114) i) non è una funzione su $[0,2]$ perchè $\forall x \in [1,2[$ x ha 2 immagini (la retta verticale interseca il grafico in due punti)

ii) è una funzione su $[0,2]$ perchè ogni retta verticale per $x \in [0,2]$ interseca il grafico in uno ed un solo punto
$Im f = [-\frac{1}{2}, 2]$ e f non è iniettiva perchè i valori $y \in]-\frac{1}{2}, 0]$ sono assunti 2 volte (una per $x \in [0,\frac{1}{2}[$ e una per $x \in]\frac{1}{2}, 1]$) o, detto in altro modo, perchè la retta orizzontale $y = cost$ con $cost \in]-\frac{1}{2}, 0]$ interseca il grafico in 2 punti.

iii) non è una funzione su $[0,2]$ perchè i valori di $x \in]0,1[$ sono privi di immagine.

iv) non è una funzione su $[0,2]$ perchè ogni valore di $x \in [0,2[$ ha due immagini, oppure perchè ogni retta verticale per $x \in [0,2[$ interseca il grafico in due punti.

v) è una funzione su $[0,2]$ perchè ogni retta verticale per $x \in [0,2]$ interseca il grafico in un solo punto: in particolare $f(1) = 1$.
$Im f = [0,1] \cup]2,3]$ e f è iniettiva perchè ogni $y \in Im f$ è immagine di 1 solo x (oppure ogni retta orizzontale $y = cost$ interseca il grafico al più in un punto).

vi) non è una funzione su $[0,2]$ perchè $x=1$ ha 2 immagini (la retta verticale $x=1$ interseca il grafico in due punti)

vii) è una funzione perchè ogni retta verticale per $x \in [0,2]$ interseca il grafico in un solo punto (in particolare $f(0) = 2$).
$Im f = [1, +\infty[$ e f non è iniettiva perchè $y=2$ è immagine di 2 punti distinti (la retta $y=2$ interseca il grafico in due punti.

115) $f(0)=-4$ $\quad f^{-1}(10)=\{x\in\mathbb{R}: f(x)=10\}=\{-\frac{7}{2}, 2\}$

$2x^2-3x-4=10 \quad 2x^2+3x-14=0$

116) $\mathrm{dom} f=[0,7]$ $\quad \mathrm{Im} f=[-2,4]$ $\quad f(1)=3$ $\quad f(5)=-1$ $\quad f^{-1}(4)=\{2\}$

117) $\mathrm{dom} f=\mathbb{R}$ / $\mathrm{Im} f=\{y\in\mathbb{R}: y\leq 1\}=]-\infty,1]$ /

$f(0)=0$ / i punti con immagine 0, cioè $f(x)=0$, vale ~~se~~ $x=0$ e $x=2$

$f(-\frac{1}{2})<0$.

118) $f(-x)=(-x)^2+1=x^2+1$ $\qquad f(3x)=(3x)^2+1=9x^2+1$

$f(x+2)=(x+2)^2+1=x^2+4x+5$ $\qquad f(t)=t^2+1$

$f(t-1)=(t-1)^2+1=t^2-2t+2$ $\qquad f\left(\frac{1}{x}\right)=\left(\frac{1}{x}\right)^2+1=\frac{1}{x^2}+1=\frac{1+x^2}{x^2}$

solo se $x\neq 0$ si può calcolare

$f(x+h)=(x+h)^2+1=x^2+2hx+h^2+1$

119) i) $(f+g)(x)=f(x)+g(x)=2x+x^2+1=x^2+2x+1=(x+1)^2$

$(f-g)(x)=f(x)-g(x)=2x-(x^2+1)=-x^2+2x-1=-(x-1)^2$

$(f\cdot g)(x)=f(x)\cdot g(x)=2x(x^2+1)=2x^3+2x$

$\left(\frac{f}{g}\right)(x)=\frac{f(x)}{g(x)}=\frac{2x}{x^2+1}$

ha senso solo su $\{x\in\mathbb{R}: g(x)\neq 0\}$

$f(g(x))=f(x^2+1)=2(x^2+1)=2x^2+2$

$g(f(x))=g(2x)=(2x)^2+1=4x^2+1$

ii) $(f+g)(x)=f(x)+g(x)=(x+2)^2+2x+1=x^2+6x+5$

$(f-g)(x)=f(x)-g(x)=(x+2)^2-(2x+1)=x^2+2x+3$

$(f\cdot g)(x)=f(x)\cdot g(x)=(x+2)^2(2x+1)=(x^2+4x+4)(2x+1)=$
$=2x^3+9x^2+12x+4$

$\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{(x+2)^2}{2x+1} = \frac{x^2+4x+4}{2x+1}$ $\quad dom\left(\frac{f}{g}\right) = \mathbb{R} \setminus \{-\frac{1}{2}\}$

$f(g(x)) = f(2x+1) = (2x+1+2)^2 = (2x+3)^2 = 4x^2+12x+9$

$g(f(x)) = g((x+2)^2) = 2(x+2)^2+1 = 2x^2+8x+9$

iii) $(f+g)(x) = \frac{x}{1+x^2} + \frac{1}{x} =$ $\quad dom\, g = \mathbb{R}\setminus\{0\}$ $\quad dom(f+g) = \mathbb{R}\setminus\{0\}$

$= \frac{x^2+1+x^2}{x(1+x^2)} = \frac{2x^2+1}{x(1+x^2)}$

$(f-g)(x) = \frac{x}{1+x^2} - \frac{1}{x} = \frac{x^2-1-x^2}{x(1+x^2)} = -\frac{1}{x(1+x^2)}$ $\quad dom(f-g) = \mathbb{R}\setminus\{0\}$

$(f\cdot g)(x) = \frac{x}{(1+x^2)} \cdot \frac{1}{x} = \frac{1}{1+x^2}$ $\quad dom(f\cdot g) = \mathbb{R}\setminus\{0\}$

$dom\left(h(x) = \frac{1}{1+x^2}\right) = \mathbb{R}$

$\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\frac{x}{1+x^2}}{\frac{1}{x}} = \frac{x^2}{1+x^2}$ $\quad dom\left(\frac{f}{g}\right) = \mathbb{R}\setminus\{0\}$

$dom\left(h(x) = \frac{x^2}{1+x^2}\right) = \mathbb{R}$

$f(g(x)) = f\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{\frac{1}{x}}{1+\left(\frac{1}{x}\right)^2} = \frac{\frac{1}{x}}{1+\frac{1}{x^2}} = \frac{\frac{1}{x}}{\frac{x^2+1}{x^2}} = \frac{1}{x}\cdot\frac{x^2}{x^2+1} = \frac{x}{x^2+1}$

$dom(f(g(x))) = \mathbb{R}\setminus\{0\}$ $\quad dom\left(h(x) = \frac{x}{x^2+1}\right) = \mathbb{R}$

$g(f(x)) = g\left(\frac{x}{1+x^2}\right) = \frac{1}{\frac{x}{1+x^2}} = \frac{1+x^2}{x}$ $\quad \mathbb{R}\setminus\{0\} \xrightarrow{g} \mathbb{R} \xrightarrow{f} \mathbb{R}$

è definito solo se

$\frac{x}{1+x^2} \neq 0 \Rightarrow \mathbb{R}\setminus\{0\}$ $\quad dom(g(f(x))) = \mathbb{R}\setminus\{0\}$

120) $h(x) = 2x-5$ $\quad h(h(x)) = h(2x-5) = 2(2x-5)-5 = 4x-15$

$(h(x))^2 = (2x-5)^2 = 4x^2-20x+25$

121) i) $x \geq 0$ $\quad$ iii) $\sqrt{16} = 4$ $\quad$ iv) $\sqrt{3^2} = 3$ $\quad$ v) $\sqrt{(-5)^2} = 5$

vi) $\sqrt{a^2} = \begin{cases} a & \text{se } a \geq 0 \\ -a & \text{se } a < 0 \end{cases}$ cioè $\sqrt{a^2} = |a|$ Valore assoluto di a

vii) $\frac{\sqrt{25}}{\sqrt{4}} = \frac{5}{2}$ $\quad$ viii) $\sqrt{-\frac{25}{4}}$ è impossibile $\quad$ ix) $\sqrt{8} = 2\sqrt{2}$ $\quad$ x) $\sqrt{80} = 4\sqrt{5}$

xi) $\sqrt{27} = 3\sqrt{3}$ $\quad$ xii) $\sqrt{125} = 5\sqrt{5}$ $\quad$ xiii) $\sqrt{\frac{27}{8}} = \frac{3\sqrt{3}}{2\sqrt{2}} = \frac{3}{2}\sqrt{\frac{3}{2}}$

xiv) $\sqrt{-4}$ è impossibile xv) $2\sqrt{5}=\sqrt{20}$ xvi) $3\sqrt{7}=\sqrt{63}$

xvii) $\frac{9}{2}\sqrt{\frac{22}{27}}=\sqrt{\frac{9^2\cdot 22}{4\cdot 27}}=\sqrt{\frac{9\cdot 11}{2\cdot 3}}=\sqrt{\frac{3\cdot 11}{2}}=\sqrt{\frac{33}{2}}$

xviii) $\sqrt{15}\cdot\sqrt{3}\cdot\sqrt{2}=\sqrt{2\cdot 3^2\cdot 5}=3\sqrt{10}$ xix) $\frac{1}{4}\sqrt{\frac{2}{3}}\cdot\sqrt{\frac{6}{5}}\cdot\sqrt{50}=$

