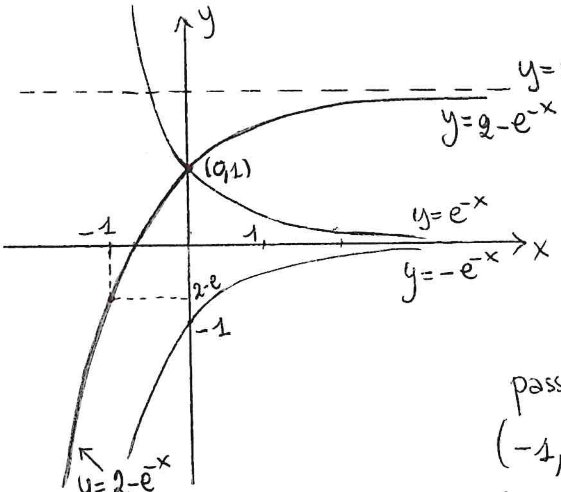
Sol.^{ne} Scheda $\boxed{\text{N. 12}}$

ES1)

a) $f(x) = 2 - e^{-x}$ $\quad$ dom $f = \mathbb{R}$ $\quad$ grafico di f: $y = 2 - e^{-x}$

si parte da $y = e^{-x}$ (simmetrico di $y = e^x$ rispetto all'asse y) e si fa il simmetrico rispetto all'asse x ($y = -e^{-x}$) e poi si sposta in alto di 2



passa per $(-1, \underset{\approx -0{,}7}{2-e})$ $(0,1)$ $(1, 2-\frac{1}{e})$ $(2, 2-\frac{1}{e^2})$ $\quad \approx 1{,}64 \quad \approx 1{,}86$

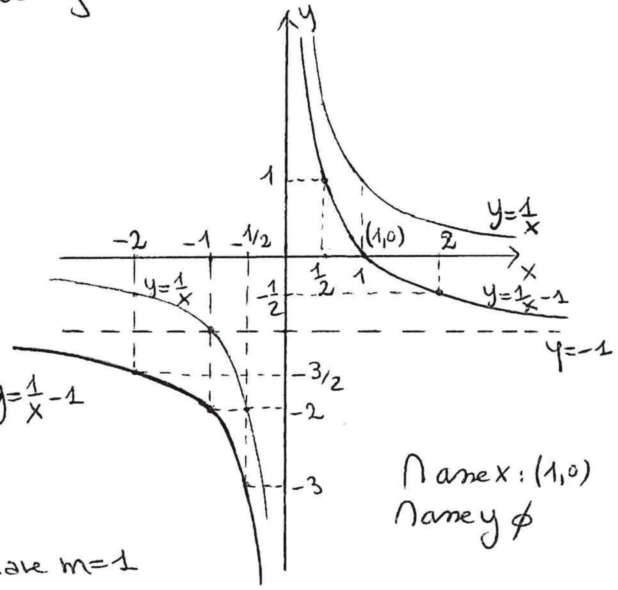
asintoto $y = 2$

$\cap$ asse y $(0,1)$ $\quad$ $\cap$ asse x: $2 - e^{-x} = 0$

$e^{-x} = 2$ $\quad e^{-x} = e^{\log 2}$ $\quad -x = \log 2$ $\quad x = -\log 2 \approx -0{,}7$

