

FUNZIONI (seconda parte)

-136-
El. Mat.

139) Es. 2.16 del Libro

140) Dopo averne determinato il dominio, calcolate le seguenti

funzioni nei punti a fianco indicati:

a) $f(x) = (4+x)^{5/2}$ $f(0)$ $f(-2)$

b) $f(x) = (9+x^2)^{3/2}$ $f(1)$ $f(-3)$

141) Individuate le COMPONENTI delle seguenti FUNZIONI COMPOSITE
(ad es. $f(x) = (2x+3)^2$ si ottiene da $f_1(x) = 2x+3$ e $f_2(x) = x^2$

con $f = f_2 \circ f_1$)

i) $f(x) = (4+x^2)^3$ ii) $f(x) = \sqrt{1+x^2}$ iii) $f(x) = \sqrt[3]{4x-2}$

142) VALORE ASSOLUTO

Risolvete le seguenti equazioni e disequazioni

a) $|x| = \frac{5}{2}$ $|x| = -2$ $|x-3| = 2$ $|x^2 - 3x + 2| = 0$ $|x+1| = -\frac{3}{2}$

b) $|3x+2| = 4-2x$, $|2x+1| = x$, $0 < |x| \leq 3$

c) $|x+3| > 2x-1$, $|x^2-4| \leq 3x$, $|x^2-5| \geq 4$

d) $|6-5x+x^2| \leq 0$, $|x^2-5| \geq -4$, $|2x^2-6| \geq -x$

e) $\log(e^4) \cdot |x \cdot \tan(\frac{11}{6}\pi) \cdot \cos(\frac{2}{3}\pi)| = (36)^{\frac{1}{2}}$

f) $|x^2-2| = x-1$, $|x^2-2| = |x-1|$

g) $|x^2-2| \leq x-1$, $|x^2-2| \geq x-1$

143) Determinate i seguenti insiemi

i) $A = \{x \in \mathbb{R} : |x| \leq 2\}$ ii) $A = \{x \in \mathbb{R} : |x| > 4\}$

iii) $A = \{x \in \mathbb{R} : |x| < -1\}$ iv) $A = \{x \in \mathbb{R} : |x| \geq -3\}$

v) $A = \{x \in \mathbb{R} : |x| \geq 0\}$ vi) $A = \{x \in \mathbb{R} : |x| > 0\}$

vii) $A = \{x \in \mathbb{R} : |x-1| \leq 3\}$ viii) $A = \{x \in \mathbb{R} : |2-x| > 1\}$

ix) $A = \{x \in \mathbb{R} : |x+2| \geq -1\}$ x) $A = \{x \in \mathbb{R} : |x^2-1| < 3\}$

xi) $A = \{x \in \mathbb{R} : |x^2-1| \geq 3\}$ xii) $A = \{x \in \mathbb{R} : |x^2+1| \leq 2\}$

144) Sviluppate nei due casi $|3x+5| = \begin{cases} \dots & \text{se} & \dots \\ \dots & \text{se} & \dots \end{cases}$

145) Dite quali tra le seguenti affermazioni sono vere e quali false:

$$|x+3| = \begin{cases} x+3 & \text{se } x \geq 0 \\ -x-3 & \text{se } x < 0 \end{cases}$$

$$|x^2+3| = x^2+3 \quad \forall x \in \mathbb{R}$$

$$|x^2-2| = x^2-2 \quad \text{se } -2 \leq x \leq 2$$

$$|x^2-2| = x^2-2 \quad \text{se } -\sqrt{2} \leq x \leq \sqrt{2}$$

$$|x^2-2| = x^2-2 \quad \text{se } x \geq \sqrt{2} \text{ o } x \leq -\sqrt{2}$$

146) Per quali $x \in \mathbb{R}$ abbiamo che:

i) $|(x+\frac{3}{7})(x-\frac{2}{5})| = 0$

ii) $|2x-x^2-2| = 0$

iii) $|x-2| = |2-x|$

iv) $||x-1| - |x+2|| = 3$

147) Determinate la distanza in \mathbb{R} tra le due soluzioni delle seguenti equazioni

i) $\left| \frac{x-1}{2x-7} \right| = 1$

ii) $3x^2 + 22x + 39 = 0$

iii) $\sqrt{1-9x^2} = 4|x|$

148) Sia $f: \mathbb{R} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita da

$f(x) = \frac{1}{x} + x^2$. Determinate

$f(t)$, $f(1-a)$ se $a \neq 1$, $(f(x))^2$, $f(x) - \frac{1}{x}$, $x \cdot f(x)$, $f \circ f(x)$.