$=\frac{1}{4}\sqrt{\frac{2}{\cancel{3}}\cdot\frac{\overset{2}{\cancel{6}}}{\cancel{5}}\cdot\overset{10}{\cancel{50}}}=\frac{1}{4}\sqrt{40}=\frac{1}{4}\sqrt{2^2\cdot 2\cdot 5}=\frac{1}{2}\sqrt{10}$

xx) $(\sqrt{5})^3=5\sqrt{5}$ xxi) $(\sqrt{2})^4=4$ xxii) $(2\sqrt{3})^3=24\sqrt{3}$

$\sqrt{5}\cdot\sqrt{5}\cdot\sqrt{5}$ $\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}$ $2\sqrt{3}\cdot 2\sqrt{3}\cdot 2\sqrt{3}$

xxiii) $2\sqrt{2}$ xxiv) $\sqrt{27}-2\sqrt{3}-\sqrt{243}=3\sqrt{3}-2\sqrt{3}-\sqrt{3^5}=$

$=3\sqrt{3}-2\sqrt{3}-9\sqrt{3}=-8\sqrt{3}$

121 bis) i) $\frac{3}{\sqrt{2}}=\frac{3\sqrt{2}}{2}$ ii) $\frac{6}{\sqrt{3}}=2\sqrt{3}$ iii) $\frac{21}{\sqrt{7}}=3\sqrt{7}$ iv) $\frac{16}{3\sqrt{2}}=\frac{8}{3}\sqrt{2}$

122) RICAPITOLIAMO • $\sqrt{a}$ è definita solo se $a\geq 0$, $\sqrt{a}$ = il numero ≥ 0 il cui quadrato è a, $\sqrt{0}=0$, $\sqrt{2^2}=2$, $\sqrt{(-2)^2}=2$, in generale $\sqrt{a^2}=|a|$ e non è corretto semplificare la $\sqrt{\ }$ con la potenza

• $\sqrt{a\cdot b}=\sqrt{a}\cdot\sqrt{b}$ se $a\geq 0, b\geq 0$ altrimenti $\sqrt{a\cdot b}=\sqrt{|a|}\cdot\sqrt{|b|}$

$\sqrt{\frac{1}{a}}=\frac{1}{\sqrt{a}}$ ($a>0$), $(\sqrt{a})^2=\sqrt{a}\cdot\sqrt{a}=a$ ($a\geq 0$), $\sqrt{\frac{a}{b}}=\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ ($a\geq 0$, $b>0$), $\sqrt{a^2\cdot b}=a\cdot\sqrt{b}$ ($a\geq 0$ $b\geq 0$)

a) $\frac{\sqrt{2\cdot 3}}{\sqrt{2}}=\frac{\cancel{\sqrt{2}}\cdot\sqrt{3}}{\cancel{\sqrt{2}}}=\sqrt{3}$ $\sqrt{2}\cdot\sqrt{2^2\cdot 2}=\sqrt{2}\cdot 2\cdot\sqrt{2}=2\cdot\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}=2\cdot 2=4$

(oppure $\sqrt{2}\cdot\sqrt{8}=\sqrt{16}=4$)

$\sqrt{2}\cdot\sqrt{8\cdot 5}=\sqrt{2}\cdot\sqrt{8}\cdot\sqrt{5}=\sqrt{16}\cdot\sqrt{5}=4\sqrt{5}$

$3\sqrt{2}+2\sqrt{2}=5\sqrt{2}$ $(3\sqrt{2})\cdot(2\sqrt{2})=3\cdot 2\cdot\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}=3\cdot 2\cdot 2=12$

$2\frac{\sqrt{2\cdot 3\cdot 5}}{\sqrt{5}}+3\sqrt{3\cdot 2}=2\frac{\sqrt{2}\cdot\sqrt{3}\cdot\cancel{\sqrt{5}}}{\cancel{\sqrt{5}}}+3\cdot\sqrt{2}\cdot\sqrt{3}=2\sqrt{2}\cdot\sqrt{3}+3\sqrt{2}\cdot\sqrt{3}=$

$=5\sqrt{2}\cdot\sqrt{3}$ oppure $5\sqrt{6}$

$\sqrt{3}\cdot\sqrt{3}=3$

b) $\frac{1}{\sqrt{2}} \cdot 2\sqrt{2} = 2$ $\quad \left((\sqrt{2})^{-1} = \frac{1}{\sqrt{2}} \right.$ in generale $\left. a^{-1} = \frac{1}{a} \right)$

$$\frac{\sqrt{3\cdot 2^2}}{2} - 4\sqrt{3} = \frac{2\sqrt{3}}{2} - 4\sqrt{3} = \sqrt{3} - 4\sqrt{3} = -3\sqrt{3}$$

$$\frac{\sqrt{3\cdot 5^2}}{5} = \frac{5\cdot\sqrt{3}}{5} = \sqrt{3} \qquad 7\sqrt{3} - 4\sqrt{3} = 3\sqrt{3}$$

$7\sqrt{3} + 4\sqrt{2}$ rimane così, non si possono sommare insieme

RADICI DIVERSE

$\sqrt{25-16} = \sqrt{9} = 3$ $\qquad \sqrt{100-49} = \sqrt{51}$ che rimane così oppure $= \sqrt{3}\cdot\sqrt{17}$

IMPORTANTE : NON ESISTE nessuna proprietà su $\sqrt{a^2-b^2}$

(infatti $\sqrt{25-16} = \sqrt{5^2-4^2}$ non è $5-4$ che dà 1)

SOLUZIONE c) $\frac{1}{\cancel{4}} \cdot \frac{\cancel{4}}{5} \cdot \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{5}} = \frac{2}{5\sqrt{5}}$

$$\frac{1}{\cancel{4}\cdot\cancel{9}\cdot 3} \cdot \frac{\cancel{36}}{37} \cdot \frac{\sqrt{36}}{\sqrt{37}} = \frac{\cancel{6}\,2}{\cancel{3}\cdot 37\cdot\sqrt{37}} = \frac{2}{37\sqrt{37}}$$

$$\frac{1}{8\sqrt{2}} \cdot \frac{\cancel{8}}{9} \cdot \frac{\sqrt{8}}{\sqrt{9}} = \frac{2\cancel{\sqrt{2}}}{\cancel{\sqrt{2}}\cdot 9\cdot 3} = \frac{2}{27}$$

123) i) $x \geq -5$ $\qquad$ ii) $x^2 + x - 1 \geq 0$ cioè $\left(x \leq \frac{-1-\sqrt{5}}{2} \text{ o } x \geq \frac{-1+\sqrt{5}}{2} \right)$

iii) $x \geq \frac{3}{2}$ $\qquad$ iv) $x^2 + 3x - 4 \geq 0$ cioè $(x \leq -4 \text{ o } x \geq 1)$

v) $9x^2 - 12x + 4 \geq 0 \iff (3x-2)^2 \geq 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$

vi) $x^2 + x + 1 \geq 0 \quad \Delta < 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$

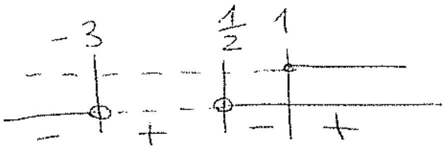
vii) $\begin{cases} x + 4 \geq 0 \\ 3x - 1 \geq 0 \end{cases}$ devono essere verificate tutte e due $\begin{cases} x \geq -4 \\ x \geq \frac{1}{3} \end{cases}$ è definita se $\boxed{x \geq \frac{1}{3}}$

viii) $\begin{cases} 4 - 2x \geq 0 \\ 3x - 3 \geq 0 \end{cases}$ $\begin{cases} x \leq 2 \\ x \geq 1 \end{cases}$ per $x \in [1, 2]$ $(1 \leq x \leq 2)$

ix) $\begin{cases} x - 1 \geq 0 \\ 2x^2 + 5x - 3 > 0 \end{cases}$ $\begin{cases} x \geq 1 \\ (2x-1)(x+3) > 0 \end{cases}$ $\begin{cases} x \geq 1 \\ x < -3 \text{ o } x > \frac{1}{2} \end{cases}$ $\boxed{x \geq 1}$

x) $\dfrac{x-1}{2x^2+5x-3} \geq 0$ (qui basta che numeratore e denominatore siano concordi, quindi è diverso da |x|)

$x-1 \geq 0$
$2x^2+5x-3 > 0$



$\boxed{-3 < x < \frac{1}{2} \text{ o } x \geq 1}$

124) i) $\begin{cases} x+5 \geq 0 \\ x-3 \geq 0 \\ x+5 = (x-3)^2 \end{cases}$ $\begin{cases} x \geq -5 \\ x \geq 3 \\ x^2-7x+4=0 \end{cases}$ $\begin{cases} x \geq 3 \\ x = \frac{7+\sqrt{33}}{2} \text{ o } x = \frac{7-\sqrt{33}}{2} \end{cases}$