$g(x) = \frac{1}{x} - 1$ $\quad$ dom $g = \mathbb{R} \setminus \{0\}$

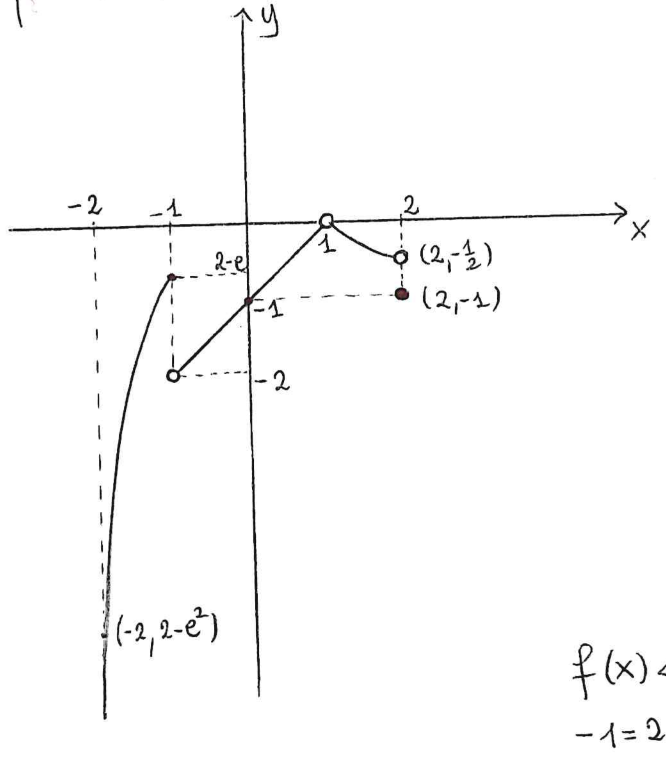
graf g: $y = \frac{1}{x} - 1$ si tratta dell'iperbole riferita agli assi ($xy = 1$) abbassata di 1



$\cap$ asse x: $(1,0)$

$\cap$ asse y $\emptyset$

il 2° tratto ha eq.^{ne} $y = x - 1$ retta di coeff angolare $m = 1$ per $(-1,-2)$ e $(1,0)$ e $(0,-1)$



dom $f =]-\infty, 1[\cup]1, 2]$

Im $f =]-\infty, 0[$

$f(-1) = 2 - e$

$f(1) = \not\exists$ $\quad 1 \notin$ dom f

$f^{-1}(-\frac{1}{3}) = \{\frac{2}{3}, \frac{3}{2}\}$

ce ne sono due $\quad -\frac{1}{3} = x - 1 \rightarrow x = 2/3$

$-\frac{1}{3} = \frac{1}{x} - 1 \rightarrow \frac{1}{x} = \frac{2}{3} \rightarrow x = \frac{3}{2}$

($2 - e < -\frac{1}{3} \Leftrightarrow e > 2 + \frac{1}{3} \approx 2{,}33$ vero)

$f(x) < -1$ se $x \in]-\infty, -\log 3[\cup]-1, 0[$

$-1 = 2 - e^{-x} \rightarrow e^{-x} = 3 \quad x = -\log 3 \approx -1{,}1$

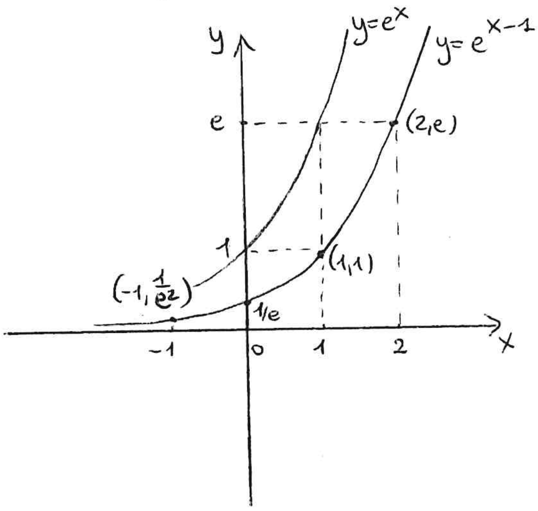
b) $f(x) = e^{x-1}$ dom$f = \mathbb{R}$

grafico $y = e^{x-1}$ si tratta del grafico dell'esponenziale $y = e^x$ a ds di 1

$\cap$ asse x $\emptyset$ $\cap$ asse y $(0, \frac{1}{e})$

asintoto asse x

per $(-1, \frac{1}{e^2})$ $(0, \frac{1}{e})$ $(1,1)$ $(2,e)$



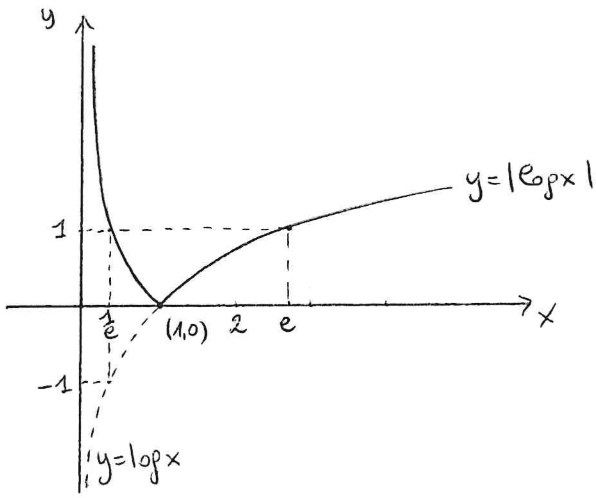
$g(x) = |\log x|$ dom$g = x>0$

grafico $y = |\log x|$ si tratta del VALORE ASSOLUTO di $y = \log x$ (quindi la parte di grafico con $y<0$ va specchiata rispetto all'asse x

