SOLUZIONI SCHEDA 5

$\boxed{1}$

$\text{dom} f = \left(-\frac{13}{2}, -4\right] \cup [-3, 1] \cup (2, 5)$

$\text{Imm} f = \left[-\frac{5}{2}, +\infty\right)$

$\text{Max}(f)$ non esiste

$\text{Min} f = -\frac{5}{2}$ (punto di minimo assoluto $x = -4$)

punti di max locale: $x = -6$, $x = -1$

" " min locale $x = -4$, $x = -3$, $x = 1$

Determiniamo l'equazione della semiellisse in $[-3, 1]$

Centro: $(-1, 0)$ $a = 2$, $b = \sqrt{2}$

$\Rightarrow$ eq. ellisse $\frac{(x+1)^2}{4} + \frac{y^2}{2} = 1$

$\Rightarrow$ semi ellisse superiore $y = +\sqrt{-\frac{1}{2}(x+1)^2 + 2}$

Allora $f(0) = \sqrt{2 - \frac{1}{2}} = \sqrt{\frac{3}{2}}$

$1 < e - 1 < 2 \Rightarrow f(e-1)$ non è definito

$f^{-1}(0) = \{-5, -3, 1, 4\}$

$f^{-1}(-e-1) = \emptyset$ (infatti $-e-1 \simeq -3,7 < -\frac{5}{2}$

$f(x) = k$ ha # soluzioni

0	$k < -\frac{5}{2}$
1	$-\frac{5}{2} \leq k \leq -2$
2	$-2 < k < 0$
4	$k = 0$
4	$0 < k < \sqrt{2}$
3	$k = \sqrt{2}$
2	$\sqrt{2} < k \leq 4$
3	$4 < k < 5$
2	$k = 5$
1	$k > 5$

LA PRIMA PROPOSIZIONE È FALSA

infatti, $-4 < -3$ e $f(-4) = -\frac{5}{2} < 0 = f(-3)$

LA SECONDA PROPOSIZIONE E' VERA

LA TERZA PROPOSIZIONE E' FALSA

(infatti $f(0) = f(-2) = \sqrt{\frac{3}{2}}$)

$\boxed{2}$

RISOLVIAMO LA DISEQUAZIONE

$$2^{|x^2-1|} < -\log_{\frac{1}{2}} 256 \qquad \text{OSS } 256 = 2^8$$

$$\Leftrightarrow 2^{|x^2-1|} < -(-8) = 8 = 2^3$$

2^x E' CRESCENTE

$\iff \quad |x^2-1| < 3 \iff -3 < x^2-1 < 3 \iff$

$$\begin{cases} x^2 > -2 \rightsquigarrow \forall x \in \mathbb{R} \\ x^2 < 4 \iff x \leq -2 \vee x \geq 2 \end{cases}$$

Allora $\quad A = (-2, 2)$

LA PRIMA PROPOSIZIONE E' VERA

(infatti $\quad \frac{x}{2} \in \left[-\frac{3}{2}, \frac{4}{3}\right] \iff x \in \left[-3, \frac{8}{3}\right]$

$\quad$ e $\quad A \subseteq \left[-3, \frac{8}{3}\right]$

LA SECONDA PROPOSIZIONE E' FALSA

INFATTI $\quad \sqrt{1-x} > 2 \iff \begin{cases} 1-x \geq 0 \\ 1-x > 4 \end{cases} \iff$

$$\iff \begin{cases} x \leq 1 \\ x \leq -3 \end{cases} \iff x \leq -3$$

QUINDI LA PROPOSIZIONE DIVENTA EQUIVALENTE A

$$\exists x \in A : \quad x \leq -3$$

$$C = \{ x \in \mathbb{R} : x < 3 \wedge \sqrt{x^2-4} < x \}$$

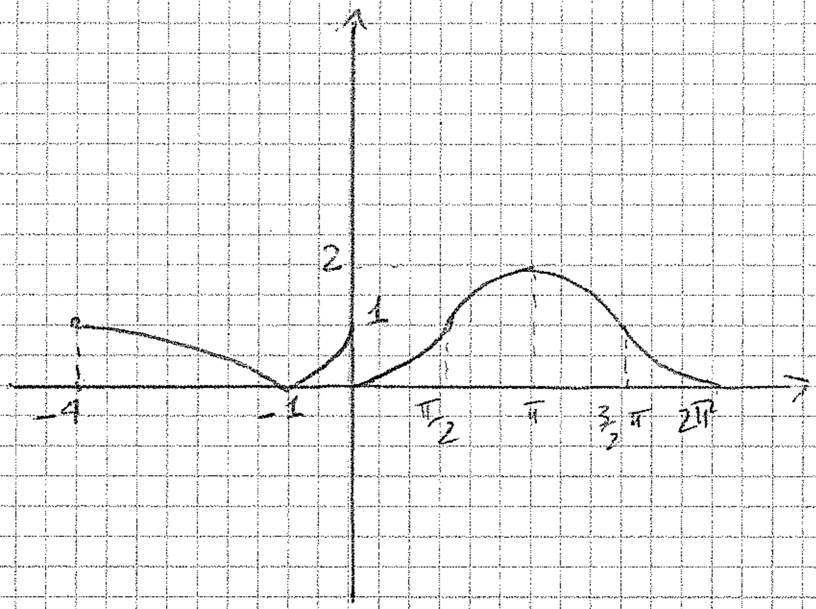
$$\sqrt{x^2-4} < x \iff \begin{cases} x^2-4 \geq 0 \\ x \geq 0 \\ x^2-4 < x^2 \end{cases} \iff \begin{cases} x \leq -2 \vee x \geq 2 \\ x \geq 0 \\ -4 < 0 \iff \forall x \in \mathbb{R} \end{cases}$$