Sol.^{ne} $x = \dfrac{7+\sqrt{33}}{2}$ $\left(\dfrac{7-\sqrt{33}}{2} < 3 : \text{ infatti } 7-\sqrt{33} < 6 \quad \sqrt{33} > 1 \right)$

ii) $\begin{cases} x^2+x-1 \geq 0 \\ x+2 \geq 0 \\ x^2+x-1 = (x+2)^2 \end{cases}$ $\begin{cases} x \leq \frac{-1-\sqrt{5}}{2} \text{ o } x \geq \frac{-1+\sqrt{5}}{2} \\ x \geq -2 \\ \cancel{x^2}+x-1 = \cancel{x^2}+4x+4 \end{cases}$ $\begin{cases} -2 \leq x \leq \frac{-1-\sqrt{5}}{2} \text{ o } x \geq \frac{-1+\sqrt{5}}{2} \\ 3x = -5 \end{cases}$

$\boxed{x = -\frac{5}{3}}$ accettabile perchè $-2 < -\dfrac{5}{3} < \dfrac{-1-\sqrt{5}}{2}$

iii) $\sqrt{x^2+3x-4} = 1+x$

$\begin{cases} x^2+3x-4 \geq 0 \\ 1+x \geq 0 \\ x^2+3x-4 = (1+x)^2 \end{cases}$ $\begin{cases} x \leq -4 \text{ o } x \geq 1 \\ x \geq -1 \\ \cancel{x^2}+3x-4 = \cancel{x^2}+2x+1 \end{cases}$ $\begin{cases} x \geq 1 \\ x = 5 \end{cases}$ $\boxed{x=5}$ accettabile

iv) $\sqrt{x^2-25} = x-3$

$\begin{cases} x^2-25 \geq 0 \\ x-3 \geq 0 \\ x^2-25 = (x-3)^2 \end{cases}$ $\begin{cases} x \leq -5 \text{ o } x \geq 5 \\ x \geq 3 \\ \cancel{x^2}-25 = \cancel{x^2}-6x+9 \end{cases}$ $\begin{cases} x \geq 5 \\ 6x = 34 \end{cases}$ $\boxed{x = \frac{34}{6} = \frac{17}{3}}$ accettabile

v) $\sqrt{3x+2} = 2\sqrt{x-4}$

$\begin{cases} 3x+2 \geq 0 \\ x-4 \geq 0 \\ 3x+2 = 4(x-4) \end{cases}$ $\begin{cases} x \geq -\frac{2}{3} \\ x \geq 4 \\ x = 18 \end{cases}$ $\begin{cases} x \geq 4 \\ x = 18 \end{cases}$ $\boxed{x=18}$ accettabile

vi) $\begin{cases} x-2 \geq 0 \\ x+2 \geq 0 \\ 1+\sqrt{x+2} \geq 0 \\ x-2 = (1+\sqrt{x+2})^2 \end{cases}$ $\begin{cases} x \geq 2 \\ x \geq -2 \\ \text{sempre vera} \\ x-2 = 1+x+2+2\sqrt{x+2} \end{cases}$ $\begin{cases} x \geq 2 \\ \sqrt{x+2} = -\frac{5}{2} \end{cases}$ impossibile

$\boxed{\text{nessuna sol.}^{ne}}$

Si poteva osservare fin da subito che $\sqrt{x-2} < \sqrt{x+2}$ (per gli x per cui entrambe siano definite) e quindi a maggior ragione $\sqrt{x-2} < 1+\sqrt{x+2}$

Provate a risolvere $\sqrt{x+2} = 1+\sqrt{x-2}$ (sol.^{ne} $x=\frac{17}{4}$ acc.)

vii) $\begin{cases} x \geq 0 \\ 5 \geq 0 \\ x = 25 \end{cases}$ $\boxed{x=25}$

viii) $\sqrt{x} = 6$ $\boxed{x=36}$

ix) $\begin{cases} -6x \geq 0 \\ -9x+30 \geq 0 \\ \sqrt{-6x}+4 \geq 0 \\ (\sqrt{-6x}+4)^2 = (\sqrt{-9x+30})^2 \end{cases}$ $\begin{cases} x \leq 0 \\ x \leq \frac{10}{3} \\ \text{sempre verificata} \\ -6x+16+8\sqrt{-6x} = -9x+30 \end{cases}$

$\begin{cases} x \leq 0 \\ 8\sqrt{-6x} = -3x+14 \end{cases}$ $\begin{cases} x \leq 0 \\ \begin{cases} -6x \geq 0 \\ -3x+14 \geq 0 \\ -384x = (-3x+14)^2 \end{cases} \end{cases}$ $\begin{cases} x \leq 0 \\ 9x^2+300x+196=0 \end{cases}$

$\begin{cases} x \leq 0 \\ x = \frac{-150 \pm \sqrt{22500-1764}}{9} = \frac{-150 \pm \sqrt{20736}}{9} = \frac{-150 \pm 144}{9} \end{cases}$ $\nearrow x_1 = -\frac{294}{9} = -\frac{98}{3}$ $\searrow x_2 = -\frac{6}{9} = -\frac{2}{3}$

SOL.^{NI}: $x=-\frac{98}{3}$, $x=-\frac{2}{3}$

x) $\begin{cases} x-5 \geq 0 \\ x+4 \geq 0 \\ \sqrt{x-5}+3 \geq 0 \\ (\sqrt{x-5}+3)^2 = x+4 \end{cases}$ $\begin{cases} x \geq 5 \\ x \geq -4 \\ \text{sempre vera} \\ \cancel{x}\cancel{-5}+6\sqrt{x-5}+\cancel{9} = \cancel{x}+\cancel{4} \end{cases}$ $\begin{cases} x \geq 5 \\ 6\sqrt{x-5} = 0 \end{cases}$ $\boxed{x=5}$

xi) $\sqrt{4x+4} = \sqrt{3x}+1$

$\begin{cases} 4x+4 \geq 0 \\ 3x \geq 0 \\ \sqrt{3x}+1 \geq 0 \\ 4x+4 = (\sqrt{3x}+1)^2 \end{cases}$ $\begin{cases} x \geq -1 \\ x \geq 0 \\ \text{sempre vera} \\ 4x+4 = 3x+2\sqrt{3x}+1 \end{cases}$ $\begin{cases} x \geq 0 \\ x+3 = 2\sqrt{3x} \end{cases}$

$\begin{cases} x \geq 0 \\ \begin{cases} 3x \geq 0 \\ x+3 \geq 0 \\ (x+3)^2 = 4(3x) \end{cases} \end{cases}$ $\begin{cases} x \geq 0 \\ x^2+6x+9 = 12x \end{cases}$ $\begin{cases} x \geq 0 \\ x^2-6x+9 = 0 \\ (x-3)^2 \end{cases}$ $\boxed{x=3}$

125) i) $\sqrt{x+2} \geq 0$ in ogni punto in cui è definita (cioè $x \geq -2$)

in generale $\sqrt{\text{qualcosa}} \geq 0$ se la radice ha senso, altrimenti non ha significato

ii) $\sqrt{x^2+1} \leq 0 \iff x^2+1=0$ IMPOSSIBILE

($\sqrt{\text{qualcosa}} < 0$ mai $\quad \sqrt{\ldots} = 0 \iff \ldots = 0$)

iii) C.E. della $\sqrt{\ }$: $4-x^2 \geq 0 \quad x^2 \leq 4 \quad -2 \leq x \leq 2$

ma $\sqrt{\ldots} > 2 \iff \ldots > 4 \iff 4-x^2 > 4 \iff x^2 < 0$ IMP

iv) C.E. tutto $\mathbb{R}$ però $\sqrt{x^2+4} \geq \sqrt{4} = 2$ e quindi non può essere < 1

v) $x^2+4 < x^2+10 \Rightarrow \sqrt{x^2+4} < \sqrt{x^2+10} \ \forall x$ (e non può essere mai $>$)

vi) C.E. della $\sqrt{x}$: $x \geq 0 \Rightarrow \sqrt{x} + x \geq 0$ (e non può essere < 0)

126) i) $\begin{cases} x+3 \geq 0 \\ x+3 < 16 \end{cases} \quad \begin{cases} x \geq -3 \\ x < 13 \end{cases} \quad \boxed{-3 \leq x < 13}$

ii) $\begin{cases} 2x+1 \geq 0 \\ 2x+1 > 9 \end{cases} \quad \begin{cases} x \geq -\frac{1}{2} \\ 2x > 8 \end{cases} \quad \begin{cases} x \geq -\frac{1}{2} \\ x > 4 \end{cases} \quad \boxed{x > 4}$

iii) C.E. della $\sqrt{x-2}$: $x-2 \geq 0 \quad x \geq 2$

per ogni x per cui la $\sqrt{\ldots}$ ha senso $\sqrt{x-2} > -2$ è sempre vero perchè $\sqrt{\ldots} \geq 0$ sempre dove è definita $\Rightarrow \boxed{x \geq 2}$

iv) $\begin{cases} 3+2x \geq 0 \\ 3+2x \geq 1 \end{cases} \quad \begin{cases} x \geq -\frac{3}{2} \\ x \geq -1 \end{cases} \quad \boxed{x \geq -1}$

v) $\begin{cases} x^2-4 \geq 0 \\ -3 \geq 0 \longrightarrow \text{mai verificata} \\ \dots \end{cases}$ SOL.^{NE}: ϕ (una $\sqrt{\ }$ non è mai <0

vi) $\begin{cases} x-3 \geq 0 \\ 16(x-3) < 9 \end{cases}$ $\begin{cases} x \geq 3 \\ x-3 < 9/16 \end{cases}$ $\begin{cases} x \geq 3 \\ x < 3+\frac{9}{16} = \frac{57}{16} \end{cases}$ $3 \leq x < \frac{57}{16}$

vii) $\begin{cases} x^2+x+25 \geq 0 \\ x^2+x+25 < 16 \end{cases}$ $\begin{cases} \text{sempre vera} \\ \text{sempre falsa} \end{cases}$ SOL.^{NE}: ϕ

viii) $\sqrt{x^2-5x} > -\frac{1}{2}$ sempre vera dove $\sqrt{\ }$ è definita:

