

COGNOME _____

NOME _____

MATRICOLA

CORSO SEGUITO Mat Fis

NON SCRIVETE QUI

1	2	3	4	5
---	---	---	---	---

UNIVERSITÀ DI PARMA — C.L. in Matematica e Fisica

ESAME DI ELEMENTI DI MATEMATICA

A.A. 2018-2019 — PARMA, 16 NOVEMBRE 2018

Riempite immediatamente questo foglio scrivendo **in stampatello** cognome, nome e numero di matricola, e fate una barra sul Corso. Scrivete cognome e nome (in stampatello) su ogni foglio a quadretti.

Il tempo massimo per svolgere la prova è di due ore e mezza. Non potete uscire se non dopo avere consegnato il compito, al termine della prova.

Svolgete prima i calcoli in brutta, poi svolgete ordinatamente gli esercizi su un altro foglio protocollo a quadretti, infine **copiate le sole risposte** su questo foglio.

È obbligatorio consegnare sia il testo, sia tutti i fogli ricevuti; al momento della consegna, inserite tutti i fogli a quadretti dentro quello con il testo. Potete usare solo il materiale ricevuto e il vostro materiale di scrittura (in particolare è vietato usare appunti, calcolatrici, foglietti ecc.). Non usate il colore rosso.

Nell'apposito spazio, dovete riportare la risposta.

0) **PARTE PRELIMINARE** Completate:

a) Determinate l'insieme A delle soluzioni del sistema

$$\begin{cases} -x - 7 \leq x - 4 \\ \frac{x^4 - x^3 - 6x^2}{x^2 + 3x - 4} > 0 \end{cases}$$

Risposta: $A = \dots$

b) Dati i due insiemi $A = [-2, -\frac{8}{7} [\cup] \frac{5}{4}, 20]$, $B =] -\frac{2}{\sqrt{3}}, 3\sqrt{2} - 3] \cup [4, +\infty [$, allora:

$A \cap B = \dots$

$B \setminus A = \dots$

(sono richiesti i calcoli di tutti i confronti necessari, senza utilizzare i numeri decimali).

c) $\left| \frac{4}{7}x^2 - \frac{5}{7} \right| \geq \frac{4}{7} \iff \dots$

d) $\cos\left(\frac{5}{3}\pi\right) = \dots$ $\sin\left(-\frac{3}{4}\pi\right) = \dots$ $\tan\left(\frac{7}{6}\pi\right) = \dots$

(è richiesto il disegno di ogni angolo).

e) $\log_2 e^{\frac{1}{2} \log 2} = \dots$

f) La circonferenza di centro $(-3, 1)$ e raggio $\sqrt{10}$ ha equazione ...

Il punto $(0, 0)$ appartiene VERO FALSO alla circonferenza perchè ...

L'equazione della retta tangente alla circonferenza nel punto $(\sqrt{10} - 3, 1)$ è ...

I punti della circonferenza aventi ordinata 2 sono ...

g) Determinate e disegnate tutte le soluzioni $x \in [0, 2\pi]$ dell'equazione

$$(\cos x - \sqrt{3})(-2 \sin x - 1) = 0 \iff \dots$$

h) $\frac{e^{\frac{4}{3}x^2}}{e^{4x}} > \frac{1}{e^3} \iff \dots$ $\log(2x - 1) < 1 \iff \dots$

i) Disegnate sul foglio a quadretti con precisione (dominio, equazione del grafico, tutti i passaggi necessari per la costruzione, intersezioni con gli assi coordinati, punti significativi, asintoti) il grafico delle seguenti funzioni:

$$f(x) = 1 + \log x, \quad g(x) = -3 + \sqrt{x - 3}.$$

1) Risolvete la disequazione $\sqrt{4x^2 - 3} > 2x + 4$.

2) a) Disegnate con precisione sul foglio a quadretti il grafico della seguente funzione (in parte disegnata nella parte preliminare punto i)), specificando l'equazione del grafico di ogni tratto, tutti i passaggi necessari per la costruzione di ogni tratto, le coordinate dei punti di intersezione con gli assi cartesiani, gli asintoti e eventuali altri punti significativi:

