(x+5)(x+3) < (x+9)(x+1)$

xiii) $-5x^2 \geq 0$ xiv) $x - 3x^2 > 0$ xv) $x^2 + 2 < 0$

xvi) $x^2 - x \geq 0$ xvii) $-x^2 - 3 > 0$ xviii) $x^2 - 4 > 0$

xix) $4x^2 - 4x + 1 \geq 0$ xx) $x^2 - 5x + 7 > 0$ xxi) $x^2 - 2x + 1 > 0$

xxii) $x^2 + 5x + 6 \leq 0$ xxiii) $x^2 - 10x + 32 < 0$

xxiv) $15 - x - 2x^2 > 0$ xxv) $x^2 + 6x + 5 < 0$ xxvi) $x^2 + 2x + 1 \leq 0$

xxvii) $x^2 + 2x + 1 \geq 0$ xxviii) $-9x^2 + 12x - 4 \geq 0$

xxix) $\frac{2x - (3 + x^2)}{2} < \frac{7 - x^2}{4}$ xxx) $(x+5)^2 - (x-1)(2x+1) > 13(x+2)$

39) Risolvete le seguenti disequazioni

i) $\frac{x}{x+1} > 0$ ii) $\frac{1-2x}{3-x} < 0$ iii) $\frac{4}{3x+2} \geq 0$ iv) $\frac{2x-3}{x-5} > 2$

v) $6 > \frac{1}{4x-3}$ vi) $\frac{3}{4} < \frac{1+x}{2-x}$ vii) $\frac{13}{x} \geq 26$ viii) $\frac{1}{x} + \frac{1}{3} < \frac{\sqrt{2}}{x}$

ix) $\frac{x-4}{3} - \frac{3}{x-4} > \frac{1}{3}x$ x) $\frac{x^2}{x^2-1} \leq 0$ xi) $\frac{3-2x}{2x^2+1} \geq 0$

xii) $\frac{x(7-2x)}{x-1} < 0$ xiii) $\frac{x^2}{4-x^2} \geq 0$ xiv) $1 - \frac{3}{2x} + \frac{3}{4} \left(\frac{1}{x} - 1 \right) > \frac{2+3x}{x}$

xv) $\frac{4x^2+4x+1}{x^2+x+5} \leq 0$ xvi) $\frac{3x^2-x-2}{6x^2-x-7} < 0$ xvii) $\frac{3x+2}{3} < \frac{x-7}{2x+1}$

xviii) $\frac{8x-x^2-7}{9x^2-8x-1} > 0$ xix) $\frac{x^2+8x+4}{x+1} > 8$ xx) $\frac{2}{x^2+1} > 1$

xxi) $\frac{8x^2+3x}{x^2-1} + \frac{5}{x-1} < \frac{4x}{x+1}$

40) Risolvete le seguenti disequazioni:

i) $(x-2)(2x-1)(x+3) > 0$ ii) $(x^2-4)(x+1) > 0$

iii) $5(x-1)(x^2-6x+8) < 0$ iv) $(x^2-1)(1-4x^2) > 0$

v) $x^3-8 \geq 0$ vi) $1-x^3 < 0$ vii) $x^3-4x^2+4x-1 > 0$

viii) $x^4-16 \geq 0$ ix) $16x^4 < 81$ x) $x^3-4x^2 < 2-5x$

xi) $x^2 + \frac{1}{x^2} > 2$ xii) $(x^2-9)(x^2+2) > 0$

xiii) $x^4-4x^2 \leq 0$ xiv) $x^4+3x^2-4 > 0$ xv) $x^4-3x^2+2 < 0$

xvi) $(27x^3-1)(8x^3+1) < 0$ xvii) $\frac{x^3-1}{x^2-1} \leq 0$ xviii) $\frac{(x+3)(x-2)}{(x+2)(x-1)} \leq 0$

xix) $\frac{3x}{x^2-4} \leq 0$ xx) $\frac{x^3-x}{2-x^2} \leq 0$

41) Ripassate i chilogrammi, ettogrammi, decagrammi, grammi, decigrammi, centigrammi, milligrammi, quintale, tonnellata (Kg, hg, dag, g, dg, cg, mm, $\frac{100}{\text{Kg}}$, $\frac{1000}{\text{Kg}} = 1 \text{ t}$) e i litri, decilitri, centilitri, millilitri, $\frac{1}{10}$ decaltri, ettolitri (l, dl, cl, ml, dal, hl) - Poi risolvete le seguenti equivalenze