$x^2-5x \geq 0$ $\boxed{x \leq 0 \text{ o } x \geq 5}$

ix) $\sqrt{2x+7} > x+2$

$\begin{cases} 2x+7 \geq 0 \\ x+2 \geq 0 \\ 2x+7 > (x+2)^2 \end{cases}$ o $\begin{cases} 2x+7 \geq 0 \\ x+2 < 0 \end{cases}$ | $\begin{cases} x \geq -\frac{7}{2} \\ x \geq -2 \\ x^2+2x-3 < 0 \end{cases}$ o $\begin{cases} x \geq -\frac{7}{2} \\ x < -2 \end{cases}$

$\begin{cases} x \geq -\frac{7}{2} \\ x \geq -2 \\ -3 < x < 1 \end{cases}$ o $-\frac{7}{2} \leq x < -2$ | $-2 \leq x < 1$ o $-\frac{7}{2} \leq x < -2$

SOL.^{NE}: $x \in [-\frac{7}{2}, 1[$

x) $\begin{cases} 1-x \geq 0 \\ -1-2x \geq 0 \\ 1-x < (-1-2x)^2 \end{cases}$ $\begin{cases} x \leq 1 \\ x \leq -\frac{1}{2} \\ 4x^2+5x > 0 \end{cases}$ $\begin{cases} x \leq 1 \\ x \leq -\frac{1}{2} \\ x < -\frac{5}{4} \text{ o } x > 0 \end{cases}$ SOL.^{NE} $x < -\frac{5}{4}$ $x \in]-\infty, -\frac{5}{4}[$

127) i) F: è vera per $x \geq -1$ ii) F: vedi i)

iii) V: $\sqrt{x}$ ha senso se $x \geq 0$ e $1+\sqrt{x} \geq 1$ se $x \geq 0$

iv) V $\begin{cases} x \geq 0 \\ x \geq 4 \end{cases}$ Sol.^{NE}: $x \geq 4$ v) F: $\sqrt{x} \geq 0$ per gli x per cui ha senso cioè solo $\boxed{x \geq 0}$

vi) F $\begin{cases} x \geq 0 \\ x < 7 \end{cases}$ SOL.^{NE} $0 \leq x < 7$ vii) V $\begin{cases} x \geq 0 \\ x \leq 4 \end{cases}$ Sol.^{ne} $0 \leq x \leq 4$

viii) V $\begin{cases} 1+x^2 \geq 0 \\ 1+x^2 > 0 \end{cases}$ $\begin{cases} \text{sempre} \\ \text{sempre} \end{cases}$ $\forall x \in \mathbb{R}$ ix) F $\begin{cases} 1+x^2 \geq 0 \\ 1+x^2 > 1 \end{cases}$ $\begin{cases} \text{sempre} \\ x^2 > 0 \end{cases}$ $\begin{cases} \text{sempre} \\ x \in \mathbb{R} \setminus \{0\} \end{cases}$

SOL.^{NE}: $x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$
$x < 0$ o $x > 0$
(cioè $x \neq 0$)

x) F $\begin{cases} x-1 \geq 0 \\ x-1 < 25 \end{cases}$ $\begin{cases} x \geq 1 \\ x < 26 \end{cases}$ SOL.^{NE}: $1 \leq x < 26$

xi) F $\begin{cases} x-1\geq 0 \\ x-1>25 \end{cases}$ $\begin{cases} x\geq 1 \\ x>26 \end{cases}$ SOL^{ni}: $x>26$

xii) V $x^4-x^2\geq 0 \iff x^2(x^2-1)\geq 0 \iff x^2-1\geq 0 \iff x\leq -1$ o $x\geq 1$

xiii) F $\frac{x-1}{x}\geq 0$ $\quad x\geq 1$, $x>0$ $\quad$ C.E. $x<0$ o $x\geq 1$

xiv) V dove è definita $\sqrt{\dots}$ non è mai <0

C.E. $1-x^2\geq 0$ $\quad x^2\leq 1$ $\quad -1\leq x\leq 1$

xv) F $\begin{cases} 1-x\geq 0 \\ x-1\geq 0 \\ 1-x=x-1 \end{cases}$ $\begin{cases} x\leq 1 \\ x\geq 1 \\ 2x=2 \end{cases}$ $\begin{cases} x=1 \\ x=1 \end{cases}$ SOL^{ne} $\boxed{x=1}$

xvi) F $\begin{cases} -x\geq 0 \\ -x=9 \end{cases}$ $\begin{cases} x\leq 0 \\ x=-9 \end{cases}$ SOL^{ne} $\boxed{x=-9}$

xvii) F $2\sqrt{x}=0$ $\quad \begin{cases} x\geq 0 \\ 4x=0 \end{cases}$ $\begin{cases} x\geq 0 \\ x=0 \end{cases}$ SOL^{ne} $x=0$

xviii) V $2\sqrt{2x}=1$ $\quad \sqrt{2x}=\frac{1}{2}$ $\quad \begin{cases} 2x\geq 0 \\ 2x=\frac{1}{4} \end{cases}$ $\begin{cases} x\geq 0 \\ x=\frac{1}{8} \end{cases}$ SOL^{ne} $x=\frac{1}{8}$

xix) V $\begin{cases} 2-3x\geq 0 \\ 5x-14\geq 0 \\ 2-3x=5x-14 \end{cases}$ $\begin{cases} x\leq 2/3 \\ x\geq \frac{14}{5} \\ 8x=16 \end{cases}$ non hanno intersezione, quindi le due $\sqrt{\dots}$ non sono mai definite contemporaneamente

xx) F sicuramente perchè $x=1$ annulla il denominatore

C.E. $\begin{cases} x\neq 1 \\ x^2-x\geq 0 \end{cases}$ $\begin{cases} x\neq 1 \\ x\leq 0 \text{ o } x\geq 1 \end{cases}$ $\boxed{x\leq 0 \text{ o } x>1}$

nel campo di esistenza possiamo riscrivere l'eq^{ne} come

$\sqrt{x^2-x}=x-1$ $\quad \begin{cases} \text{C.E. } x\leq 0 \text{ o } x>1 \\ x-1\geq 0 \\ x^2-x=(x-1)^2 \end{cases}$ $\begin{cases} x\leq 0 \text{ o } x>1 \\ x\geq 1 \\ x=1 \end{cases}$ SOL^{ne} $\emptyset$

xxi) F $\begin{cases} x-1\geq 0 \\ x-3\geq 0 \\ x-1=(x-3)^2 \end{cases}$ $\begin{cases} x\geq 1 \\ x\geq 3 \\ x^2-7x+10=0 \end{cases}$ $\begin{cases} x\geq 3 \\ x=2 \text{ o } x=5 \end{cases}$ SOL^{ne} $x=5$

128) i) A $\begin{cases} x-2\geq 0 \\ 4-x\geq 0 \\ x-2<4-x \end{cases}$ $\begin{cases} x\geq 2 \\ x\leq 4 \\ 2x<6 \end{cases}$ $\begin{cases} x\geq 2 \\ x\leq 4 \\ x<3 \end{cases}$ $A=[2,3[$

$\inf A=\min A=2$

$\sup A=3$ $\max A\ \nexists$

$B=]-\infty,0]\cup[4,+\infty[$ $\inf B=-\infty$ $\min B\ \nexists$

$\sup B=+\infty$ $\max B\ \nexists$

$A\cup B=]-\infty,0]\cup[2,3[\cup[4,+\infty[$ $\inf A\cup B=-\infty$ $\min B\ \nexists$

$\sup A\cup B=+\infty$ $\max B\ \nexists$

$A\cap B=\emptyset$ $A\setminus B=A$ $B\setminus A=B$

ii) A $\sqrt{x+1}>1-x$ $\begin{cases} x+1\geq 0 \\ 1-x\geq 0 \\ x+1>(1-x)^2 \end{cases}$ o $\begin{cases} x+1\geq 0 \\ 1-x<0 \end{cases}$

$\begin{cases} x\geq -1 \\ x\leq 1 \\ x^2-3x<0 \end{cases}$ o $\begin{cases} x\geq -1 \\ x>1 \end{cases}$ | $\underbrace{\begin{cases} -1\leq x\leq 1 \\ 0<x<3 \end{cases}}_{0<x\leq 1}$ o $x>1$

$0<x\leq 1 \cup x>1$

$A=]0,+\infty[$ $\inf A=0$ $\min A\ \nexists$ $\sup A=+\infty$ $\max A\ \nexists$

