Corso: ELEMENTI di MATEMATICA

SCHEDA N° 6 di ESERCIZI

LOGICA delle PROPOSIZIONI

1) a) Verificate che

$$\text{NON}(\mathcal{A} \ \underline{\text{o}} \ \mathcal{B}) \Leftrightarrow (\text{NON}\mathcal{A}) \ \underline{\text{E}} \ (\text{NON}\mathcal{B})$$

b) dimostrate che non è vero $[(\mathcal{A} \ \text{E} \ \mathcal{B}) \ \underline{\text{o}} \ \mathcal{C}] \Leftrightarrow [\mathcal{A} \ \underline{\text{E}} \ (\mathcal{B} \ \underline{\text{o}} \ \mathcal{C})]$

c) verificate che $[(\mathcal{A} \ \text{E} \ \mathcal{B}) \ \text{o} \ \mathcal{C}] \Leftrightarrow [(\mathcal{A} \ \text{o} \ \mathcal{C}) \ \underline{\text{E}} \ (\mathcal{B} \ \text{o} \ \mathcal{C})]$

d) Scrivete $\mathcal{A}$ E $\mathcal{B}$ utilizzando solo o e NON.

2) a) Se $P(x) = "x^2 \leq 1"$ e $Q(x) = "x^2 \geq 5"$ determinate l'insieme

$$\{x \in \mathbb{R} : P(x) \ \underline{\text{o}} \ Q(x)\}$$

b) Se $P(x) = "x^2 < 1"$, $Q(x) = "2x - 1 \leq 0"$, $R(x) = "x > 7"$ determinate l'insieme $\{x \in \mathbb{R} : P(x) \ \underline{\text{E}} \ (Q(x) \ \underline{\text{o}} \ R(x))\}$

3) Per ciascuna delle seguenti proposizioni: ⊙ stabilite se è VERA o FALSA giustificando la risposta ⊙ scrivete la

⊙ Scrivete la NEGAZIONE TEORICA della proposizione

⊙ scrivete la NEGAZIONE ESPLICITA della proposizione

⊙ stabilite se la NEGAZIONE è VERA o FALSA giustificando la risposta e controllando che il risultato sia coerente con la proposizione di partenza.

a) $\forall x \quad x^2 > 0 \ (P(x))$ b) $\exists x : x^2 < 0 \ (P(x))$ c) $\exists x : x^2 \leq 0 \ (P(x))$

d) $\forall x \quad x^2 \geq 0 \ (P(x))$ e) $\forall x \quad (3x-2)^2 > 0 \ (P(x))$ f) $\forall x \quad 4x^2 + 3 > 0 \ (P(x))$

g) $\exists x \in \mathbb{R} : x^2 = -25 \ (P(x))$ h) $\exists x \in \mathbb{R} : x^2 = 25 \ (P(x))$

i) $\exists x<0 \ : \ x^2=25$ $(P(x))$

j) $\exists!\, x\in\mathbb{R} \ : \ x^2=25$ $(P(x))$

k) $\exists!\, x>0 \ : \ x^2=25$ $(P(x))$

l) $\forall x\in\mathbb{R}: x^2\neq 9$ $(P(x))$

m) $\exists x\in\mathbb{R}: \ x<0 \ \underline{E} \ x^2=9$ $(P(x) \ \underline{E} \ Q(x))$

n) $\forall x\in\mathbb{R}: \ x<0 \ \underline{o} \ x^2>9$ $P(x) \ \underline{o} \ Q(x)$

o) $\forall x\in\mathbb{R} \ \ x^2<9 \ \underline{E} \ x^2>1$ $P(x) \ \underline{E} \ Q(x)$

p) $\forall x\in\mathbb{R}: \ x^2<9 \ \underline{o} \ x^2>1$ $P(x) \ \underline{o} \ Q(x)$

q) $\forall x \ \ x^2\geq \frac{4}{9} \Rightarrow x\geq \frac{2}{3}$ $(P(x)\Rightarrow Q(x))$

r) $\forall x\in\mathbb{R} \ \ x\leq -\frac{2}{3} \Rightarrow x^2\geq \frac{4}{9}$ $P(x)\Rightarrow Q(x)$

s) $\forall x>0 \ \ x^2\geq \frac{4}{9} \Rightarrow x\geq \frac{2}{3}$ $P(x)\Rightarrow Q(x)$

t) $\forall x\in\mathbb{R} \ \ x\neq 2 \Rightarrow x^2>4$ $P(x)\Rightarrow Q(x)$

u) $\forall x\in\mathbb{R} \ \ x\neq 2 \Rightarrow x^2\neq 4$ $P(x)\Rightarrow Q(x)$

v) $\forall x\in\mathbb{R} \ \ x^2\neq 4 \Rightarrow x\neq 2$ $P(x)\Rightarrow Q(x)$

w) $\forall x\in\mathbb{R} \ \ x^2\leq 9 \Rightarrow x+4>0$ $P(x)\Rightarrow Q(x)$

x) $\forall x\in\mathbb{R} \ \ x+3>0 \Rightarrow x\neq -3$ $P(x)\Rightarrow Q(x)$

y) $\forall x\in\mathbb{R} \ \ x^2\cdot(2x^2-3x-9)<0 \Rightarrow x^2<9$ $P(x)\Rightarrow Q(x)$

z) $\forall x\in\mathbb{R} \ \ x^2<9 \Rightarrow x^2(2x^2-3x-9)<0$ $P(x)\Rightarrow Q(x)$