8,53 Kg = g = t = mg

0,0013 g = hg = dg = cg

902 g = dag = cg = Kg

3,2 hg = g = q = mg

70 hg + 28 dag = g 38,7 Kg - 246 dag = hg

10 t + 30 Kg = Kg 903 g - 250 Kg = t

$$815 \text{ dl} = \dots \text{ l} = \dots \text{ ml} = \dots \text{ hl}$$

$$7,02 \text{ l} = \dots \text{ dal} = \dots \text{ dl} = \dots \text{ cl}$$

-15-EI.Mat.

$$0,3 \text{ dal} = \dots \text{ hl} = \dots \text{ dl} = \dots \text{ ml}$$

$$3 \text{ l} + 38 \text{ dl} = \dots \text{ cl}$$

$$609 \text{ l} - 28 \text{ dal} = \dots \text{ hl}$$

$$5840 \text{ ml} + 6 \text{ cl} = \dots \text{ l}$$

$$0,75 \text{ dl} - 2 \text{ cl} = \dots \text{ ml}$$

42) A) Con 500 kg di pasta, vogliamo confezionare dei pacchi da 250 g ciascuno. Quanti pacchi possiamo confezionare?

B) In un negozio arrivano tre consegne di merci: la prima di 148 kg, la seconda pesa $\frac{3}{4}$ della prima e la terza 15 kg in più della seconda. Quanti quintali di merce arrivano in tutto in quel negozio?

C) Un contadino ha prodotto 3,5 hl di vino. Ne vende $\frac{3}{5}$ a € 3 al litro e il resto lo imbottiglia in fiaschi da 2 l ciascuno. Quanto ricava dal vino venduto? Quanti fiaschi gli occorrono?

D) Uno scatolone pesa vuoto kg 0,4. Dentro ogni scatolone ci sono 24 barattoli che pesano ognuno 550g. Qual è il peso lordo dello scatolone?

E) Il peso lordo di una cassetta di pesche è 48 kg. La tara di ogni cassetta è 25 hg. Qual è il peso netto di 10 cassette di pesche?

F) Un fruttivendolo acquista 25 cassette contenenti meloni che pesano kg 19,25 ciascuna e 12 cassette contenenti

pere che pesano 15,25 kg ciascuna - Ogni cassetta pesa 2,5 hg. Se guadagna in tutto € 982,5, quanto guadagna in media su un chilo di frutta?

G) Un negoziante vende 50 bottiglioni di olio da 2 l ciascuno al prezzo di € 5,85 al litro. Se l'olio gli era costato 409,28€, quanto ha guadagnato?

H) Un negoziante ha venduto 28 pacchi di biscotti, guadagnando in tutto € 15,96 - La spesa unitaria era stata di € 1.32. Quanto è costato al cliente un pacco di biscotti?

RICAPITOLIAMO

43) Quesiti a risposta multipla

i) Fra le frazioni $\frac{3}{4}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{2}$, $\frac{6}{5}$ la più grande è

$\frac{3}{4}$ $\frac{2}{3}$ $\frac{3}{2}$ $\frac{6}{5}$

ii) La somma $\frac{1}{3} + \frac{3}{4} - \frac{4}{5}$ è

tra $-\frac{1}{2}$ e -1 tra $-\frac{1}{2}$ e 0 tra $\frac{1}{2}$ e 1 tra 0 e $\frac{1}{2}$

iii) Quale tra le seguenti identità è falsa

-17-El.Mat.

$(3^3)^2 = 3^6$ $3^2 \cdot 3^3 = 3^6$ $(\frac{1}{2})^4 = \frac{1}{2^4}$
 $5^{-3} = \frac{1}{5^3}$

iv) Tra le frazioni $\frac{4}{5}$ $\frac{2}{3}$ $\frac{5}{7}$ $\frac{3}{4}$ la più piccola è

$\frac{4}{5}$ $\frac{2}{3}$ $\frac{5}{7}$ $\frac{3}{4}$

v) Dividendo 62.159 per 182 il RESTO è

0 97 341 -2

vi) Il minimo comune multiplo di 18 e 21 è

126 42 63 nessuna delle altre

vii) Dite quale tra le seguenti affermazioni è falsa.