B $x^2-5x+6<0$ $(x-2)(x-3)<0$ $B=]2,3[$

$\inf B=2$ $\min B\ \nexists$ $\sup B=3$ $\max B\ \nexists$

$A\cap B=B$ $A\cup B=A$ $A\setminus B=]0,2]\cup[3,+\infty[$ $B\setminus A=\emptyset$

$\inf A\setminus B=0$ $\min A\setminus B\ \nexists$ $\sup A\setminus B=+\infty$ $\max A\setminus B\ \nexists$

129) i) $x(2x-3)\geq 0$ è def per $x\leq 0$ o $x\geq \frac{3}{2}$

ii) $\begin{cases} x\geq 0 \\ 2x-3\geq 0 \end{cases}$ $\begin{cases} x\geq 0 \\ x\geq \frac{3}{2} \end{cases}$ è def per $x\geq \frac{3}{2}$

iii) $\sqrt[3]{32}=\sqrt[3]{8\cdot 4}=\sqrt[3]{2^3\cdot 2^2}=2\sqrt[3]{4}$ $(32=2^5)$ iv) $\sqrt[5]{64}=\sqrt[5]{2^6}=2\sqrt[5]{2}$

v) $\sqrt[3]{625}=\sqrt[3]{5^4}=5\sqrt[3]{5}$ vi) $\sqrt[3]{8}=2$ $(8=2^3)$ vii) $\sqrt[4]{81}=\sqrt[4]{3^4}=3$

viii) $5\sqrt[3]{2}=\sqrt[3]{5^3\cdot 2}=\sqrt[3]{125\cdot 2}=\sqrt[3]{250}$ ix) $\frac{3}{5}\sqrt[4]{\frac{25}{81}}=\sqrt[4]{\frac{3^4}{5^4}\cdot\frac{5^2}{3^4}}=\sqrt[4]{\frac{1}{5^2}}=\frac{1}{\sqrt{5}}$ $\left(=\sqrt{\frac{1}{5}}\right)$

x) $[(-3)^2]^{1/2} = \sqrt{9} = 3$ xi) $[(-3)^{1/2}]^2 = (\sqrt{-3})^2$ IMPOSSIBILE

$\sqrt{-3}$ non ha senso

130) i) devono avere senso sia $(x^3)^{1/2}$ sia $(x^{1/2})^3$:

entrambi sono def solo se $x \geq 0$ $\Rightarrow$ dom f = $x \geq 0$

ii) devono avere senso sia $(x^2)^{1/3}$ sia $(x^{1/3})^2$:

entrambi sono def. $\forall x \in \mathbb{R}$ $\Rightarrow$ dom f = $\mathbb{R}$

iii) sono def (vedi es. ii)) $\forall x \in \mathbb{R}$ e rappresentano lo stesso n°.

iv) $(x^4)^{1/2}$ è def $\forall x \in \mathbb{R}$, mentre $(x^{\frac{1}{2}})^4 = (\sqrt{x})^4$ è def. solo se $x \geq 0$.

Ovviamente rappresentano lo stesso n° solo se $x \geq 0$.

Quindi se scriviamo $x^{4/2}$ dobbiamo considerarla definita solo su $x \geq 0$ (perchè devono aver senso entrambe le possibilità di interpretazione)

v) sono def (vedi es. i)) $\forall x \geq 0$ tutte e due e rappresentano lo stesso n°.

ovviamente dove hanno senso rappresentano lo stesso

vi) Sono definite entrambe $\forall x \in \mathbb{R}$ e rappresentano lo stesso n° $\forall x \in \mathbb{R}$.

vii) $\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{4} \cdot \sqrt[3]{20} = \sqrt[3]{160} = \sqrt[3]{2^5 \cdot 5} = 2\sqrt[3]{20}$

viii) $\sqrt[3]{\frac{2}{3}} \cdot \sqrt[3]{\frac{6}{7}}\, \sqrt[3]{(-2)} = \sqrt[3]{-\frac{8}{7}} = \sqrt[3]{-\frac{2^3}{7}} = -2\sqrt[3]{\frac{1}{7}} = -\frac{2}{\sqrt[3]{7}}$

(oppure $\frac{(-2)^3}{7}$

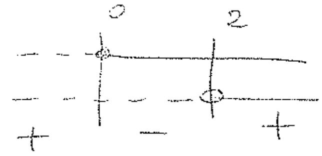
ix) $\frac{\sqrt[3]{4/9}}{\sqrt[3]{2/15}} = \sqrt[3]{\frac{4/9}{2/15}} = \sqrt[3]{\frac{60}{18}} = \sqrt[3]{\frac{10}{3}}$

x) $\frac{\sqrt[3]{\frac{25}{49}}}{\sqrt[3]{\frac{49}{25}}} = \sqrt[3]{\frac{5^4}{7^4}} = \frac{5}{7}\sqrt[3]{\frac{5}{7}}$ xi) $(\sqrt{2})^3 = 2\sqrt{2}$

xii) $(\sqrt{5})^4 = 25$ xiii) $\forall x \in \mathbb{R}$ (COND. è $x^2 \geq 0$ vera sempre)

xiv) per $x \geq 0$ (l'argomento della radice deve essere ≥ 0)

xvi) per $\frac{x}{x-2} \geq 0$ cioè $x \geq 0$, $x-2>0$



$\mathrm{dom} f =]-\infty, 0] \cup]2, +\infty[$ ($x \leq 0$ o $x > 2$)

xvii) $\begin{cases} x \geq 0 \\ x-2>0 \end{cases}$ $\begin{cases} x \geq 0 \\ x>2 \end{cases}$ $\mathrm{dom} f =]2, +\infty[$ $(x>2)$

131) $\mathrm{dom} f = \mathbb{R} \setminus \{1\}$ $\mathrm{Im} f =]-\infty, 1]$ $f(-1)=1$

$f^{-1}(-1) = \left\{ \frac{3}{2}, \frac{1}{3}, -3 \right\}$

$f(x) < 0 \iff x<-2$ o $0<x<1$ o $x>1$

132) $\mathrm{dom} f = \mathbb{R} \setminus \{2\}$ $\mathrm{Im} f = \mathbb{R}$

$f(0)=0$ $f(-1)=0$ $f(1)=1$ $f(2)$ non esiste

Tutti gli $y \in]-\infty, 0[\cup \{1\}$ hanno 2 controimmagini :

se $y=0$ 3 controimm. : $x=-1$, $x=0$, $x=$ tra 1 e 2

se $0<y<1$ 4 controimm.

se $y>1$ 1 controimm.

133) $\mathrm{dom} f = \mathbb{R}$ $\mathrm{Im} f =]-\infty, 2]$

gli $y \in]-\infty, 1] \cup \{2\}$ hanno 1 sola controimmagine

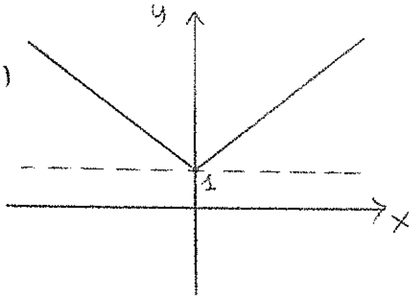
($1<y<2$ 2 controimm.)

$f(x)<0$ se $x>0$ $f(x) \geq 1$ se $x<-1$

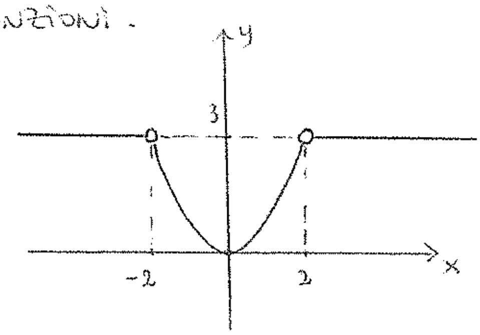
$1 \leq f(x) < 2$ se $x<-2$ o $-2<x\leq -1$

134) Si possono inventare INFINITE FUNZIONI.

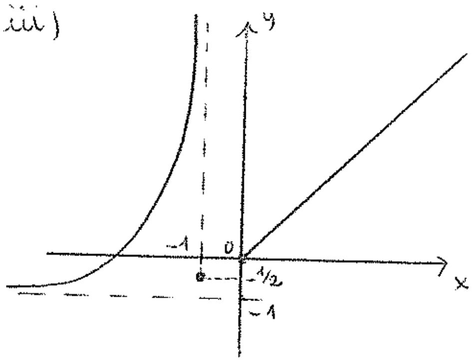
Ad es. i)



ii)



iii)



135) a) dom $f = [-4,4]$ Im $f =]-4,4]$ $f(0)=1$ $f(2)=0$ $f(4)=-3$

$f(-3)$: si deve trovare l'eq.^{ne} della retta per $(0,1)$ $(-4,4)$

$y = -\frac{3}{4}x + 1$ $f(-3) = \frac{13}{4}$

$f^{-1}(4) = -4$ $f^{-1}(-3) = \left\{ \frac{7}{2}, 4 \right\} \rightarrow f$ NON è iniettiva

min f $\nexists$ max $f = 4 = f(-4)$ $x=-4$ P.TO di max ass.