4) Dati $P(x)=$"$5+4x>0$" e $Q(x)=$"$x^2+3x+7<0$" studiate (come nell'es 3) le proposizioni

$\exists x \ : \ P(x) \ \underline{E} \ Q(x)$

$\exists x \ : \ P(x) \ \underline{o} \ Q(x)$.

Stessa cosa per $P(x)=$"$5+4x>0$" e $Q(x)=$"$x^2+3x+7>0$" con

$\forall x \ \ P(x) \ \underline{E} \ Q(x)$ $\qquad \forall x \ \ P(x) \ \underline{o} \ Q(x)$.

5) a) Ricavate la proprietà per NON$(\mathcal{A} \ \underline{o} \ \mathcal{B} \ \underline{o} \ \mathcal{C})$ e per NON$(\mathcal{A} \ \underline{e} \ \mathcal{B} \ \underline{e} \ \mathcal{C})$.

b) Verificate che $[(\mathcal{A}\Rightarrow\mathcal{B}) \ \underline{E} \ (\mathcal{B}\Rightarrow\mathcal{C})] \Rightarrow [\mathcal{A}\Rightarrow\mathcal{C}]$.

6) Stabilite se sono vere o false le seguenti implicazioni:

$(a-3)\cdot(b+4)=0 \Rightarrow a=3 \ \underline{E} \ b=-4$

$a=3 \ \underline{E} \ b=-4 \Rightarrow (a-3)\cdot(b+4)=0$

$(a-3)\cdot(b+4)\neq 0 \Rightarrow a\neq 3 \ \underline{o} \ b\neq -4$

$a\neq 3 \ \underline{o} \ b\neq -4 \Rightarrow (a-3)(b+4)\neq 0$

6) Come es. 3) per

a) $\forall x>0\ \exists y>0 : y>3x$ $\quad (\forall x>0\ \exists y>0 : P(x,y))$

b) $\exists y>0 : \forall x>0\ y>3x$
$(P(x,y))$

c) $\forall a<0\ \ \forall x\in\mathbb{R}\ \ x^2>a$
$(P(a,x))$

d) $\forall N\in\mathbb{N}\ \exists m\in\mathbb{N} : m^2=N\ \ (P(N,m))$

e) $\forall a\in\mathbb{R}\ \exists b\in\mathbb{R} : a-b=4\ \ (P(a,b))$

f) $\exists b\in\mathbb{R} : \forall a\in\mathbb{R}\ \ a-b=4\ \ (P(a,b))$

g) $\forall a>0\ \ \exists b\in\mathbb{R} : a-b=4\ \ (P(a,b))$

h) dato $A=[-5,+\infty[$
$\exists M\in\mathbb{R} : \forall x\in A\ M\leq x$.

i) $\forall n\in\mathbb{N}$ n ha almeno un divisore cioè

$\forall n\in\mathbb{N}\ \exists m\in\mathbb{N} : \frac{n}{m}\in\mathbb{N}\quad (P(n,m))$

DI QUI IN POI STABILIRE SOLO se la PROPOSIZ. è VERA O FALSA giustificando la risposta

j) $\forall n\in\mathbb{N}\ [n\geq 2 \Rightarrow$ n ha almeno due divisori$]$ cioè

$\forall n\in\mathbb{N}\ [n\geq 2 \Rightarrow \exists m_1,m_2\in\mathbb{N} : (\frac{n}{m_1}\in\mathbb{N})\ \text{E}\ (\frac{n}{m_2}\in\mathbb{N})]$

k) $\exists x>2 : \forall y\in\mathbb{R}\ \ y^2-y+3\geq x$

l) $\forall x\in\mathbb{R}\ [x>1 \Rightarrow \exists y : (y>1)\ \text{E}\ (y^2<x)]$.

7) Date due Proposizioni $\mathcal{Q}$ e $\mathcal{B}$ tali che $\mathcal{Q}\Rightarrow\mathcal{B}$ sia vera, completate

$\mathcal{Q}$ è CONDIZIONE .... per $\mathcal{B}$ perchè ....

....

$\mathcal{B}$ è CONDIZIONE .... per $\mathcal{Q}$ perchè ....

....