Il numero 169 è

il quadrato di un numero naturale ha come MULTIPLO 507

è un numero primo ha come divisore 13

viii) Dite quale tra le seguenti affermazioni è vera

$7,32 > 7,321$ $-9,128 < -9,125$

$3,8 < 3,798$ $-4,234 > -4,231$

ix) Tra le frazioni $-\frac{9}{8}$ $-\frac{5}{4}$ $-\frac{7}{6}$ $-\frac{3}{5}$ la più piccola è

$-\frac{9}{8}$ $-\frac{5}{4}$ $-\frac{7}{6}$ $-\frac{3}{5}$

x) L'equazione $\frac{\frac{3}{2}x}{4} = x - 1$ ha

due soluzioni una soluzione < 1

nessuna soluzione nessuna delle altre risposte

xi) Dite quale tra le seguenti disequaglianze è vera

$7^3 < 5^3$ $3^0 < 8^0$ $9^2 > 4^4$ $3^4 > 4^3$

xii) L'equazione $ax^2 + a^2x - 2a = 0$ ($a \in \mathbb{R}$)

- ha due soluzioni $\forall a \in \mathbb{R}$ non ha soluzioni se $a = 0$
 ha soluzioni $x = -1$ e $x = 2$ se $a = 1$ ha due soluzioni $\forall a \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$

44) Es. 2.19 del libro a) b) c) d)

Risolvete le seguenti equazioni:

i) $x^2 - (3)^2 = 0$ ii) $(2x)^2 + 3 = 0$ iii) $x^2 + (-3)^2 = 0$

iv) $-16 = -(3x)^2$ v) $-16 = (-3x)^2$ vi) $4x^2 = 0$

45) Dite se sono vere o false le seguenti affermazioni:

i) nella divisione di $79'631$ per 654 il quoziente è $\bar{122}$
le due frazioni

ii) $\frac{-27}{81}$ e $\frac{17}{-51}$ rappresentano lo stesso numero razionale

iii) $\frac{\frac{2}{7}}{4} = \frac{8}{7}$

iv) $\frac{5}{\frac{1}{4}} = 20$

v) $\frac{\frac{3}{8}}{5} = \frac{3}{40}$

vi) $x^2 + 1 = (x+1)(x-1)$

vii) $(x-2)^2 = x^2 - 4x + 4$

viii) $3x^2 + 5x - 2 = (x - \frac{1}{3})(x+2)$ ix) $x^2 - 1 = (x+1)(x-1)$

x) $0 \cdot x = 3$ ammette infinite soluzioni

xi) $3x = 0$ ammette una ^{sola} soluzione

xii) $(2x+3)^2 = 4x^2 + 9$

xiii) $3x^2 + 5x - 2 = (3x-1)(x+2)$

xiv) $0 \cdot x = 0$ ammette infinite soluzioni

xvi) $\sqrt{4} = -2$

xvii) $\sqrt{4} = 2$

xviii) $\sqrt{4} = \pm 2$

xix) $\frac{2^3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^5 \cdot 2^4 \cdot 2^2}{8^3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2} = 1$

xx) $0 \cdot x = 0$ non ha soluzioni

xxi) $0 \cdot x = 0$ ha una ^{sola} soluzione

xxii) La soluzione dell'equazione $\frac{6x+1}{6} = \frac{a+1}{2}$ ($a \in \mathbb{R}$) è $\geq 0 \Leftrightarrow a \geq \frac{2}{3}$

xxiii) L'equazione $x^2 + 2ax + a^2 + 9 = 0$ non ha soluzioni reali $\forall a \in \mathbb{R}$.

xxiv) La soluzione dell'equazione $x + \frac{3-k}{5} = k - \frac{2+x}{3}$ ($k \in \mathbb{R}$) è un numero $< 1 \Leftrightarrow k < \frac{13}{6}$.

xxv) L'equazione $x + \frac{1}{x} = \frac{x^2 + 2x + 3}{3x}$ ha come soluzioni $x=0$ e $x=1$.