149) Disegnate con precisione, senza guardarli su libri o appunti,

i grafici delle funzioni $f(x) = x$, $f(x) = x^2$, $f(x) = x^3$, $f(x) = \sqrt{x}$,
 $f(x) = \sqrt[3]{x}$, $f(x) = \frac{1}{x}$, $f(x) = \frac{1}{x^2}$, $f(x) = \sin x$, $f(x) = \cos x$, $f(x) = \tan x$,
 $f(x) = 2^x$, $f(x) = e^x$, $f(x) = \log_2 x$, $f(x) = \log x$.

150) Disegnate con precisione i grafici delle funzioni

i) $f(x) = \sqrt{x} + 2$ ii) $f(x) = \sqrt{x-2}$ iii) $f(x) = x^2 + 2$

iv) $f(x) = -x^2 - 1$ v) $f(x) = (x-2)^2$ vi) $f(x) = x^3 - 1$

vii) $f(x) = x^3 + 1$ viii) $f(x) = -x^3 + 1$ ix) $f(x) = (x-1)^3$

x) $f(x) = -\sqrt{x} - 1$ xi) $f(x) = \sqrt[3]{x} - 2$ xii) $f(x) = \sqrt[3]{x-1}$

xiii) $f(x) = e^x + 1$ xiv) $f(x) = e^{x+1}$ xv) $f(x) = e^{-x}$

xvi) $f(x) = \sqrt{-x}$ xvii) $f(x) = \sqrt[3]{-x}$ xviii) $f(x) = e^x - 1$

xix) $f(x) = -1 + \log x$ xx) $f(x) = \log(2+x)$ xxi) $f(x) = \log(-x)$

xxii) $f(x) = \log(x) + 3$ xxiii) $f(x) = \sin x + 2$ xxiv) $f(x) = \sin x - 1$
 $\rightarrow x \in [-2\pi, 2\pi]$ $\rightarrow x \in [-\frac{3}{2}\pi, \frac{5}{2}\pi]$

xxv) $f(x) = \sin(x-\pi)$ xxvi) $f(x) = \cos x + 1$ xxvii) $f(x) = \cos(x) - 1$
 $\rightarrow x \in [-\frac{\pi}{2}, \frac{3}{2}\pi]$

xxviii) $f(x) = \cos(x + \frac{\pi}{2})$ xxix) $f(x) = \text{sen}(-x)$

xxx) $f(x) = \cos(-x)$ xxxi) $f(x) = -e^x + 1$

xxxii) $f(x) = -\cos x$ xxxiii) $f(x) = -\log x + 1$

xxxiv) $f(x) = -e^{-x}$ xxxv) $f(x) = \tan x + 1$

xxxvi) $f(x) = -\frac{1}{x}$ xxxvii) $f(x) = \frac{1}{x} - 2$ xxxviii) $f(x) = \frac{1}{x-2}$

xxxix) $f(x) = \sqrt{4-x^2}$ xl) $f(x) = -\sqrt{1-x^2}$

xl) $f(x) = 2 + \sqrt{x+3}$ xli) $f(x) = \log(x-1)$ xlii) $f(x) = \frac{1}{x} + 1$

xliv) $f(x) = -1 + \sqrt{x}$ xlv) $f(x) = -2 + \cos x$ $x \in [-2\pi, \pi]$

xlvi) $f(x) = -1 + \sqrt{x+4}$ xlvii) $f(x) = 1 + \log(x-2)$

xlviii) $f(x) = -3 + \sqrt{x-1}$ xlix) $f(x) = -1 + e^{x+1}$

l) $f(x) = -2 + \sqrt{4-x}$ li) $f(x) = e^{2-x} - 1$ lii) $f(x) = \log(1-x) + 1$

liii) $f(x) = 2\sqrt{x}$ liv) $f(x) = 3 \text{sen} x$ lv) $f(x) = \frac{1}{2}e^x$

151) Come l'es. 136) per le seguenti funzioni

i) $f(x) = \begin{cases} \cos x & -\frac{3}{2}\pi \leq x \leq 0 \\ -x+1 & 0 < x \leq 1 \\ \sqrt{x-1} & x > 1 \end{cases}$ $f(0)$ $f^{-1}(1)$

ii) $f(x) = \begin{cases} e^x & x \leq 0 \\ \text{sen} x + 1 & 0 < x \leq 2\pi \\ -(x-7)^2 & x > 2\pi \end{cases}$ $f(-1)$ $f(2\pi)$
 $f^{-1}(1)$

iii) $f(x) = \begin{cases} \sqrt{9-x^2} & 0 \leq x \leq 3 \\ -\log(x-2) & x > 3 \end{cases}$ $f^{-1}(-1)$

iv) $f(x) = \begin{cases} (x-\frac{1}{2})^2 + \frac{1}{4} & x < \frac{1}{2} \\ -x^2 + x & x \geq \frac{1}{2} \end{cases}$

$$v) f(x) = \begin{cases} e^x - 1 & x \geq 0 \\ 1 - x^2 & x < 0 \end{cases} \quad f^{-1}(0) \quad f^{-1}(1)$$

$$vi) f(x) = \begin{cases} -\frac{x}{2} + 1 & x \leq -1 \\ -\sin x & 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2} \\ \cos x + 1 & \frac{\pi}{2} < x \leq \pi \end{cases}$$