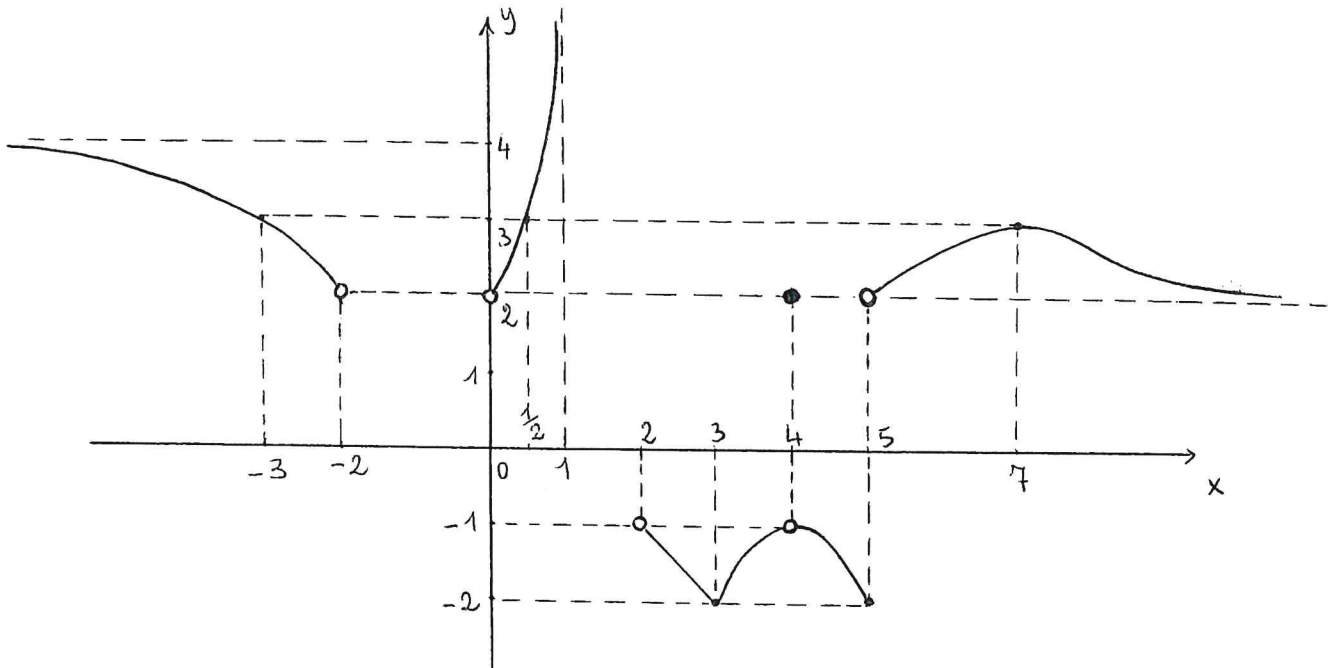
$$f(x) = \begin{cases} 1 + \log(-x) & \text{se } x < 0 \\ -\frac{4}{3}x + 2 & \text{se } 0 < x < 3 \\ -3 + \sqrt{x - 3} & \text{se } 3 \leq x \leq 12 \end{cases}$$

dom f = Imm f =

$f(-e^2) = \dots$ $f^{-1}(0) = \dots$

b) Disegnate con precisione il grafico della funzione $g(x) = |f(x)|$.

3) Considerate la funzione f che ha il seguente grafico:



$\text{dom } f = \dots$,

$\text{Imm } f = \dots$

$f(0) = \dots \quad f(4) = \dots \quad f^{-1}(3) = \dots$

Determinate il numero delle soluzioni dell'equazione $f(x) = k$ per $k \in [2, 4]$: ...

La funzione f è iniettiva su $[4, +\infty[$: VERO o FALSO

(motivate la risposta sul foglio a quadretti).

(FISICA) Determinate $f(]2, 3[\cup [4, +\infty[) = \dots$

(MATEMATICA) Le soluzioni della disequazione $2 < f(x) \leq 3$ sono ...

(MATEMATICA) Scrivete sul foglio a quadretti la definizione di funzione strettamente decrescente per una funzione $f : \text{dom } f \subseteq \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$.

4) Determinate l'equazione della parabola che interseca l'asse delle x nei punti $(1, 0)$ e $(3, 0)$, e interseca l'asse delle y nel punto $(0, 6)$.

Disegnate con precisione la parabola trovata sul foglio a quadretti.

5) (FISICA - FACOLTATIVO) L'insieme di equazione $2y^2 - x^2 + 2 = 0$ rappresenta
 avente le seguenti caratteristiche:

Disegnate con precisione l'insieme trovato sul foglio a quadretti, specificando le intersezioni con gli assi e con le rette di equazione $x = -2$ e $y = 1$.