max loc : $x=-4$, $x=4$ min loc : nessuno

$f \downarrow$ su $[-4,4[$

$K \leq -4$ $f(x)=K$ nessuna sol.^{ne}

$-4 < K < -3 \cup -3 < K \leq 4$ 1 sol.^{ne}

$K=-2$ 2 sol.^{ni}

$K > 4$ nessuna sol.^{ne}

$f(x)=1 \iff x=0$ $f(x)=2 \iff -\frac{3}{4}x+1=2 \iff x=-\frac{4}{3}$

$f(x)>0$ $x \in [-4,2[$ $f(x) \leq -3$ $x \in [\frac{7}{2}, 4]$

b) dom $f =]-\infty, 6[$ Im $f =]-2, +\infty[$ min f $\nexists$ max f $\nexists$

$f(0)=0$ $f(6) \nexists$ $f^{-1}(0) = \{-3, 0, 4\}$ f NON è iniettiva

min loc : $x=2$ max loc : $x = -\frac{3}{2}$

$f \nearrow$ su $]-\infty, -\frac{3}{2}]$ e su $[2,6[$, ma non è CRESCENTE su $]-\infty, -\frac{3}{2}] \cup [2,6[$

perchè ad es. $x_1 = -\frac{3}{2} < x_2 = 4$ ma $f(-\frac{3}{2}) = 1 > f(4) = 0$

$f \searrow$ su $[-\frac{3}{2}, 2]$

$f(x)=k$ $\quad k\leq -2 \quad \emptyset$

$-2<k<-1\ ,\ k>1 \quad 1$ sol.ne

$k=-1,\ k=1 \quad 2$ sol.ni

$-1<k<1 \quad 3$ sol.ni

$f(x)=1 \quad x=-\frac{3}{2},\ x=\frac{14}{3} \qquad f(x)=-1 \quad x=-4,\ x=2 \qquad f(x)=-2 \quad \emptyset$

$f(x)\leq 0 \quad x\in\ ]-\infty,-3]\cup[0,4] \qquad f(x)>1 \quad x\in\ ]\frac{14}{3},6[\qquad f(x)<-1 \quad x\in\ ]-\infty,-4[$

c) $\operatorname{dom} f=[-4,2]\cup\ ]4,7] \qquad \operatorname{Im} f=[-3,-1]\cup\ ]1,3]\cup[4,5[$

$\min f=-3=f(-4)$ $\quad x=-4$ P.to di min ass. $\qquad \max f\ \nexists$

$f(-1)=-1 \quad f(0)=\frac{5}{2} \quad f(4)\ \nexists \quad f^{-1}(4)=\{7\} \quad f^{-1}(3)=\{2\}$

f è INIETTIVA : $\quad f(x)=k \quad k<-3\ ,\ -1<k\leq 1,\ 3<k<4,\ k\geq 5 \quad \emptyset$

$-3\leq k\leq -1,\ 1<k\leq 3,\ 4\leq k<5 \quad 1$ sol.ne

$f\nearrow$ su $[-4,2] \quad f\searrow\ ]4,7]$

$f(x)=2 \quad x=-\frac{1}{2} \qquad f(x)=-\frac{5}{3} \rightarrow$ retta per $(-4,-3)$ e $(-1,-1)$ $\quad y=\frac{2}{3}x-\frac{1}{3}$

$\rightarrow \frac{2}{3}x-\frac{1}{3}=-\frac{5}{3} \quad x=-2$

$f(x)\geq\frac{5}{2}$ se $x\in[0,2]\cup\ ]4,7] \qquad f(x)<2 \quad x\in[-4,-\frac{1}{2}[$

$f(x)\leq-\frac{7}{3} \qquad -\frac{7}{3}=\frac{2}{3}x-\frac{1}{3} \quad x=-3$ $\quad$ se $x\in[-4,-3]$

d) $\operatorname{dom} f=\ ]-\infty,-3[\cup]-3,0] \qquad \operatorname{Im} f=\ ]-\infty,-1] \qquad \min f\ \nexists \qquad \max f=-1=f(-2)$

$x=-2$ P.to di Max Ass.

$f(0)=-3 \quad f(-1)=-2 \quad f^{-1}(-2)=\{-\frac{8}{3},-1\} \rightarrow f$ NON è INIETTIVA

$f\nearrow$ su $]-3,-2] \quad \searrow$ su $]-\infty,-3[$ e su $[-2,0]$

$f(x)=k \qquad k<-3 \quad 1$ sol.ne $\qquad k=-1 \quad 1$ sol.ne

$-3\leq k\leq -2 \quad 2$ sol.ni $\qquad k>-1 \quad \emptyset$

$-2<k<-1 \quad 3$ sol.ni

$f(x)=-1 \quad x=-2 \qquad f(x)\geq -2 \quad x\in\ ]-\infty,-3[\cup[-\frac{8}{3},-1]$

$f(x)<-1 \quad x\in\ ]-\infty,-3[\cup]-3,-2[\cup]-2,0]$

$(\forall x\in \operatorname{dom} f,\ x\neq -2)$

min loc : $x=0 \qquad$ max loc : $x=-2$

e) $\text{dom} f =]-1,2] \cup [4,+\infty[$ $\quad \text{Im} f =]1,4]$

$\min f \nexists$ $\quad \max f = 4 = f(1) = f(4)$ $\quad x=1,\ x=4$ P.ti di Max ASS.

min loc : $x=2$ $\qquad$ max loc : $x=1,\ x=4$

$f(0)=\frac{5}{2}$ $\quad f(1)=4$ $\quad f(4)=4$ $\quad f^{-1}(2)=\{-\frac{1}{4}, 2\} \to f$ NON è INIETTIVA

$f \nearrow$ su $]-1,1]$ $\quad \searrow$ su $[1,2]$ e su $[4,+\infty[$

$f(x)=K$ $\quad K\le 1,\ K>4$ $\emptyset$ $\qquad 2<K<3$ 3 sol.ni

$1<K<2$ 1 sol.ne $\qquad 3\le K<4$ 1 sol.ne

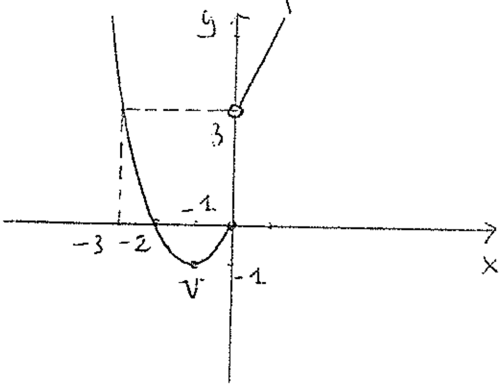
$K=2$ 2 sol.ni $\qquad K=4$ 2 sol.ni

$f(x)=1$ nessuna sol.ne $\quad f(x)=\frac{5}{2}$ $\quad x=0, x=\frac{7}{4}, x=5$

$f(x)<2$ $\quad x\in]-1,-\frac{1}{4}[$ $\quad f(x)\ge\frac{5}{2}$ $\quad x\in[0,\frac{7}{4}]\cup[4,5]$

136) $\to$ $f \nearrow\searrow$ e n° sol.ni $f(x)=K$ a pag. 132-133

i) $\text{dom} f = \mathbb{R}$



$x\le 0$ parabola di $V(-1,-1)$ verso l'alto

$x>0$ retta di coeff ang $m=2$

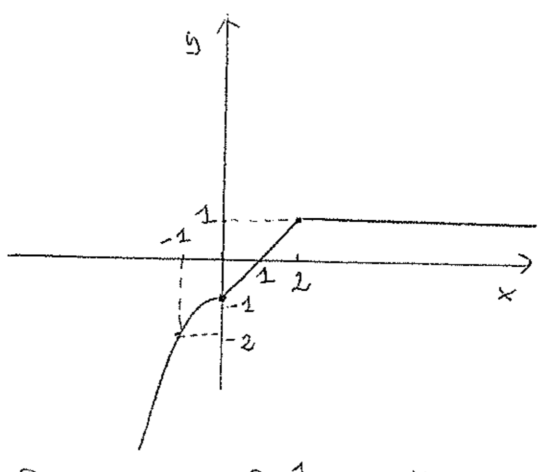
$\text{Im} f = [-1,+\infty[$

$f(-3) = (-3)^2 + 2(-3) = 9-6 = 3$

$f^{-1}(0) = \{-2, 0\}$ $\quad f(x)>\frac{21}{4}$ se $x\in]-\infty,-\frac{7}{2}[\cup$
$]\frac{9}{8},+\infty[$

$-1 = \min\limits_{\mathbb{R}} f$ $\quad$ (in $x_{MIN}=-1$) $\quad \max f \nexists$

ii)



$\text{dom} f = \mathbb{R}$

$\text{Im} f =]-\infty, 1]$

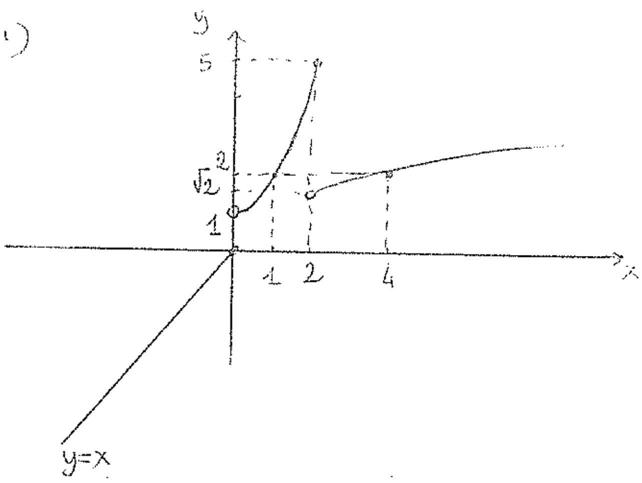
$\min f \nexists$

$1 = \max\limits_{\mathbb{R}} f$

tutti i punti $x=x_0$ con $x_0\ge 2$ sono P.ti di Max ASS.