xxvi) $a^2 \cdot a^3 = a^5$

xxvii) $a^3 \cdot a^4 = a^{12}$

xxviii) $(a^2)^3 = a^6$

xxix) $(a^3)^4 = a^7$

xxx) $a^{2+3} = a^2 + a^3$

xxxi) $a^{-3} = \frac{1}{a^3}$
($a \neq 0$)

xxxii) $(a^3)^{-4} = \frac{1}{a^{12}}$

xxxiii) $7 \times 10^3 = 7000$

xxxiv) $11 \times 10^{-2} = \frac{11}{10}$

xxxv) $13 \times 10^4 = 13000$

xxxvi) $\frac{3}{4} = 75 \times 10^{-2}$

xxxvii) $0.002 = 2 \times 10^{-2}$

46) QUESITI A RISPOSTA MULTIPLA (giustificare la risposta)

i) $2^3 \times 5^3 =$ 7^3 10^3 10^6 10^9

ii) $(2^4 + 2^5) : 2^3 =$ 2^6 6 $2 + 2^2$ 2^3

iii) $\frac{3}{4} + \frac{8}{9} =$ $\frac{24}{36}$ $\frac{11}{13}$ $\frac{2}{5}$ $\frac{59}{36}$

iv) $\frac{3}{2} : (3 - 6 : 2) =$ 0 impossibile $\frac{2}{3}$

v) $(\frac{2^3}{3} - 4 \times \frac{2}{3}) : \frac{15}{7} =$ 0 impossibile $\frac{7}{15}$

vi) $\frac{\frac{2}{3} + \frac{1}{3} \times \frac{5}{2}}{2 + \frac{1}{2}} =$ 1 $\frac{15}{4}$ $\frac{3}{5}$

vii) $\frac{(\frac{2}{3})^2 + [(\frac{2}{3})^3 \times \frac{2}{3}] : (\frac{2}{3})^4}{\frac{1}{6} - (\frac{1}{6})^2} =$ $\frac{8}{3}$ $\frac{26}{3}$ $\frac{52}{5}$

viii) $\{ [(-2)^2]^3 \}^2 =$ 2^7 2^{12} -2^{12}

ix) $(3^5 \times 3^{-4}) : ((-3)^7 \times (-3)^{-6}) =$ -3 -1 1

x) $(-\frac{3}{4})^{-2} : (1^{-1} + 2^{-2}) =$ $\frac{20}{9}$ $\frac{64}{45}$ impossibile

xii) il valore dell'espressione $(a - \frac{a}{b}) : (2a^2)$ per $a = -1$ e $b = 2$ è

$\frac{1}{4}$ $-\frac{3}{4}$ $-\frac{1}{2}$ $-\frac{1}{4}$

xiii) il valore dell'espressione $(a^{-1} - a)(a - 2)^{-2}$ per $a = 2$ è

$-\frac{3}{2}$ non ha significato $-\frac{3}{8}$ 0

xiv) $x^2 < 25$ è verificata per

$x < 5$ $x < \pm 5$ $-5 < x < 5$ $x < -5$ o $x > 5$

xv) $x^2 + ax > 0$ con $a < 0$ è verificata per

$x < 0$ o $x > -a$ $-a < x < 0$ $x < -a$ o $x > 0$

$0 < x < -a$

xvi) $\frac{x(x+5)}{(x-5)(x^2+1)} < 0$ per $x < -5$ o $-1 < x < 0$ o $1 < x < 5$

$x \leq -5$ o $0 \leq x < 5$ $x < -5$ o $0 < x < 5$

$-5 < x < -1$ o $0 < x < 5$

xvii) $\frac{1 + \frac{1}{x}}{\frac{1}{x} - 1} \geq \frac{x + \frac{1}{2}}{x - \frac{1}{2}}$ è vera per $-\frac{\sqrt{2}}{2} \leq x < \frac{1}{2}$ o $\frac{\sqrt{2}}{2} \leq x < 1$

$-\frac{\sqrt{2}}{2} \leq x < 0$ o $0 < x < \frac{1}{2}$ o $x \geq \frac{\sqrt{2}}{2}$ $-\frac{\sqrt{2}}{2} \leq x < 0$ o $0 < x < \frac{1}{2}$ o $\frac{\sqrt{2}}{2} \leq x < 1$

xvii) $\frac{4x(1-x)-1}{3x^2-4x+1} > 0$ è vera per $\square \frac{1}{3} < x < \frac{1}{2}$ o $\frac{1}{2} < x < 1$