$$\iff x \geq 2$$

Allora $C = \{x \in \mathbb{R} \text{ tc } x < 3 \wedge x \geq 2\} = [2, 3)$

$A \cap C = \emptyset$; $A \cup C = (-2, 3)$

$\boxed{3}$

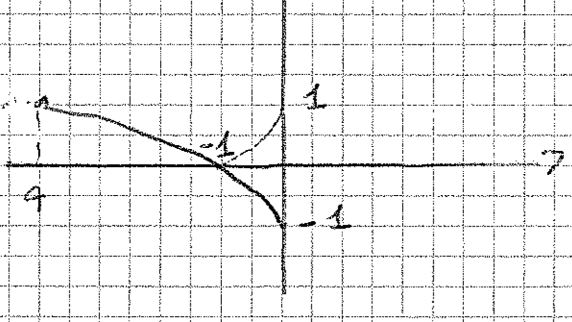


$-4 \leq x \leq 0$

$f(x) = \left| \sqrt{-x} - 1 \right|$ ($\sqrt{-x}$ definito per $x \leq 0$, quindi OK in $[-4, 0]$)

CI BASTA DISEGNARE la FUNZIONE $y = \sqrt{-x} - 1$
e rispecchiare le parti negative rispetto all'asse delle x

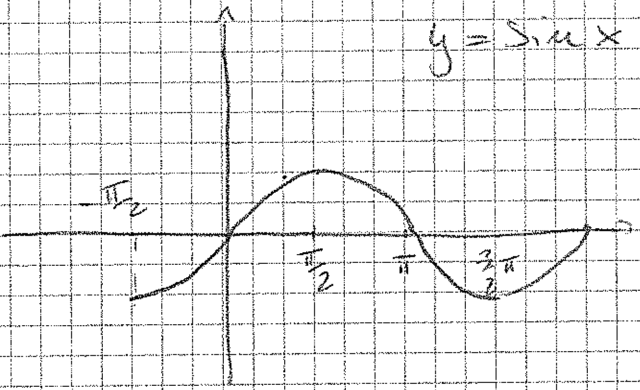
$y = \sqrt{-x} - 1$

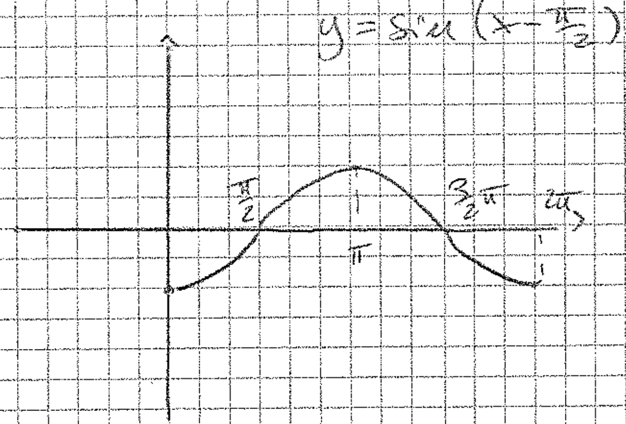


$0 < x < 2\pi$

$$f(x) = \sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right) + 1$$

Si tratta della funzione $y=\sin(x)$ traslata a destra di $\frac{\pi}{2}$ e di 1 verso l'alto





$\boxed{4}$

LE CONDIZIONI SONO

$$\begin{cases} \left.\begin{array}{l} \sqrt{x+1} \neq 0 \\ x+1 \geq 0 \end{array}\right\} \iff x+1 > 0 \\ \frac{5}{4} - |x^2+1| > 0 \\ \log\left(\frac{5}{4} - |x^2+1|\right) \neq 0 \\ 1 - x > 0 \end{cases}$$

$\iff \forall x$

OSS $x^2+1 \geq 0$

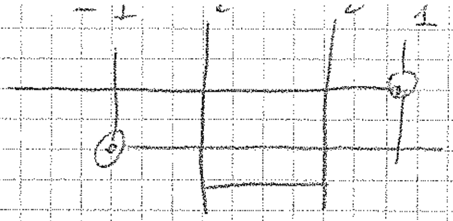
POSSO TOGLIERE IL MODULO!

$$\iff \begin{cases} x > -1 \\ \frac{5}{4} - (x^2+1) > 0 \\ \frac{5}{4} - (x^2+1) \neq 1 \\ x < 1 \end{cases}$$

$\log(x) = 0 \iff x = 1$

$$\iff \begin{cases} x > -1 \\ x^2 < \frac{1}{4} \\ x^2 \neq -\frac{3}{4} \iff \forall x \\ x < 1 \end{cases}$$

$$\iff \begin{cases} x < 1 \\ x > -1 \\ -\frac{1}{2} \le x \le \frac{1}{2} \end{cases} \iff$$



$$-\frac{1}{2} < x < \frac{1}{2}$$

Allora $\mathrm{dom}\, f = \left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$