$f(1)=0$ $\quad f^{-1}(1)=[2,+\infty[$ $\quad -5\le f(x)<1$ $\quad x\in[-2,2[$

iii)



$\mathrm{dom}\, f = \mathbb{R}$

$\mathrm{Im}\, f = \,]-\infty, 0] \cup \,]1, +\infty[$

$\min f \;\nexists$

$\max f \;\nexists$

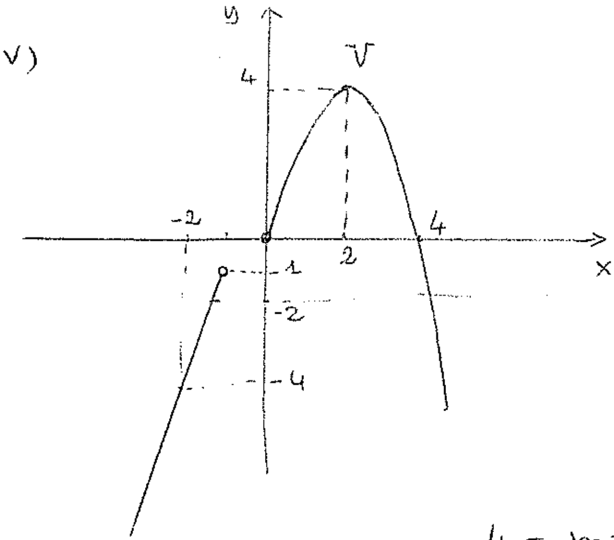
$f(9) = \sqrt{9} = 3$ $\quad f(x) = 3 \quad x = 9 \quad x = \sqrt{2}$

$f^{-1}(2) = \{1, 4\}$ $\quad f(x) > -2 \quad x \in \,]-2, +\infty[$

$x^2 + 1 = 2 \quad x^2 = 1 \quad x = \pm 1 \Rightarrow x = 1$ $\quad \sqrt{x} = 2 \Leftrightarrow x = 4$

$(x = -1$ non acc.$)$

iv)



$\mathrm{dom}\, f = \,]-\infty, -1[\, \cup [0, +\infty[$

$x \geq 0$ parab. $V(2,4)$ verso il basso

$x < -1$ retta

$\mathrm{Im}\, f = \,]-\infty, 4]$

$\min f \;\nexists$

$f(x) = -5 \quad x = -\frac{7}{3}$

$4 = \max f$ (nel punto $x_{MAX} = 2$)

$2 < f(x) < 4 \quad x \in \,]2-\sqrt{2}, 2[\, \cup \,]2, 2+\sqrt{2}[$

$f(-1)$ non esiste $\quad f(0) = 0 \quad f(1) = 3$

$f^{-1}(-2) = \left\{-\frac{4}{3}, 2+\sqrt{6}\right\}$

RETTA: cerco $x < -1$:

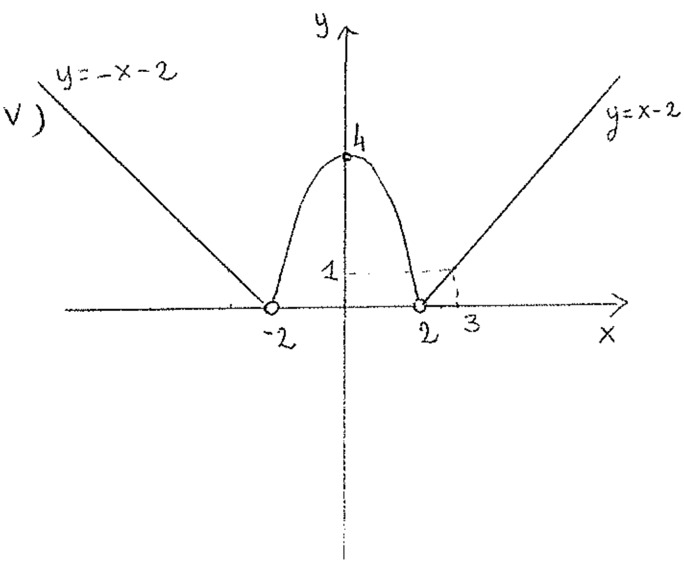
$3x + 2 = -2 \quad 3x = -4 \quad x = -\frac{4}{3}$ ACC.

PARABOLA: cerco $x \geq 0$ tale che $-x^2 + 4x = -2 \quad x^2 - 4x - 2 = 0$

$x = \dfrac{2 \pm \sqrt{4+2}}{1} = 2 \pm \sqrt{6}$ $\quad 2 - \sqrt{6} < 0$ (non accett.)

$2 + \sqrt{6}$ OK

v)



$\mathrm{dom}\, f = \mathbb{R} \setminus \{-2, 2\}$

$\mathrm{Im}\, f = \,]0, +\infty[$

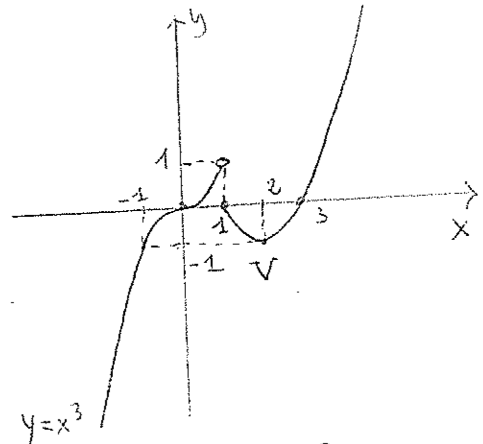
$\min f \;\nexists$

$\max f \;\nexists$

$f(0)=4$ $f(-2)$ non esiste $f(3)=1$

$f^{-1}(4)=\{-4,0,4\}$ $f(x)\geq 3$ $x\in\,]-\infty,-5]\cup[-1,1]\cup[5,+\infty[$

vi)



$\mathrm{dom} f=\mathbb{R}$

$x\geq 1$ parabola di $V(2,-1)$ verso l'alto

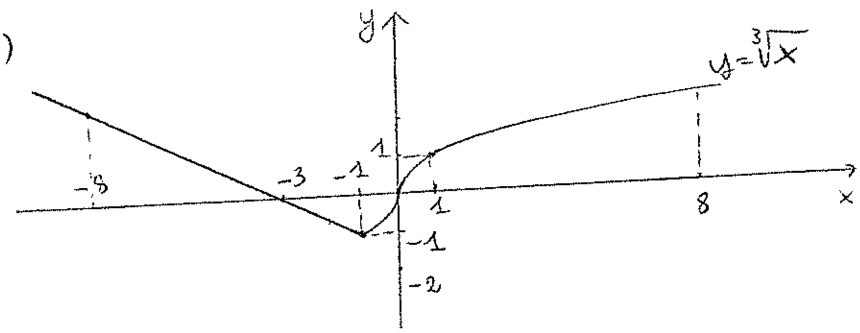
$\mathrm{Im} f=\mathbb{R}$

$\min f \nexists$ $\max f\nexists$

$f(-1)=-1$ $f(1)=0$

$f^{-1}(-1)=\{-1,2\}$ $f(x)=0$ $x=0, x=1, x=3$ $-27<f(x)<0$ $x\in\,]-3,0[\cup]1,3[$

vii)



$\mathrm{dom} f=\mathbb{R}$

$\mathrm{Im} f=[-1,+\infty)$

$\max f\nexists$

$\min f=-1=f(-1)$

$x=-1$ P.to di MIN ASS.