152) Risolvete le seguenti equazioni esponenziali

$$i) 3^x = 27 \quad ii) 5^x = \frac{1}{125} \quad iii) 25^x = 5 \quad iv) \left(\frac{3}{2}\right)^x = \frac{81}{16}$$

$$v) \left(\frac{27}{8}\right)^x = \frac{2}{3} \quad vi) 3^{2x-1} = 27 \quad vii) 5^{2x^2-1} = 125$$

$$viii) 27^{\frac{x+2}{3}} = 9^{x+3} \quad ix) e^{5x-3} = e^{2x+1}$$

153)

a) Determinate i seguenti logaritmi:

$$i) \log_5 25 \rightarrow \log_5 25 = x \Leftrightarrow 5^x = 25 \Leftrightarrow x = 2$$

$$ii) \log_2 32 \quad iii) \log_{\frac{1}{2}} 16 \quad iv) \log_3 216$$

$$v) \log_4 \frac{1}{4} \quad vi) \log_3 1 \quad vii) \log \frac{2}{3} \frac{8}{27} \quad viii) \log_{\frac{1}{2}} 1$$

$$ix) \log_{10} 1000 \quad x) \log_5 27 \quad xi) \log_2 0 \quad xii) \log_3 (-4)$$

b) Risolvete le seguenti equazioni logaritmiche

$$i) \log_3 x = 4 \quad ii) \log_5 x = 3 \quad iii) \log_{\frac{3}{4}} x = -2$$

$$iv) \log_{\frac{1}{2}} x = 0 \quad v) \log_{10} x = 4 \quad vi) \log_{\frac{1}{2}} x = -2$$

$$vii) \log(5x-1) = \log(4x)$$

c) Scrivete con un unico logaritmo le seguenti espressioni ricordando le proprietà dei logaritmi

$$i) \log 2 + \log 3 \quad ii) \log 7 - \log 5 \quad iii) 3 \log 2$$

FORMULA per il cambiamento di BASE :

$$\log_a x = \frac{\log_b x}{\log_b a}$$

a = base vecchia
b = base nuova

d) Svolgete le seguenti espressioni utilizzando le proprietà dei logaritmi

i) $\log(5 \cdot 4)$ ii) $\log\left(\frac{9}{7}\right)$ iii) $\log 3^4$

154) Determinate il dominio delle seguenti funzioni:

i) $f(x) = e^{x^2 - 3x + 2}$ ii) $f(x) = \log(3x - 2x^2)$

iii) $f(x) = \sqrt{x^2 - x - 12} \cdot \log(x + 6)$ iv) $f(x) = e^{-x-3} \cdot \log(x+1)$

v) $f(x) = \log(3x+5) - \log(6x+1)$ vi) $f(x) = \frac{1}{x} \log(1+x^2)$

155) Disegnate il grafico delle funzioni $f(x) = 2^x$,

$f(x) = 3^x$, $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$, $f(x) = 1^x$, $f(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^x$.

156) Risolvete le seguenti disequazioni:

i) $e^x > 1$ ii) $e^x \leq 0$ iii) $2^x > 8$

iv) $\log x \leq 0$ v) $\log x > 0$ vi) $\log(x-2) > 1$

vii) $e^{x^2 - 3x + 2} \leq 1$ viii) $\log(3x - 2x^2) < 0$

ix) $\log x \geq -1$ x) $(x-1)(x^2-9)e^{3x+2} \leq 0$

xi) $\log(2x-1) > \log x$ xii) $2e^{x^2+x-1} \cdot e^{-x-3} \leq 2$

157) Es. 3.50 del Libro di Es. (a) b)

158) i) $\log(x+4) > 0$ ii) $\log x > 2$ iii) $\log x \leq -2$

iv) $e^{x^2-6x+2} > e^{2x-5}$ v) $e^{x-1} < e^x$

vi) $\log(x^2+3) < 1$.

159) i) $2^x = -8$ ii) $2^x = 5$ iii) $\log_{\frac{1}{2}} x < 0$