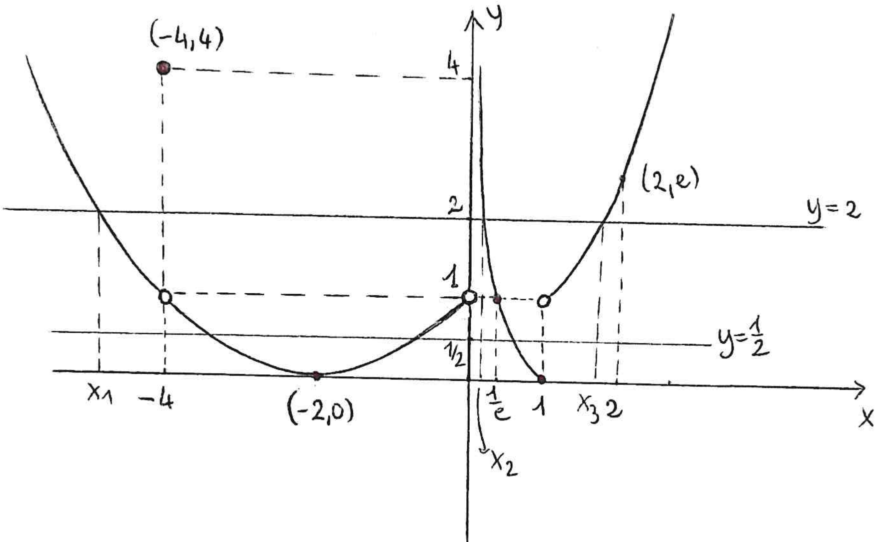
$\cap$ asse x $(1,0)$ $\cap$ asse y $\emptyset$

asintoto : asse y

per $(\frac{1}{e}, 1)$ $(1,0)$ $(e,1)$ $(e^2, 2)$ ecc.



$y = \frac{1}{4}(x+2)^2$ è la parabola verso l'alto di $V(-2,0)$ passante per $(0,1)$, $(-4,1)$ $\cap$ asse x nel vertice



dom$f =]-\infty, 0[\cup]0, +\infty[$

Im$f = [0, +\infty[$

$f(-4) = 4$ $f(0) = \nexists$

$0 \notin$ dom$f$

$f^{-1}(2) = \{-2-2\sqrt{2}, \frac{1}{e^2}, 1+\log 2\}$

ce ne sono 3

$2 = \frac{1}{4}(x+2)^2$ $(x+2)^2 = 8$ $x+2 = \pm 2\sqrt{2}$

$x = -2 \pm 2\sqrt{2}$ $\rightarrow$ $x_1 = -2-2\sqrt{2} < 0$

$f(x) \leq \frac{1}{2}$ se $x \in [-2-\sqrt{2}, -2+\sqrt{2}] \cup [\frac{1}{\sqrt{e}}, 1]$

$\frac{1}{2} = \frac{1}{4}(x+2)^2 \rightarrow (x+2)^2 = 2$ $x = -2 \pm \sqrt{2}$

$\frac{1}{2} = |\log x| \rightarrow \log x = -\frac{1}{2} \rightarrow x = \frac{1}{\sqrt{e}}$

$0<x<1$

$|\log x| = 2 \iff \log x = \pm 2 \iff x = e^{\pm 2}$

$\rightarrow x_2 = \frac{1}{e^2}$ $(0<x_2<1)$

$2 = e^{x-1}$ $e^{x-1} = e^{\log 2}$ $\rightarrow x_3 = 1+\log 2 \simeq 1{,}7$

$0 < f(x) < 2$ se $x \in]-2-2\sqrt{2}, -4[\cup]-4, -2[\cup]-2, 0[\cup]\frac{1}{e^2}, 1[\cup]1, 1+\log 2[$.