$f(-8)=4-\frac{3}{2}=\frac{5}{2}$ $f(0)=\sqrt[3]{0}=0$ $f(8)=\sqrt[3]{8}=2$

$f^{-1}(4)=\{64,-11\}$ $f^{-1}(-2)=\emptyset$ $0<f(x)<\frac{5}{2}$ $x\in\,]-8,-3[\,\cup$
$\cup\,]0,\frac{125}{8}[$

i) $f\nearrow [-1,+\infty[$ $\searrow\,]-\infty,-1]$

$f(x)=k$ $k<-1$ $\emptyset$ $-1<k\leq 0,\ k>3$ 2 sol.ni

$k=-1,\ 0<k\leq 3$ 1 sol.ne

ii) $f\nearrow\,]-\infty,2]$ $k<1$ 1 sol.ne $k=1$ ∞ sol.ni $k>1$ $\emptyset$

iii) $f\nearrow$ su $]-\infty,2]$ e su $]2,+\infty[$

$f(x)=k$ $k\leq 0,\ 1<k\leq\sqrt{2},\ k>5$ 1 sol.ne

$0<k\leq 1$ $\emptyset$ $\sqrt{2}<k\leq 5$ 2 sol.ni

iv) $f\nearrow\,]-\infty,2]$ $\searrow [2,+\infty[$ $k>4$ $\emptyset$ $-1\leq k<0,\ k=4$ 1 sol.ne

$k<-1,\ 0\leq k<4$ 2 sol.ni

v) $f \nearrow$ su $]-2,0]$ e su $]2,+\infty[$ $f \searrow$ su $]-\infty,-2[$ e su $[0,2[$

$k \leq 0$ $\emptyset$ $0<k<4$ 4 sol.ni $k=4$ 3 sol.ni $k>4$ 2 sol.ni

vi) $f \nearrow$ su $]-\infty,1[$ e su $[2,+\infty[$, $\searrow$ su $[1,2]$ $k<-1$, $k \geq 1$ 1 sol.ne

$k=-1$, $0<k<1$ 2 sol.ni $-1<k\leq 0$ 3 sol.ni

vii) $f \searrow$ su $]-\infty,-1]$, $\nearrow$ su $[-1,+\infty[$ $f(x)=k$ $k<-1$ $\emptyset$ $k=-1$ 1 sol.ne

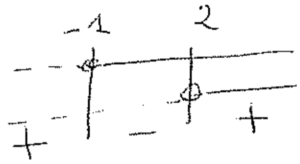
$k>-1$ 2 sol.ni

137) i) $\{x \in \mathbb{R} : x^2-4 \neq 0\} = \mathbb{R} \setminus \{-2,2\}$ ii) $\mathbb{R}$ $(x^2+4 \neq 0 \ \forall x)$

iii) $\{x \in \mathbb{R} : x+1 \geq 0\} = [-1,+\infty[$ iv) $\{x \in \mathbb{R} : \frac{x+1}{x-2} \geq 0\} =$

$=]-\infty,-1] \cup]2,+\infty[$ $x+1 \geq 0$ $x \geq -1$

$x-2 > 0$ $x > 2$



v) $\{x \in \mathbb{R} : x+1 \geq 0 \text{ e } x-2>0\} = \{x \in \mathbb{R} : x \geq -1 \text{ e } x>2\} =$

$=]2,+\infty[$

vi) $\mathbb{R}$ ($\sqrt[3]{x}$ è def $\forall x$) vii) $\{x \in \mathbb{R} : x^2-5x+6 \geq 0\} =]-\infty,2] \cup [3,+\infty[$

viii) $\{x \in \mathbb{R} : x^2 \neq 0\} = \mathbb{R} \setminus \{0\}$ ix) $\{x \in \mathbb{R} : x-2 \neq 0\} = \mathbb{R} \setminus \{2\}$

x) $\{x \in \mathbb{R} : x^2+10x+25 \neq 0\} = \{x \in \mathbb{R} : (x+5)^2 \neq 0\} = \mathbb{R} \setminus \{-5\}$

$f(x) = \frac{1}{(x+5)^2}$

xi) $\{x \in \mathbb{R} : x \geq 0\} = [0,+\infty[$ xii) $\{x \in \mathbb{R} : x \geq 0 \text{ e } 1-x \geq 0\} =$

$= \{x \in \mathbb{R} : x \geq 0 \text{ e } x \leq 1\} = [0,1]$

xiii) $\{x \in \mathbb{R} : x>0 \text{ e } 1-x>0\} =]0,1[$

xiv) $\{x \in \mathbb{R} : x>0 \text{ e } 1-x \geq 0\} =]0,1]$

xv) $\{x \in \mathbb{R} : x^2+x-2 \geq 0 \text{ e } (x-1)^{10} \neq 0\} = \{x \in \mathbb{R} : (x \leq -2 \text{ o } x \geq 1) \text{ e } x \neq 1\}$

$=]-\infty,-2] \cup]1,+\infty[$

xvi) $\{x\in\mathbb{R} : 9-x^2\geq 0 \ \underline{e}\ x+3\neq 0\} = \{x\in\mathbb{R} : -3\leq x\leq 3 \ \underline{e}\ x\neq -3\}$

$=]-3,3]$

xvii) $\{x\in\mathbb{R} : x^2-1\geq 0 \ \underline{e}\ x-\frac{1}{2}\geq 0\} = \{x\in\mathbb{R} : (x\leq -1 \ o\ x\geq 1)\ \underline{e}\ x\geq \frac{1}{2}\}$

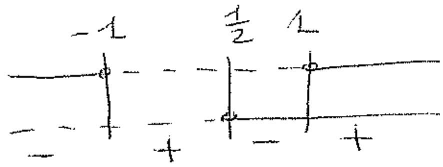
$= [1,+\infty[$

xviii) $\{x\in\mathbb{R} : x\neq 0\} = \mathbb{R}\setminus\{0\}$ ($\sqrt[3]{\dots}$ è sempre definita)

xix) $\{x\in\mathbb{R} : (x^2-1)(x-\frac{1}{2})\geq 0\} = [-1,\frac{1}{2}]\cup[1,+\infty[$

$x^2-1\geq 0$ $\quad x\leq -1$ o $x\geq 1$

$x-\frac{1}{2}\geq 0$ $\quad x\geq \frac{1}{2}$



138) a) $\sqrt[3]{x}=3 \iff \boxed{x=3^3=27}$ $\qquad \sqrt[3]{x}=-4 \iff \boxed{x=(-4)^3=-64}$

$x^3=125 \iff x^3=5^3 \iff \boxed{x=5}$ $\qquad x^2=36$ $\boxed{x=\pm 6}$

$x^3:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ è BIUNIVOCA

$x^3=-27 \iff x^3=(-3)^3 \iff \boxed{x=-3}$ $\qquad x^2=-64$ $\boxed{\text{IMPOSSIBILE}}$

b) $(3x-1)^3=(4x)^3 \iff 3x-1=4x \iff \boxed{x=-1}$

$x^3:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ è BIUNIVOCA

$(x^5-x^3+16)^2=(x^3+16)^2 \iff x^5-x^3+16=x^3+16$ o $x^5-x^3+16=-x^3-16$

$a^2=b^2 \iff a=b$ o $a=-b$

$\iff x^5-2x^3=0$ o $x^5=-32 \iff (x=0$ o $x=\pm\sqrt{2})$ o $x=-2$

$x^3(x^2-2)=0$ $\qquad (x^5=(-2)^5 \iff x=-2)$

x^5 BIUNIVOCA

$\boxed{\text{SOL.}^{ni}\ x=-2,-\sqrt{2},0,\sqrt{2}}$

$\sqrt[3]{4x+3}=\sqrt[3]{\frac{3}{2}-\frac{1}{3}x} \iff 4x+3=\frac{3}{2}-\frac{1}{3}x \iff \boxed{x=-\frac{9}{26}}$

$\sqrt[3]{\ }:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ BIUNIVOCA

$x^2<\frac{1}{64}=(\frac{1}{8})^2 \iff \boxed{-\frac{1}{8}<x<\frac{1}{8}}$

c) $x^3\leq \frac{343}{8} \iff x^3\leq \left(\frac{7}{2}\right)^3 \iff \boxed{x\leq \frac{7}{2}}$

$x^3:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ CRESCENTE

$x^2\geq 16 \iff \boxed{x\leq -4 \ o\ x\geq 4}$

$x^3\geq -125 \iff x^3\geq (-5)^3$

$\iff \boxed{x\geq -5}$

d) $(5x+2)^3\leq (2x-3)^3 \iff 5x+2\leq 2x-3 \iff \boxed{x\leq -\frac{5}{3}}$

$x^3:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ CRESCENTE

$\sqrt[3]{x} \geq 4 \iff \sqrt[3]{x} \geq \sqrt[3]{64} \iff \boxed{x \geq 64}$

$\sqrt[3]{\ } : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ CRESC.

$\sqrt{x} \leq 6 \iff \boxed{0 \leq x \leq 36}$

$\begin{cases} x \geq 0 \to \text{C.E.} \\ 6 \geq 0 \\ x \leq 36 \to \sqrt{x} : [0, +\infty[\to [0, +\infty[\end{cases}$

CRESCENTE

$\sqrt[3]{x} \leq -2 \iff \sqrt[3]{x} \leq \sqrt[3]{-8} \iff \boxed{x \leq -8}$

$\sqrt{x} \leq -3$ IMPOSSIBILE $\to$ $\boxed{\text{nessuna sol.}^{\text{ne}}}$

e) $\sqrt[3]{x^2+2} \leq 3 \iff \sqrt[3]{x^2+2} \leq \sqrt[3]{27} \iff x^2+2 \leq 27 \iff x^2 \leq 25$

$\iff \boxed{x \in [-5, 5]}$

$\sqrt[3]{\ } : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ CRESCENTE

$\sqrt[3]{4x+2} > -2 \iff \sqrt[3]{4x+2} > \sqrt[3]{-8} \iff 4x+2 > -8 \iff \boxed{x > -\frac{5}{2}}$

$\sqrt{4x+2} > -2$ vera $\forall x : 4x+2 \geq 0$ $\boxed{x \in [-\frac{1}{2}, +\infty[}$

f) $\sqrt[3]{x^2-1} > \sqrt[3]{2x-5} \iff x^2-1 > 2x-5 \iff x^2-2x+4 > 0 \iff \boxed{\forall x \in \mathbb{R}}$

$\sqrt[3]{\ }$ CRESC

$x_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{1-4}}{1} = 1 \pm \sqrt{-3}$

$\Delta < 0$