$\square \frac{1}{3} < x < 1$ $\square x < \frac{1}{3}$ o $x > 1$

xix) $\sqrt{9-4^2}$ è $\square \sqrt{9-8}=1$ $\square 3-4=-1$

$\square \sqrt{16-9}=\sqrt{7}$ \square non è un numero reale

xx) $\frac{1}{x} < 1$ è vera per $\square x < 0$ $\square x < 1$ $\square x > 1$

$\square x < 0$ o $x > 1$ $\square 0 < x < 1$

xxi) Se $a > 0 > b > c$, allora quale tra le disuguaglianze seguenti è falsa?

$\square ac < ab$ $\square abc > 0$ $\square a(b-c) > 0$

$\square (a-b)(a-c) < 0$

xxii) Se $(a+b)^2 > 0$, allora quale tra le seguenti disuguaglianze è vera?

$\square ab > 0$ $\square a+b > 0$ $\square a^2+b^2 > -2ab$

$\square (a-b)^2 > 0$

47) Dite se sono vere o false le seguenti affermazioni

i) Siano $a, b, c \in \mathbb{N}$: $a = b \times c$ allora

a è multiplo di b

b è multiplo di c

c è divisibile per a

a è divisibile per c

ii) $6^3 - 27 + 6^0 \times 7^4$ è ≤ 2590

iii) 143 è un numero primo

iv) $a \cdot b = 0 \Leftrightarrow a = 0 \vee b = 0$

-23-El. Mat.

v) $a(-b+2) = 0 \Leftrightarrow a = 0 \vee b = -2$

vi) $(3x)^2 + 4 = 0 \Leftrightarrow x = \pm \frac{2}{3}$

vii) $x^2 - a^2 = 0 \Leftrightarrow x = \pm a$

viii) $(-2)^{-2} = -\frac{1}{4}$

ix) $\sqrt{9} = \pm 3$

x) $\sqrt{16} = 4$

xi) $\sqrt{-16} = -4$

xii) se $m = 88 \Rightarrow \frac{7}{8}m = 77$

xiii) il 20% di 1895 è 376

xiv) π è un numero naturale xv) π è un numero razionale

xvi) π è un numero irrazionale xvii) π è un numero reale

xviii) $-\frac{22}{-7}$ è un

- numero razionale
- numero irrazionale
- numero reale
- numero negativo

xix) $\sqrt{16}$ è un

- numero intero
- numero razionale
- numero irrazionale
- numero reale

xx) $34, \overline{27}$ è un

- numero razionale
- numero irrazionale
- numero reale

xxi) Si considerino 2 punti distinti A e B sulla retta reale -
Quanti punti, corrispondenti a numeri irrazionali, appartengono
al segmento AB?

- un'infinità di punti
- Un numero finito di punti
- Dipende dal segmento

xxii) A ciascun punto della retta numerica corrisponde un numero razionale

xxiii) A ciascun numero irrazionale corrisponde un punto sulla retta numerica

xxiv) A ciascun punto della retta numerica corrisponde un numero reale

xxv) La disequazione $(a-2)x < a^2-4$ è verificata per $x > a+2$ se $a > 2$

xxvi) La disequazione $ax < 3$ è verificata per qualsiasi valore di x se $a=0$

xxvii) $-\frac{1}{3}x^2 + 3 \leq 0$ è vera ^{per} $x \leq -3$ o $x \geq 3$

xxviii) $4x^2 + \frac{4}{3}x + \frac{1}{9} \geq 0$ è vera solo ^{per} $x = -\frac{3}{2}$

xxix) $-x^2 - 1 \geq 0$ è impossibile

xxx) $\frac{x^2 - 6x + 8}{x^2 + 1} < 0$ non è verificata per alcun valore di x

xxxi) $\frac{x-2}{3-x} < 0$ è vera per $x < 2$ o $x > 3$.

48) Completate:

i) $x^2 \dots 25 > 0$ è vera per ogni $x \in \mathbb{R}$

$x^2 \dots \dots > 0$ è vera per $x < -2$ o $x > 2$

$x^2 \dots 7 < 0$ è impossibile

$x^2 - 2x \dots \dots > 0$ è vera per $x \neq 1$